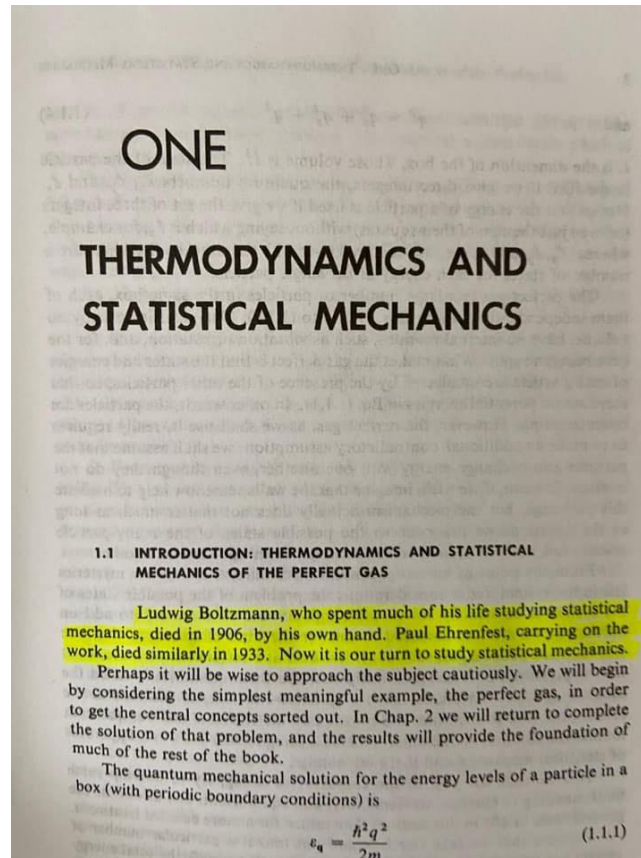


Termodynamika – ■-domácí úkol #11

Domácí úkol odevzdejte do: 08.01.2021

■ Info



■ Příklady

1. Volná expanze plynu do vakua

Ideální plyn se adiabaticky rozšiřuje z objemu V_1 do vakua. Spočítejte růst entropie, pokud plyn v konečném stavu má objem V_2 a dokažte, že proces rozšiřování je nevratný.

2. Gamma funkce

Gama funkce je definována integrálem

$$\Gamma(n) := \int_0^{\infty} dt \exp(-t)t^{n-1}.$$

(a) Dokažte vztah

$$\Gamma(n+1) = n\Gamma(n),$$

(b) spočítejte $\Gamma(n)$, $n \in \mathbb{N}$,

(c) spočítejte

$$\Gamma\left(n + \frac{1}{2}\right), n \in \mathbb{N}.$$

3. Stirlingův vzorec

S pomocí Gama funkce spočítejte přibližné vyjádření $\ln(n!)$ pro velké hodnoty n (Stirlingův vzorec).

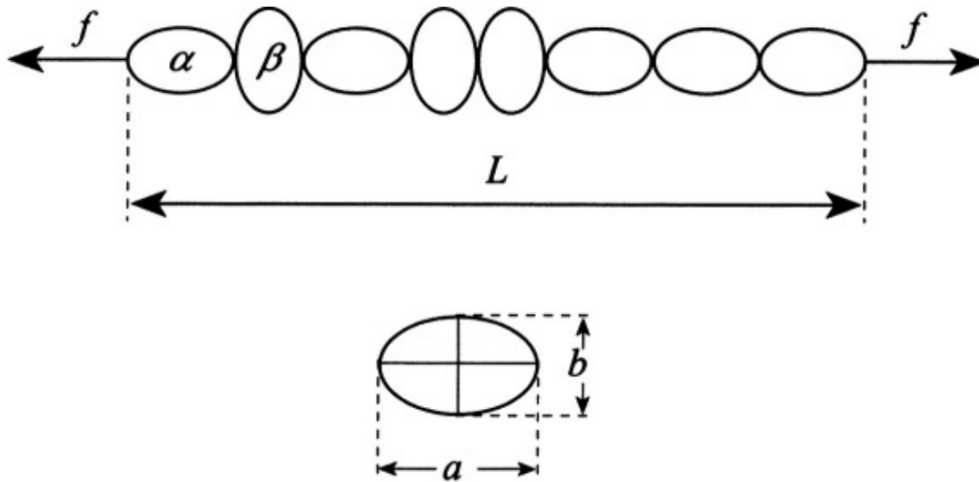
4. Mikrokanonické rozdělení

Atom vodíku se nachází v hladině $n = 3$. Za předpokladu, že obsazení energiových hladin je dáno mikrokanonickým rozdělením, spočítejte pravděpodobnost toho, že se atom nachází ve stavech se stejným vedlejším kvantovým číslem l .

■ Domácí úkoly

1. Molekulární řetěz

Uvažme jednodimenzionální molekulární řetěz obsahující N molekul, které se mohou nacházet v konfiguracích α a β s energiemi ε_α a ε_β a délkami a a b . Na řetěz působíme tažnou silou f .



- Napište partiční funkci Z_N pro tento systém.
- Spočítejte střední hodnotu délky $\langle L \rangle$ řetězu jako funkci síly a teploty τ .
- Předpokládejte, že $\varepsilon_\alpha > \varepsilon_\beta$ a $a > b$. Určete střední hodnotu délky $\langle L \rangle$ při absenci tažné síly $f = 0$ jako funkci teploty. Jaké jsou vysoko- a nízko-teplotní limity? Jaká je velikost charakteristické teploty, při které dojde ke změně jednoho limitního případu na druhý?
- * Spočítejte lineární odezovou funkci

$$\chi = \left(\frac{\partial \langle L \rangle}{\partial f} \right)_{f=0}.$$

Ukažte, že $\chi > 0$.

2. Zip

Zip má N dílků; každý dílek může být v uzavřeném stavu s energií 0 a ve stavu otevřeném s energií ε . Požadujeme, aby se zip otevíral postupně z jedné strany (např. z levé) a n -tý článek se může otevřít pouze pokud všechny předchozí články $(1, 2, \dots, n-1)$ jsou již otevřené. Spočítejte partiční funkci. (Tento model se někdy používá pro molekuly DNA).

3. Partiční funkce volné částice

spočítejte partiční funkci částice ideálního plynu, který se nachází v rovnováze s tepelným rezervoárem o teplotě T . Plyn je uzavřen v nádobě tvaru koule s poloměrem R .