Přírodovědecká fakulta
Masarykovy Univerzity v Brně

SVĚTELNÉ KŘIVKY DOSVITŮ

Filip Hroch

Brno 2004

Obsah

1. Úvod **6**

2. Možná korelace mezi gama záblesky a ostatními objekty **18**

2.1. Supernovy . . . 18
2.2. Korelace mezi BeppoSAX a RXTE lokalizacemi gama záblesků a historickými supernovami . . . 19
2.3. Rozložení supernov po obloze . . . 21

3. Světelné křivky supernov **23**

3.1. Úvod . . . 23
3.2. Výbuch . . . 25
3.3. Difuze záření . . . 26
3.4. Pozorovaný světelný tok . . . 27
3.5. Zářivý výkon povrchu supernovy . . . 28
3.6. Evoluční rovnice supernovy . . . 29
3.7. Rovnice po zahřátí . . . 30
3.8. Řešení bez vyzařování . . . 33
3.9. Řešení s vyzařováním . . . 34
3.10. Radioaktivní ohřev . . . 37
3.11. Světelná křivka . . . 40
3.12. Pozorovaná světelná křivka . . . 41
3.13. Světelné křivky supernovy 1998bw . . . 43
3.14. Světelná křivka supernovy 2003du . . . 47

4. Světelné křivky dosvitů **49**

4.1. Vlastnosti světelné křivky . . . 49
4.2. Vlastnosti barevných křivek dosvitů . . . 50
4.3. Relativistické zesílení světla . . . 53
4.4. Evoluční rovnice . . . 55
4.5. Geometrie dosvitu . . . 57
4.6. Řešení evolučních rovnic . . . 63
4.7. Spektrum dosvitu . . . 64
4.8. Výpočet světelné křivky . . . 64
4.9. Ultrarelativistická aproximace . . . 67
4.10. Aplikace na reálná data . . . 69
4.10.1. OA 970508 . . . 69
4.10.2. Další dosvity . . . 71

5. Závěr **80**

A. Popis relativistických pohybů **86**
A.1. Spinory 87
A.2. Použití spinorů 90
A.3. Relativistické pohyby 93

Seznam symbolů a zkratek

BeppoSAX	Beppo Sattelite per Astronomia X
INTEGRAL	International Gamma-Ray Astrophysical Observatory
GRB	Gamma Ray Burst
OA	Optical Afterglow
OT	Optical Transient
IAUC	International Astronomical Union Circular
SN	Supernova
SMM	Solar Maximum Mission
BATSE	Burst And Transient Source Experiment
RXTE	Rossi X-Ray Timing Explorer
NGC	New General Catalogue
UGC	Uppsala General Catalogue
IC	Index Catalogue
MGC	Millenium Galaxy Catalogue
GCN	GRB Coordinates Network
R	poloměr
$\mathcal{R}$	poloměr ve vlastním souřadném systému
t	čas
c	rychlost světla
τ	vlastní čas
L	zářivý výkon
$\mathcal{L}$	zářivý výkon ve vlastním souřadném systému
m	magnituda
l	dráha
λ	střední volná dráha, vlnová délka
σ	účinný průřez, statistická střední odchylka
n, n_+, n_-, n_γ	počet částic
ϱ	hustota
κ	opacita, spektrální index
$\mathbf{F}$	tok energie, částic
$\mathbf{r}, r$	polohový vektor, radiální souřadnice
$\mathbf{n}, n$	normálový vektor
θ, ϕ	sférické souřadnice
E, e, ϵ	energie, specifická energie, exentricita
V, u	objem, specifický objem
h	Planckova konstanta
k	Boltzmanova konstanta
σ_k	Stefan-Boltzmanova konstanta

a	$4\sigma_k/c$
$\mathbf{v}, v$	vektor rychlosti, rychlost
p, p_g, p_r	tlak, tlak záření a plynu
$\mathbf{f}$	objemová síla
s	specifická entropie
T	teplota
G	gravitační konstanta
R_0	počáteční poloměr
v_0	expanzní rychlost
x	relativní délková souřadnice
M	celková hmota
Φ	časová část teploty
Ψ	prostorová část teploty
N_A	Avogadrovo číslo
α, δ	vlastní číslo, mocninný index
A, B	integrační konstanty
τ_0, τ_h	difuzní a expanzní časová konstanta
ϵ_x, e_x, t_x	rozpadová energie a poločas obecného prvku x
I_M, I_E	moment hmoty, energie
$B(\lambda, T)$	Planckova funkce
$f_i(\lambda)$	spektrální průběh filtru
$\mathcal{I}, I$	intenzita, vlastní intenzita
$\mathcal{D}$	Dopplerův faktor
T, T_g, T_e	tenzor energie-impulsu
g	metrický tenzor
D, d	vzdálenost
$\eta(x)$	průběh hustoty

Kapitola 1.

Úvod

Současnou astronomickou vědou otřásají gama záblesky. Od jejich objevu, který byl publikován před třiceti lety v článku Klebesadela, Stronga a Olsona (1973), představují jednu z největších záhad dnešní astronomie. Jde o velmi intenzivní záblesky primárně pozorované v oblasti gama. Pozorované gama záblesky se objevují nečekaně, zhruba jednou denně. Záblesky přicházejí z libovolného směru. Přitom není jasné co jsou, a proč mají takové vlastnosti, jaké mají.

Sprška gama fotonů je největším a nejdůležitějším projevem gama záblesku. Přesto mají některé záblesky projevy i v nízkoenergetické oblasti spektra. Některé z gama záblesků jsou pozorovány v rentgenové oblasti. To umožňuje jejich přesnější lokalizaci. Gama detektory devadesátých let umístěné na oběžné dráze pracovaly na principu triangulace — polohu zdroje určovaly z rozdílu příchodů signálu do jednotlivých detektorů nebo k jednotlivým družicím. Časové rozlišení a omezená velikost pak limitovala přesnou lokalizaci gama záblesku. Naproti tomu rentgenové dalekohledy mají reflexní optiku s nesrovnatelně lepším rozlišením. Detekce rentgenových fotonů od gama záblesků a přesnější lokalizace se podařila do dnešní doby v několika stovkách případů. Řada z nich byla pozorována i opticky, což vedlo v roce 1997 k objevu dosvitů. V současnosti nesou některé družice na palubě přímo zobrazující gama dalekohledy, které mají rozlišení vhodné pro následnou detekci dosvitu optickým přístrojem (Integral (2000)).

Zásadní pokrok v pozorování gama záblesků přineslo vypuštění družice BeppoSAX, která nesla na své palubě detektory gama fotonů i rentgenový teleskop a byla schopna v případě zachycení gama záblesku dostatečně rychle zahájit pozorování rentgenovým dalekohledem. Pokud byl objekt aktivní i na větších vlnových délkách, mohla jej zachytit a tak výrazně zpřesnit polohu. Před BeppoSAXem bylo sice určení přesné polohy také možné na základě meziplanetární sítě, ale tento postup trval tak dlouho, že naděje na zachycení dosvitu byla mizivá.

Každý gama záblesk (GRB — gamma ray burst) je označován v astronomických katalozích datem, kdy nastal. Například GRB 970228 byl detekován 28. února 1997. Pozoruhodné na tomto gama záblesku bylo to, že se poprvé podařilo určit jeho přesnou polohu a následně pozorovat v udaném daném místě velmi slabý, rychle slábnoucí, objekt. Takovýto objekt se odborně nazývá “dosvit”(OA — optical afterglow). Dosvit se projevuje nejen v rentgenové a optické oblasti, ale je často pozorovatelný i rádiově. Obecně jsou optické protějšky gama záblesků již dlouhou dobu předmětem pátrání, ale dosvity od GRBů se pozorují relativně velmi krátkou dobu.

Dosvit a gama záblesk jsou dva různé jevy, byť spolu úzce souvisejí. Příkladem typického průběhu obou jevů může být GRB 990123. V tomto případě měl gama záblesk trvání necelých sto sekund se dvěma výraznými vrcholy a následným pozvolným sestupem v rozsahu energií několika desítek až tisíc keV. Po této době již nebylo možné tento objekt v gama oboru vůbec zachytit. Naproti tomu transient, pozorovaný v optické oblasti, se zjasňoval asi 30 s po okamžiku detekce prvního zvýšeného toku gama a přibližně od této doby se začal s naprosto rozdílným časovým průběhem zeslabovat. Toto zeslabování bylo možné pozorovat v podobě dosvitu ještě několik desítek dní po GRBu. Z těchto důvodů nelze vzájemně zaměňovat gama záblesky a dosvity, jak se často stává. Jak již bylo řečeno, v době největší svítivosti dosvitu nemusí být gama záblesk již vůbec pozorovatelný.

Vzhledem k tomu, že astronomie gama záblesků je relativně mladý obor, názvosloví v něm ještě není zcela ustálené, ale obvykle se označením OT (optical transient, prompt optical afterglow) myslí optická emise těsně následující GRB a pod pojmem OA (delayed optical afterglow) pak optický dosvit, tedy pomalu a dlouho se zeslabující objekt. Zvláště komplikovaná situace je při překladu takovýchto nových názvů do cizích jazyků, v našem případě do češtiny. V této práci používáme termíny, které navrhl J. Grygar (Hudec (1996–2004)). Samotný název “gama záblesk”, pocházející pravděpodobně od Z. Urbana, je vyloženě nevhodný, protože budí dojem, že jde o krátkotrvající jev, což často není pravda (rekord v délce drží podle článku Fishman and Meegan (1995) jeden a půlhodinový záblesk). Vhodnější by mohlo byt používat doslovný překlad “gama exploze” nebo ”gama výšleh” nebo případně “gama výbuch”.

Již od gama zábleskové prehistorie se lidé snažili určit, kde vznikají. Vůbec nejdůležitější zjištění spočívalo v konstatování, že nepřicházejí ze Země. Gama záblesky byly totiž objeveny sítí vojenských satelitů, které sloužily ke kontrole dodržování zákazu atomových výbuchů v zemské atmosféře. Vzhledem k tomuto poslání se vědecký svět dozvěděl o existenci záblesků až v roce 1973, i když první z nich byl detekován už roku 1967 a správně byla určena jeho mimozemská poloha.

25. dubna 1998 detekoval tým družice BeppoSAX[1] gama záblesk označený

[1]Malá část gama záblesků je simultánně zachycena evropskou družicí BeppoSAX i americkým Comptonem. Naneštěstí v době záblesku byly pozemní servisní stanice Comptonu mimo provoz,

jako GRB 980425. Následné intenzívní optické monitorování oblasti pozemními teleskopy sice neodhalilo žádný rychle slábnoucí optický protějšek — dosvit v chybovém boxu z BeppoSAXu, ale zato se podařilo odhalit v jeho těsné blízkosti supernovu označenou jako SN1998bw (IAUC 6884). Následným pozorováním se podařilo určit typ supernovy a v říjnu 1998 BeppoSAX tým opravil polohu o vliv systematických chyb, takže SN1998bw do chybového boxu padla. Na základě těchto faktů vyvstávají přirozené otázky: Jaká je pravděpodobnost, že nějaká supernova padne do chybového boxu? Jaký je (a je vůbec) rozdíl, mezi světelnými křivkami dosvitů a supernov? Jak lze odlišit dosvity a supernovy na základě světelné křivky? Pocházejí gama záblesky ze supernov?

Nápadná korelace se supernovou ovšem není jediná souvislost gama záblesku s nějakým objektem. Dalšími možnými kandidáty jsou všechny extragalaktické objekty, nejspíše kvasary nebo aktivní galaktická jádra (Active Galactic Nuclei — AGN). Řada pozorovaných dosvitů byla lokalizována v těsné blízkosti nebo na pozadí nějaké galaxie. Nabízí se proto i možnost, že by gama záblesky mohly souviset s nějakým procesem v galaxii. Jeden z případů tohoto typu byl GRB 970508, kdy podobně jako v řadě dalších případů se podařilo zachytit také velmi slabou galaxii, do jejíhož obrazu se promítá poloha dosvitu. Takovouto poziční koincidenci je možné interpretovat tak, že gama záblesk vznikl v této galaxii. Z tohoto důvodu se taková galaxie označuje jako mateřská nebo též hostitelská (v originále — host galaxy).

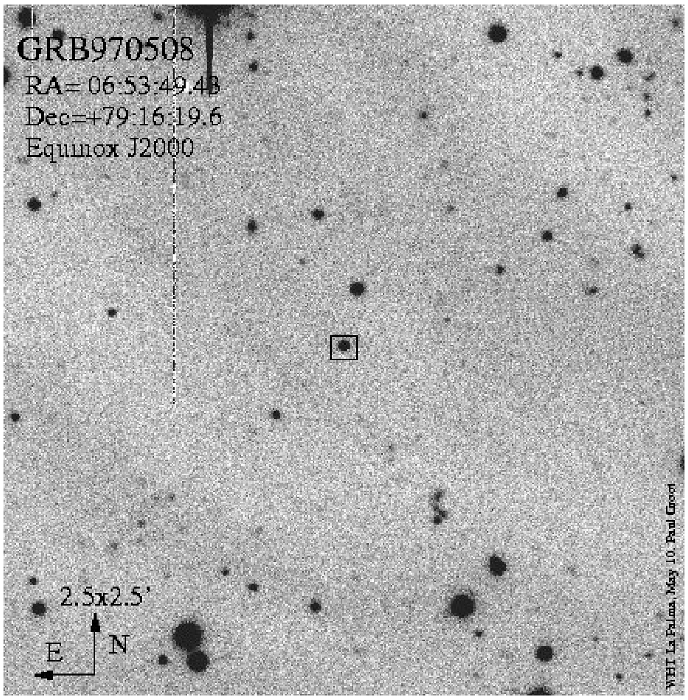
V tabulce 1.1 je uvedeno všech padesát gama záblesků, po kterých se dosud podařilo zachytit dosvit. Ke každému dosvitu je uveden odkaz na světelnou křivku a dále odkaz na práci obsahující informace o detekci mateřské galaxie. Těchto několik desítek zaznamenaných dosvitů nepředstavuje dostatečný statistický materiál ke zpracování, ale přesto se na jeho základě v Závěru (5) pokusíme odhadnout některé pravděpodobné obecné vlastnosti dosvitů.

Tato práce měla být zaměřena především na hledání korelací (časových i pozičních) mezi optickými protějšky gama záblesků a jinými extragalaktickými objekty. Protože ale zadání pochází ze začátku roku 1996, kdy o dosvitech neměl ještě nikdo ani potuchy, a tím méně o spojitosti OT a galaxií, nebylo možné směrovat tuto práci hned od začátku na světelné křivky dosvitů. Avšak pokrok v této oblasti postupoval rychle, v průběhu posledních 8 let se zcela změnil všeobecný pohled na celou problematiku, proto jsme práci zaměřili na jediný ale aktuální konkrétní problém (nicméně korelace jsou studovány v kapitole 2).

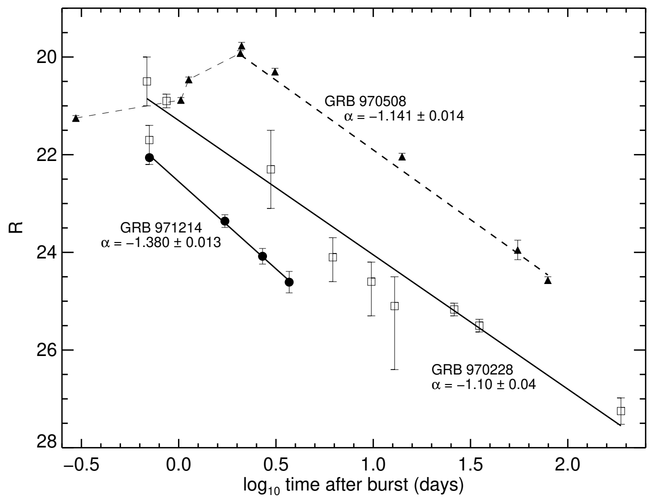
Podle přehledového článku Fishman a Meegan (1995) existuje přes sto publikovaných teorií, které se snaží vysvětlit vznik gama záblesků. Vesměs jde jen o velmi přibližné modely (často jen o různé jednoduché myšlenky), které řádově předpovídají celkovou energii uvolněnou při gama záblesku. Některé jsou schopné navrhnout časový průběh světelné křivky nebo tvar či charakter spektra.

Na obrázcích 1.2 až 1.4 jsou pozorované světelné křivky dosvitů.

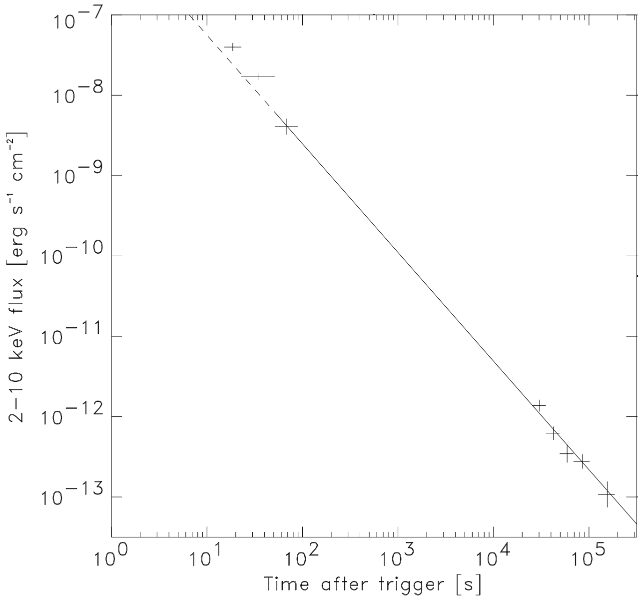
protože došlo k výpadku elektrického proudu a tak byl tento záblesk identifikován v datech na družici později.



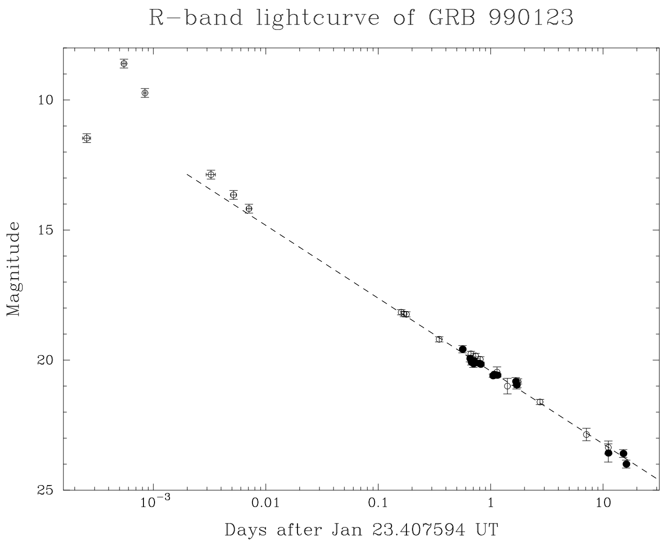
Obrázek 1.1: Ukázka pozorování dosvitu. Jde o dosvit po GRB 970508, který bude dále podrobněji analyzován. Tento snímek získal P. Groot (1998)



Obrázek 1.2: Srovnání světelných křivek některých dosvitů s dosvitem po GRB 971214. Tento graf je převzatý z práce Dieckers et al (1998).



Obrázek 1.3: Světelná křivka dosvitu po GRB 980329 v rentgenové oblasti. Tento graf je převzatý z práce Bloom et al.(1998).



Obrázek 1.4: Světelná křivka optického transientu (body vlevo) a dosvitu po GRB 990123. Tento graf je převzatý z práce Galama et al (1999).

Nejnápadnější vlastností, které si můžeme všimnout, je prakticky jednotný vzhled s lineárním poklesem jasnosti vynesené v logaritmické časové škále. To je typické chování všech dosvitů pro časové období jedné desetiny dne a víc po záblesku.

Do konce roku 2003 bylo pozorováno kolem padesátky dosvitů. Všechny vykazují stejný bodový vzhled bez jakékoli pozorovatelné struktury. Jejich jasnost s časem rychle klesá. Přes základní podobnost má řada z nich složitou světelnou křivku. Jejich magnitudy jsou v rozsahu od 16 do 27 s typickou hodnotou kolem 20. Všechny dosud pozorované dosvity mají své mateřské gama záblesky, ale ne všechny gama záblesky své dosvity. Poměr pozorovaných a temných (jak se označují nepozorované dosvity) je asi 5:1 (Greiner (2004))).

Obecná charakteristika pozorovaná u všech dosvitů bez výjimky je mocninný pokles jasnosti ($L \propto t^{-\alpha}$, $m \propto -\alpha \log t$) (Rees and Meszaros (1994), Waxman (2003)). Takovéto chování je dosti neočekávané, zejména srovnáme-li jej s poklesem jasnosti supernovy, jakožto prototypu katastrofického procesu v astrofyzice. Předpokládáme, že je dosvit způsoben rozpínající se plazmou. Jak se plazma rozpíná, tak se chladí, jak expanzí tak vyzařováním přičemž její teplota klesá exponenciálně, tedy očekáváme exponenciální pokles jasnosti ($L \propto \mathrm{e}^{-t}$, $m \propto -t$), který je nekonzistentní s mocninným poklesem.

Pokud bychom se pokusili popsat mocninný pokles v rámci klasické teorie supernov, museli bychom předpokládat dodatečný zdroj energie v obálce. V případě supernov je jím radioaktivní rozpad. Vzhledem k jeho povaze ale modifikuje pouze časové měřítka, ale ne tvar časové závislosti.

Přesto může být teorie supernov inspirující. Víme, že dobře funguje pro malé expanzní rychlosti několika tisíc kilometrů za sekundu. Její rozšíření na větší rychlosti nám může ukázat nové, dosud neprozkoumané efekty a tak poskytnout přístup k řešení problému světelné křivky dosvitů.

Standardně uznávaný model pro gama, optickou a radiovou emisi pro gama zablesk je tzv. fireball model (Waxman (2003)). Je založen na principu rázové vlny procházející okolním prostředím. Tato vlna stlačuje a zahřívá okolí gama záblesku a mění jeho fyzikální charakteristiky tak, že vede k extrémnímu zahřátí plazmy, která se pak následně chladí a přitom je možné pozorovat mocninný pokles.

V této práci je předložen model založený na zobecnění modelu obálky supernovy (bez radioaktivního ohřevu) při relativistické rychlosti expanze. Časový průběh světelné křivky, má pak tvar podobný právě pozorovaným křivkám dosvitů. Přirozeným způsobem se vysvětlí i červenání dosvitu. Nicméně i přes tyto zásadní přednosti má takovýto model jisté nedostatky které budou diskutovány v kontextu tohoto modelu.

K tomu abychom mohli přejít z obecných úvah na konkrétní matematický popis musíme přijmout několik důležitých zjednodušujících předpokladů: 1. expanze je sféricky symetrická, 2. hmota účastnící se expanze a vyzařování má vlastnosti ideálního plynu bez viskozity, který je v lokální termodynamické rovnováze, 3. pracujeme ve slabém gravitačním poli a nemusíme brát v úvahu efekty Obecné teorie relativity.

Sférická expanze je přirozený důsledek izotropních počátečních podmínek, nicméně může být narušena okolním materiálem, magnetickým polem nebo jinými efekty. Zejména výskyt okolního materiálu je očekávatelný, nicméně pro jednoduchost předpokládáme expanzi do vakua.

V této práci se nebudeme zabývat detaily ani příčinami procesu, který expanzi způsobil. Pouze předpokládáme, že nastavil počáteční podmínky expanze, jako je počáteční poloměr, expanzní rychlost, chemické složení a hustotu.

Přestože je zde rozpracován model dosvitu na základě studia supernov, nejde v žádném případě o potvrzení jakékoliv souvislosti mezi příčinami vzplanutí supernov a gama záblesků s dosvity. V 2 kapitole jsou uvedeny některé moje práce zabývající se statistickými korelacemi mezi polohami supernov a gama záblesků (dosvitů).

Kapitola 3 je věnována výpočtu světelné křivky supernovy jakožto prototypu explozivního děje. Jsou zde uvedeny základní rovnice popisující expandující obálku objektu tvořeného ideálním fotonovým plynem. Tato obálka se ochlazuje expanzí a radiační difuzí. Radiační difuze je vlastně způsob, jakým ze supernov uniká zářivá energii do okolí. Naopak je obálka supernovy zahřívána teplem vznikajícím při radioaktivním rozpadu prvků, vzniklých nukleosyntézou v jádru vybuchující hvězdy. Získané výsledky jsou aplikovány na světelnou křivku supernovy 1998bw a 2003du.

Model vycházející z modelu supernovy je pak v kapitole 4 přepracován se započítáním relativistické expanze, ovšem s tím omezením, že plyn nemá vlastní zdroje energie (na rozdíl od supernov s radioaktivním ohřevem). Tento model je použit k výpočtu křivek některých známých dosvitů.

Relativistic fireball modely Popsaný model patří do třídy tzv. “relativistic fireball” (česky “relativistická ohnivá koule”) modelů, které vysvětlují světelné křivky gama záblesků (a tedy i dosvitů) jako časovou změnu zářivého výkonu relativisticky se rozpínající koule plynu s vysokou teplotou. Jednotlivé modely se liší časovou závislostí i mechanizmy uvolňování energie (chlazení).

Fireball modely jsou založené na chování ultrarelativistické adiabatické rázové vlny tak jak byla odvozena v článku Blandford and McKee(1976). Energie, rychlost, poloměr a ostatní charakteristiky hmoty jsou v ní určitým způsobem vázány, takže je možné najít časovou závislost veličin popisujících plazmu (například hustota, synchrotronová frekvence) a vypočítat celkový vyzářený výkon. Tyto myšlenky jsou základem pro tzv. wind interaction model (Chevalier and Li(2003)).

Wheeler (1999) předkládá hypotézu, že optické světelné změny jsou způsobeny asymetrickou expanzí obálky supernovy. Celou situaci si představuje tak, že v okamžiku výbuchu je plyn v obálce ovlivněn silným dipólovým magnetickým polem centrálního kompaktního objektu (neutronová hvězda). To vede k tomu, že hmota není z obálky vyvržena sféricky symetricky, ale že se vytvoří dva kolimované svazky (jety), v jejichž důsledku se světelná křivka obyčejné supernovy deformuje.

Klasický model tohoto typu je uveden v praci Mészárose a Reese (1994). Z úvah uvedených v tomto článku se odvíjí všechny ostatní modely, které později Mészáros, a někteří další, publikoval. Základem je relativisticky se pohybující množství blíže nespecifikovaného materiálu, který při svěm pohybu narazí na nehomogenitu například v podobě mezihvězdné hmoty. Při takovémto ději vznikne relativisticky expandující bublina — relativistická obdoba rázové vlny — a přitom vzniká gama záblesk. Jak porucha expanduje, chladne, což se projevuje charakteristickou exponenciálně nebo mocninně klesající jasností (pozorovatelnou v širokém rozsahu spektra). Tento pokles jasnosti se pak má pozorovat jako gama záblesk nebo dosvit (v době napsání těchto prvních článků ještě ovšem neměl nikdo ani ponětí o objevu dosvitů). Tvar světelné křivky je dán především silnou deformací obálky, kterou sleduje pozorovatel.

Další práci na podobné téma publikovali Fenimore, Madras a Nayakshin (1996), v níž rozvinuli ideu, jak by se z hlediska pozorovatele na Zemi jevil nekonečně krátký světelný impuls postupně se objevující na kouli zdeformované relativistickou expanzí na elipsoid. Uvedný článek měl za cíl pokus o vysvětlení jistého typu pozorovaných časových průběhů u gama záblesků. Poněkud jiným způsobem přistupuje k celé problematice Katz (1994) jenž se odlišuje především použitým matematickým aparátem, než byl použit v předchozích modelech.

Další model popisující kromě relatistické expanze i hydrodynamiku takové bubliny je v práci Pirana, Shemiho a Narayana (1993). V článku je numericky spočteno řešení pro šíření takové relativistické bubliny, ale bohužel řešení není dovedeno do úplného konce. V článku nejsou obsaženy tvary světelných křivek, ale pouze řešení hydrodynamických rovnic, tedy průběhy rychloti, hustoty atd.

Model, který se principiálně nejvíc podobná svým charakterem i myšlenkou, výše popsanému modelu, je Gruzinov a Waxman (1999). Základem modelu je expandující rázová vlna, která se ochlazuje vyzařováním synchrotronního záření. Jsou odvozeny světelné křivky a polarizace záření, které bychom měli pozorovat.

Všechny popsané modely mají řadu společných momentů. Všechny jsou například schopné vysvětlit vzhled světelných křivek. Všechny uvažují kosmologické vzdálenosti gama záblesků. Jako procesy emitující záření jsou uvažovány Comptonův rozptyl, sychrotronové záření, případně jiné známé z pozemských laboratoří a související nějakým způsobem s emisí gama záření. Dále všechny tyto modely počítají s existencí rázových vln sloužící na urychlení nebo zahřátí látky. S tím souvisí také to, že všechny modely jsou buď velmi aproximativní nebo numerické, protože analytické řešení pohybu rázových vln zatím není známo, viz Landau, Lifšic (1988).

Model popsaný v této dizertaci se od uvedených v mnoha ohledech liší. Především úplně zanedbávám vliv rázových vln. Podle tohoto modelu, shodně s všeobecnými názory na hydrodynamiku supernov, rázové vlny slouží pouze na urychlení a stlačení materiálu obálky v počáteční krátké fázi do maxima. Po tomto počátečním období už lze jejich vliv na pozorovaný dosvit uplně zanedbat. Takovýto přístup k řešení umožnil úplně vypustit komplikované numerické řešení rovnic rázových vln a umožnil užití pouze analytických metod.

Další rozdíl uvažovaného modelu spočívá v časové závislosti zářivosti objektu v jeho klidové souřadné soustavě. Zde byl použit jistý konkrétní model (3.48) založený na předpokladu, že materiál při své expanzi splňuje zákon zachování energie. Časová změna klidového zářivého výkonu je základní fyzikální vlastností, bez jejíž znalosti bychom pozorované světelné křivky správně nepopsali. Ostatní modely se liší především jiným fyzikálním mechanismem ochlazování.

Late SN modely Zcela odlišným typem modelů snažících se vysvětlit některé z rysů světelných křivek dosvitů jsou modely typu "opozděná světelná křivka".

V poslední době získaly na popularitě modely, které vysvětlují "hrb" pozorovaný v konečných stádiích dosvitu jako "late SN". Podle nich vznikne někdy v čase kolem gama záblesku supernova, která má maximum právě v době, kdy se na křivce objevuje "hrb". K této hypotéze nejvíc důvodů zavdala poziční koincidence mezi SN 1998bw a GRB 980425, ale existuje řada prací na podobné téma, popisující podobné chování i v ostatních případech.

Například v článku Reichart (1999) je podrobně popsán postup, hypotéza, na základě kterého je u dosvitu po GRB 970228 konstruován posun světelné křivky SN 1998bw tak, aby objasnil pozdější "hrbol" na světelné křivce dosvitu. Nejde tedy o model celé světelné křivky, ale jen jisté části její pozdní fáze. Viz též Bloom (2003).

Astronomická fotometrie Běžně používané astronomické pojmy pochází z doby kdy neexistovaly fyzikální základy nauky o světle, ale přesto bylo potřeba nejakým způsobem kvantifikovat záření nebeských objektů. Proto v astronomické fotometrii existují historické veličiny, které nebyly původně odvozené z fyzikálních veličin a teprve později byl intuitivní význam podložen fyzikální definicí. Protože důkladný popis všech detailů kolem měření záření nebeských objektů by pravděpodobně vydal na samostatnou práci, zmíním se jen o těch veličinách, které se přímo týkají popisované problematiky.

Nejdiskutovanější věcí, se kterou jsem se při psaní práce potýkal, byla "magnituda". Historicky jde o zařazení hvězd tak, aby nejjasnější hvězdy pozorované okem byly rozlišené od viditelně slabších hvězd. Po staletí byla tato hrubá klasifikace přijímána, ale v okamžiku, kdy lidstvo bylo schopné měřit záření, začalo jít o umělou klasifikaci. Proto asi v polovině 19. století navrhl Pogson vztah mezi magnitudou a světelnou intenzitou ve tvaru $m = m_0 + 2.5 \log_{10}(I/I_0)$ (kde m_0 je nulový bod škály volený tak, aby se přibližně dodržela historická klasifikace, I a I_0 jsou pak světelné intenzity a logaritmus je desítkový), originál Pogsonovy práce není běžně k disposici a proto není úplně jistý přesný význam veličin jak byly Pogsonem navrženy). Podle definice je jasné, že takto definované m je určité měřítko bezrozměrného poměru intenzit. Nemá tedy jednotku a dokonce to ani není veličina náležející do nějakého mezinárodního systemu jednotek. Všeobecně je Pogsonova měřítka (magnitud) používáno v řadě různých významů. Právě jeho vhodně navržený tvar ho předurčuje jako ideální míra pro porovnávání poměrů veličin různých významů, které redukuje na jednotnou škálu.

Přesto jde pouze o speciální tvar logaritmického vyjádření nějaké veličiny. J. Hollanem byla navržena (Hollan (1999)) veličina nazývaná hvězdná velikost definována právě Pogsonovou rovnicí s jednotkou magnituda (mag). Takováto definice pak umožňuje vyjadřování typu “hvězdná velikost tohoto objektu je 2.3 mag”. V současné době tato elegantní veličina není všeobecně přijata a proto její používání není nijak závazné a tudíž ani v této práci se tato konvence nijak nedodržuje.

Moderní astronomické přístroje mohou měřit tok energie záření, tedy energii dopadající od daného objektu na jednotku plochy za sekundu v určitém spektrálním intervalu (udávanou například v $\mathrm{erg} \cdot \mathrm{cm}^{-2} \cdot \mathrm{s}^{-1}$). V případě světla je tímto energetickým tokem intenzita, která je daná vystředováním kvadrátu časově proměnné amplitudy kmitů elektromagnetického pole. Z poměru těchto intenzit pak lze odvodit měřené magnitudy.

Magnitudy je možné použít i v případě, kdy nejde přímo o veličiny, které lze alespoň v principu změřit. Například je možné použít energii vyzářenou z jednotkového povrchu objektu.Pokud se budeme zajímat o časovou proměnnost magnitud získaných měřením nějakého objektu a magnitud získaných z dobrého teoretického modelu, bude časový průběh magnitud určených oběma způsoby přesně odpovídat ačkoli původ obou veličin je zcela rozdílný. V teoretické části této práce je spočten zářivý výkon objektu (supernovy nebo dosvitu) v závislosti na čase, z něj je odvozena světlná křivka v magnitudách, která je pak srovnána s pozorováními opět přepočítanými z energiových toků na magnitudy.

Další často užívanou veličinou je luminozita, jakožto celková vyzářená energie nějakým objektem z jednotkové plochy povrchu za sekundu v specifikovaném energetickém intervalu. V práci se jako anglický ekvivalent pro “luminosity” používá termín “zářivý výkon”. Mnohem vhodnější výraz by byla “svítivost” která je ale již rezervovaná pro veličinu definovanou analogicky ovšem s přesně vymezeným profilem filtru odpovídajícím spektrální citlivosti oka a nelze ji tedy použít pro obecné účely popisu zářivých výkonů.

GRB	křivka ?	mateřská galaxie ?	$d('')$
970228	Obrázek 4.1	ano, Fruchter et al. (1997a)	0.3
970508	Obrázek 4.15	ano, Fruchter et al. (1997b)	< 0.01
971214	Obrázek 1.2	ne	
980326	Groot et al. (1998)	nejisté, Groot et al. (1998)	
980329	Obrázek 1.3	nejisté, Djorgovski et al. (1998b)	
980519	–	ano, Sokolov et al. (1998b)	
980613	–	ano, Djorgovski et al. (1998a)	
980703	–	ano, Sokolov et al. (1998a)	
990123	Obrázek 1.4	ano, Odewahn et al. (1999)	0.648 ± 0.1
990510	Obrázek 4.16	ne?	
990705	–	ne?	
990712	–	ano, Fruchter et al. (1999a)	< 0.1
991208	–	ano, Fruchter et al. (1999)	~ 1
991216	ano	ne	
000131	–	ne	
000301C	Stanek et al.(2000)	ne	
000418	ano	ne	
000630	–	ne	
000911	–	ne	
000926	ano	ano, Harrison et al. (2000)	v jetu?
001007	–	ne	
001011	–	ne	
010222	Fruchter et al. (2001)	ne?	
010921	–	ano, Bloom et al. (2001a)	~ 1
011121	ano	ano, Bloom et al. (2001)	~ 1
011211	ano	ano, Burud (2001)	~ 0.5
020124	Berger et al. (2002)	ano, Bloom et al. (2002)	~ 1
020305	Gorosabel (2002)	ano, Gorosabel (2002)	~ 1
020322	Burud (2001)	ano, Burud (2001)	~ 1
020331	–	ne	
020405	Bersier (2002)	ano, Hjorth (2002)	~ 1
020813	ano	ano?	
020903	Malesani (2002)	ano, Levan et al. (2002a)	< 0.1
021004	ano	ano, Levan et al. (2002)	< 1

Tabulka 1.1: Dosvity pozorované do poloviny roku 2004. V prvním sloupci je uveden gama záblesk, po kterém se pozoroval daný dosvit. Ve druhém je odkaz na křivku dosvitu nebo slovo "ano" pokud nebyl nalezen článek shrnující pozorovaná data. Pomlčka znamená, že se dosvit nepodařilo zachytit, data jsou minimální, roztříštěná nebo z jiného důvodu nepoužitelná. Třetí sloupec obsahuje odkaz na případné pozorování mateřské galaxie, na pozadí které se záblesk objevil. Ve čtvrtém sloupci je v některých případech uvedena úhlová vzdálenost mezi fotometrickým těžištěm mateřské galaxie a dosvitem (velmi nejisté). Pro srovnání uvedeme, že SN1998bw byla od jádra své mateřské galaxie vzdálena $11.5''$. V tabulce je obsaženo 50 dosvitů.

... Pokračování tabulky 1.1 ...

GRB	křivka ?	mateřská galaxie ?	d (“)
030115	–	ne	
030226	–	ne?	
030227	–	ne	
030323	–	ano	
030324	–	ano, Smith et al. (2002)	
030328	–	ne	
030329	Obrázek 4.17	ne?	
030418	Rykoff et al. (2003)	ne	
030429	–	ne	
030528	–	ne	
030723	Dullighan et al. (2003a)	ano, Fynbo et al. (2003)	
030725	Dullighan et al. (2003)	ne	
031203	–	ne	
031220	–	ne	
040106	–	ne	
040511	–	ne	

Kapitola 2.

Možná korelace mezi gama záblesky a ostatními objekty

2.1. Supernovy

Vzplanutí supernovy SN 1998bw ve stejném čase a v těsné blízkosti polohy gama záblesku GRB 980425 vedlo k doměnkám o případné spojitosti mezi supernovami a gama záblesky. Je až s podivem, kolik lidí takováto možnost napadla, přestože je všeobecně známo, že obálka supernovy se stává propustnou pro gama fotony teprve v průběhu několika desítek dní po kolapsu (optickém maximu), kdy se objevuje čarové spektrum radioaktivního ^{56}Co, který se rozpadá a zahřívá obálku SN (Wheeler (1990)). Gama záření SN 1987A bylo poprvé zaznamenáno SMM satelitem a publikována v Matz et al (1988). Protože se projevy gama záření objevují až po relativně delší době, ztěžuje takovéto chování hledání případných časových korelací. Jen těžko lze z faktu, že se na přibližné pozici GRBu objeví dlouho před nebo po pozorování nějaká SN usuzovat na spojitost mezi těmito dvěma jevy.

Přesto bylo v poslední době provedeno několik pokusů o nalezení souvislosti na základě stanovení přesných pozic. Wang & Wheeler (1998) interpretují možnost objevení se GRBu ze SN jako potvrzení teorie "relativistických ohnivých koulí" (teorie "relativistic fireball" bude podrobněji probrána v kapitole 4), která si takový gama záblesk představuje jako rázovou vlnu ze SN, která při svém šíření narazí na nespecifikovanou nehomogenitu (například oblak mezihvězdné hmoty), při které vznikne gama záblesk. To by vysvětlilo, proč gama záblesk vznikl s přesností jednoho dne, v případě supernovy SN 1998bw, těsně po kolapsu, kdy má rázová vlna nějvětší intenzitu. Domněnku, že tento případ není jediný a že existuje silná korelace mezi gama záblesky a supernovami Typu Ib/c se snaží dokázat pomocí ztotožnění pozic známých supernov převzatých z Asiago SN katalogu `http://athena.pd.astro.it/~supern/snean.txt` a s pozicemi záblesků podle družice BATSE `http://www.batse.msfc.nasa.gov` katalogu. Pozice SN jsou přesné (chyba není větší než jedna oblouková vteřina), ale pozice gama záblesků jsou velmi nepřesné s nejistotami několika stupňů a více.

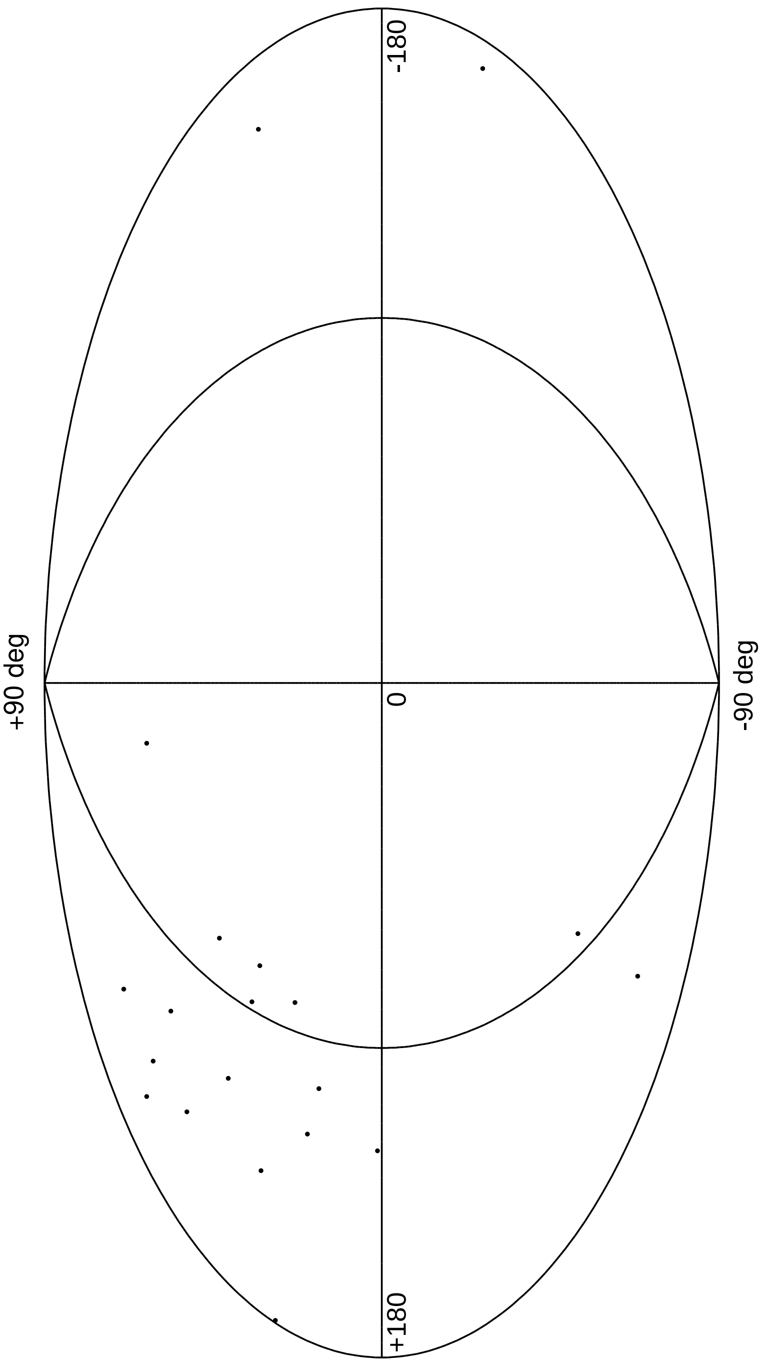
Podstatně lepší data a zcela jiné výsledky jsou obsaženy v článku Kippen et al. (1998). Autoři použili jako zdroj pozic supernov katalog `http://cfa-www.harvard.edu/iau/lists/Supernovae.html` udržovaný Central Bureau of Astronomical Telegrams a jako zdroj pozic gama záblesků BATSE 4B (revised) katalog a přesné pozice záblesků získané z Meziplanetární sítě (jde o několik družic rozložených po Sluneční soustavě označovaných jako Interplanetary Network — IPN, u každé z nich je příchod gama záblesku zaznamenán s jiným zpožděním a umožňují tedy lokalizovat polohu záblesku přesněji). Přesnost polohy je u dobře pozorovaných záblesků, v současné době největší dosažitelná a pohybuje se kolem několika úhlových minut. Závěry tohoto článku jsou v rozporu se závěry článku předchozího. Rozpor autoři vysvětlují tím, že závěry hledání korelací jsou způsobeny velmi malou přesnosti určení poloh pouze pomocí BATSE.

2.2. Korelace mezi BeppoSAX a RXTE lokalizacemi gama záblesků a historickými supernovami

Další reálně použitelnou možnost hledání pozičních korelací mezi gama záblesky a supernovami skýtají přesné pozice získané za pomocí družic BeppoSAX a RXTE, které jsou vybaveny kromě gama detektoru také rentgenovými dalekohledy, takže družice je schopna v krátké době získat přesnou polohu gama záblesku, má-li také dlouhovlnnější protějšek. Přesnost určení je kolem 4'. Za dva roky činnosti nasbírala družice BeppoSAX přes dvacet přesných poloh. Polohy těchto gama záblesků jsou zakresleny v galaktických souřadnicích na obrázku 2.1. Na první pohled patrná anizotropie pozorovaných záblesků pochází z technických vlastností družice, neboť nemonitoruje celou oblohu izotropně, a nemá tedy fyzikální podklad.

Jako katalog přesných pozic supernov byl použit zatím pravděpodobně nejúplnější katalog spravovaný Central Bureau of Astronomical Telegrams `http://cfa-www.harvard.edu/iau/lists/Supernovae.html`. Ten obsahuje údaje o 1443 supernovách detekovaných od roku 1885 (dvě galaktické — z roku 1054 a Tychonova — byly vypuštěny, protože u nich není známá přesná poloha[1]). 763 těchto supernov bylo pozorováno v anonymních galaxiích, 457 v NGC galaxiích, 120 v UGC galaxiích, 56 v IC galaxiích, 34 v MGC galaxiích, 4 galaktické supernovy, 1 supernova objevená družicí IRAS a 1 supernova ve Velkém Magelanově oblaku (1987A). Polohy všech těchto supernov jsou známy s přesností

[1] Pokud ovšem nepočítáme polohu pulsaru v Krabí mlhovině a SN 1054



Obrázek 2.1: Distribuce gama záblesků s přesnými pozicemi v galaktických souřadnicích získaných družicí BeppoSAX.

několika obloukových vteřin. Vstupní katalog neobsahoval supernovu SN 1998bw.

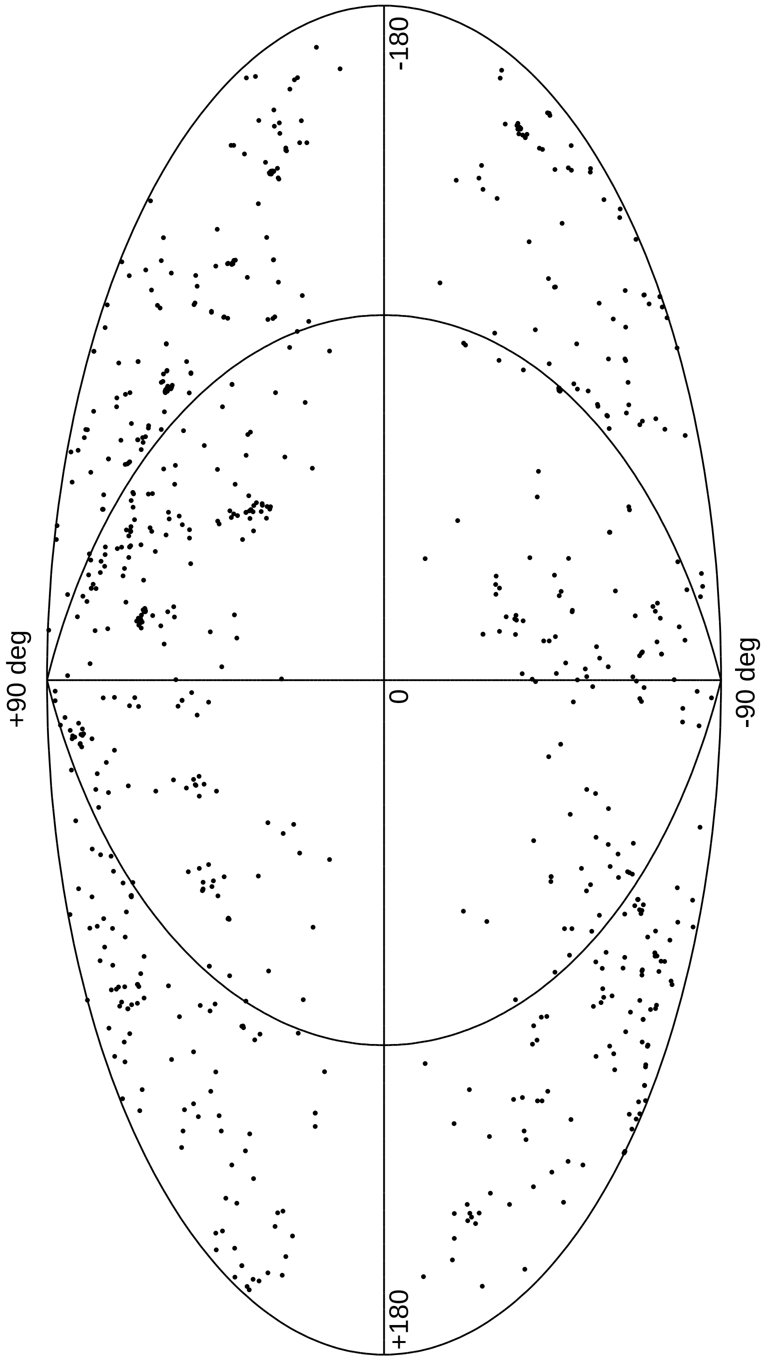
Na základě těchto dvou katalogů jsme se pokusili nalézt gama záblesk s takovou pozicí, která by odpovídala pozici známé supernovy. V několika případech se na základě přesných pozic podařilo najít odpovídající korelaci mezi polohou gama záblesku a SN (Hudec et al. (1999)). Nicméně, při použití jiné metodiky se žádný takový případ identifikovat nepodařilo (Hroch et al. (1999)). V tomto druhém případě byla jako možný detekční limit dána kružnice s poloměrem 3-krát větším než byla udávána nepřesnost polohy záblesku, tedy něco přes 10 obloukových minut. Znamená to, že žádný z přesně lokalizovaných gama záblesků družicemi BeppoSAX a RXTE se nenachází v místech, kde byly pozorovány známé supernovy.

Uvedené hledání ale dokazuje jen prostorovou nekorelaci. Pro hledání důkazu o vztahu supernov a gama záblesků by bylo třeba také vědět, zda v době vzplanutí SN nebyl pozorován také gama záblesk. Bohužel to většinou není u historických supernov možné, takže se musíme omezit pouze na otázku, jestli není možné případné opakování gama záblesku, ale ani to nebylo potvrzeno (Fishman a Meegan (1995)).

Z těchto úvah se zdá pravděpodobné, že gama záblesky nemají žádnou spojitost se supernovami a případné korelace v jednotlivých případech tak můžeme kvalifikovat jako náhodné. Je třeba si uvědomit, že SN byla náhodou pozorována pouze v případě jednoho gama záblesku a je nepravděpodobné, že by se nám nepodařilo zpozorovat ji i v jiných případech. Přes tato fakta se zastánci vzniku gama záblesků ze supernov nevzdávají a přicházejí s novými nápady. Dosvity, u kterých se dosud podařilo odhadnout vzdálenost, mají hodnoty rudého posuvu v rozmezí 1 – 3, a jde tedy o extrémně vzdálené objekty. Mohlo by ale existovat více skupin gama záblesků. Jednou z nich by mohly být záblesky se superhmotných supernov (horní hranice modelů hvězd udává hmotu takové supernovy na asi 50 $M_\odot$ a stáří asi 100 miliónů let) nazývaných "hypernovy" a vznikající v oblastech OB associací. Tuto doměnku předložil Paczyński (1998).

2.3. Rozložení supernov po obloze

Ve spojení s rozložením gama záblesků po obloze, které je dokonale izotropní, je zajímavé také posoudit rozložení známých SN po obloze. To je vykresleno v galaktických souřadnicích na obrázku 2.2. Je jasně vidět, že počet supernov silně závisí na galaktické šířce. To je způsobeno galaktickou extinkcí, která je nejsilnější právě kolem galaktické roviny (závislost je přibližně exponenciální). Na počet objevených supernov bude mít vliv i fakt, že pozorovatelé o vlivu galaktické extinkce vědí a úmyslně pozorují proto ve velkých galaktických šířkách, i fakt, že blízko roviny Galaxie je málo pozorovatelných galaxií.



Obrázek 2.2: Distribuce všech známých supernov po obloze v galaktických souřadnicích.

KAPITOLA 3.

SVĚTELNÉ KŘIVKY SUPERNOV

3.1. Úvod

Jako supernovu označujeme nebeský objekt, jehož jasnost se v průběhu velmi krátké doby změní natolik, že se ze slabé, anonymní hvězdy, stane objekt dominující celé své mateřské galaxii. Tento mimořádný jev ale netrvá příliš dlouho.

Asi první otázka, která nás napadne je: jak je to vůbec možné? Jak to, že hvězda může vůbec takto mimořádně a za tak krátkou dobu natolik zjasnit? Jak to, že už se to nestalo před miliony let? Co v supernově tak moc svítí?

Tyto otázky zajisté podněcovaly lidskou představivost již dávno. Spolehlivě víme, že před jedním tisícem let pozorovali supernovu ve staré Číně. Supernovu též pozoroval užaslý Tycho Brahe a dnešní astronomové pozorují několik desítek supernov ročně i když nejsou tak velmi nápadné jako ty slavné. Pozorují je totiž v cizích galaxiích a tak nejsou tak jasné. Na tu z naší galaxie, viditelnou pouhým okem čekáme, již od dob Tycha Brahe.

Z toho, co dnes o supernovách víme, ovšem můžeme řadu věcí jejího vzniku a vývoje objasnit pomocí jednoduchých fyzikálních úvah.

S nadsázkou můžeme supernovy označit jako balóny tvořené světlem. Toto tvrzení není vůbec nadnesené. Jak bude z dalšího patrno, v rozpínající se obálce supernovy výrazně dominuje tlak záření nad tlakem plynu a tak pokud používáme slova “plyn” pro systém, ve kterém je tlak záření zanedbatelný oproti tlaku plynu a slovo “záření” pro systém, u kterého je tomu naopak, můžeme považovat supernovy za světelné koule.

Představme si neprůhlednou zářící kouli o poloměru $R(t) \propto t$, která se rozpíná. Její zářivý výkon je v čase t dán při konstantní zářivosti jednotkové plochy L_0

vztahem

$$L(t) = 4\pi R(t)^2 L_0 \propto t^2 \tag{3.1}$$

a roste tedy kvadraticky s časem. Příkladem takového rozpínání by mohla být planetární mlhovina nebo právě obálka supernovy (SN).

Tento vztah napsaný v magnitudové škále, ve které je vztah mezi relativním zářivým výkonem L/L_0 a relativní magnitudou definován jako

$$m - m_0 \equiv -2.5 \log_{10}(L/L_0) \tag{3.2}$$

má tvar

$$m(t) = m_0 - 5 \log_{10} R(t) \propto \log_{10} t \tag{3.3}$$

a ze kterého je jasně vidět, že celkový zářivý výkon roste s časem kvadraticky a magnituda pak logaritmicky. Toto zjasňování nemá žádné omezení a roste tedy do nekonečna. Tento závěr je však v rozporu s realitou, neboť všechny explozivní úkazy ve vesmíru mají jen omezené trvání.

V naší úvaze proto bude zřejmě chyba. Problém je v tom, že takovýto způsob rozpínání je v rozporu se zákonem zachování energie. Říká totiž, že vyzářený výkon je větší a větší při větších poloměrech, jenže odkud se ta energie bere? Plyn v obálce SN svítí díky tomu, že se v počátku exploze zahřál na vysokou teplotu a nashromážděná energie se pak v průběhu expanze vyzařuje. U normálních hvězd sice platí, že čím větší poloměr, tím větší zářivý výkon (při stejné teplotě), ale to je proto, že hvězda má vlastní, dosti vydatné zdroje energie — potenciální energie uvolňovaná kontrakci nebo jaderné reakce. Takovéto jednoduché úvahy nás vedou k závěru, že vyzářený výkon jednotkové plochy povrchu obálky musí záviset na čase.

Uvážíme proto několik typů procesů, které by mohly mít vliv na zářivý výkon. Přímá analogie mezi povrchem hvězdy a rozpínající se obálkou nás vede k představě, že zářivý výkon obálky je úměrný, podobně jako u hvězd, T^4. Růst nebo pokles zářivého výkonu je tedy dán růstem nebo poklesem teploty. Logické pokračování řetězce je pak v úvaze, že se budeme muset začít zajímat o mechanizmy, které mají vliv na teplotu povrchu rozpínající se obálky.

Hrubá aproximace vede k představě, že světelná obálka supernovy je koule s nepropustými rozpínajícími se stěnami. Ze zákonů chování ideálního plynu plyne, že teplota takové koule se s zvětšujícím se objemem zmenšuje, což může vysvětlit pozorovaný pokles jasnosti. Ukáže se, že obálku SN lze nahradit právě takovouto koulí vyplněnou ideálním fotonovým plynem.

Takovéto první přiblížení se ale ukáže ještě příliš hrubým pro vysvětlení světelné křivky SN v plné obecnosti. Především bude patrné, že pokles zařivého výkonu způsobený rozpínáním je příliš prudký a SN musí mít ještě nějaký dodatečný zdroj energie. Tímto zdrojem je energie uvolněná při radioaktivním rozpadu prvků obsažených v obálce.

Celkově lze tedy říci, že průběh světelných křivek SN, nebo obecněji rozpínajících se plynných koulí, je dán jednak jejich rostoucím povrchem, jednak poklesem teploty povrchu a případně dalšími procesy. Nelze tedy jednoduše uvažovat pouze o geometrických efektech, také je potřeba vzít v úvahu řadu fyzikálních efektů, které jsou bohužel silně vázány na materiálové charakteristiky plynu v obálce.

Cílem této kapitoly je aplikace analytických modelů SN na konkrétní případ supernovy 1998bw. Její pozorované světelné křivky budou na konci kapitoly porovnány s vyloženým modelem. Ukáže se, že obálky SN jsou jedním z mála pěkných příkladů jednoduchých modelových situací v celé astrofyzice.

Dnešní názor na supernovy vznikal v průběhu 70-tých let na základě aplikace numerických modelů hvězd na konečná stadia hvězdného vývoje. Zásadní přelom v našich znalostech však nastal v roce 1980, kdy D. Arnett publikoval analytický model křivek SN typu II (Arnett (1980)) a v roce 1982 pak model pro SN typu I (Arnett (1982)). Tyto modely byly natolik úspěšné, že pouze s drobnou korekcí (uvážením rekombinačních vln) jednotně vysvětlily a popsaly světelné chování dvou nejjasnější SN posledních let: SN 1987A a SN 1993J (Arnett (1996)). Tato kapitola byla silně inspirována těmito pracemi.

Studiu supernov byla v tomto století věnována značná pozornost. Systematický výzkum začal ve třicátých letech klasifikací spekter a shromažď ováním jejich systematických pozorování. Vyvrcholil pak pravděpodobně výbuchem SN 1987A, nejjasnější supernovy za posledních 400 let, na které se podařilo ověřit zásadní správnost našich modelů. Přehled některých základních znalostí o supernovách obsahují statě Harkness a Wheeler (1990), Kirchner (1990) a Wheeler (1989) nebo Liebundgut (1993).

3.2. Výbuch

Podle současných modelů si představujeme supernovu jako konečné stádium hvězdného vývoje velmi hmotné hvězdy. V okamžiku, kdy v jádře takové hvězdy vyhasnou jaderné reakce přestává být hvězda stabilní a pravděpodobně mohou nastat dva případy: jádro se zhroutí do neutronové hvězdy (u hvězd s velkou hmotou pak do černé díry) nebo nastane explozivní nukleosyntéza těžkých prvků (Wheeler at all (1989)). O těchto procesech vnější svět nic neví (obálka SN je opticky neprůhledná) a v optickém oboru spektra zůstává SN klidná ještě po několik dalších hodin. V okamžiku kolapsu, ať už je jakéhokoliv typu, dojde k vytvoření rázové vlny putující od jádra směrem k povrchu, která přitom zahřívá a urychluje materiál. Základním procesem důležitým pro zahřátí plynu obálky je právě rázová vlna. V tomto okamžiku již vzdálený pozorovatel vidí prudký vzrůst jasnosti SN, kde září právě povrch kulové rázové vlny. Nejdříve v této fázi může dojít k objevu dané SN a zde se také začínají aplikovat výpočty světelných křivek. Vliv rázové vlny na celkový zářivý výkon nicméně netrvá dlouho (jen několik desítek minut) a po jejich uplynutí se už lze na SN dívat jako na světelnou kouli rovnoměrně expandující do vakua.

3.3. Difuze záření

První věcí, na kterou se zaměříme, abychom zjistili, jak vyzařují SN nebo jak se dostává energie uvolněná při jaderných reakcích v jádru hvězdy k povrchu, je představa toho, jak se záření, reprezentované fotony, přenáší prostředím. V našem případě jde o plyn zahřátý na vysokou teplotu, ale v obecném případě je toto prostředí charakterizované pouze účinným průřezem absorbujících částic a jejich počtem v objemové jednotce.

V tomto odstavci je uvedeno jednoduché odvození difuzní rovnice popisující přenos fotonů v prostředí z místa s větší do místa s menší koncentrací. Jde o standardní popis obecného fyzikálního jevu, ale zavedeme přitom potřebné veličiny a označení, které budeme nadále často používat.

Ve vakuu, kde nejsou žádné částice, je pravděpodobnost, že foton je absorbován, nulová, ale s přibývající hustotou nebo účinným průřezem částic roste pravděpodobnost absorpce fotonu. Krátce po absorbci je sice foton opět s největší pravděpodobností vyzářen, ale do zcela libovolného směru, takže celkový tok fotonů v původním směru může být výrazně menší. Vyzářený foton ale může být znovu absorbován a vyzářen opět do libovolného směru a děj se opakuje.

Střední volná dráha λ mezi dvěma absorpcemi (vypočtená jako aritmetický průměr z mnoha absorbcí a emisí) udává pravděpodobnost absorpce fotonu při uražení dráhy $\mathrm{d}l$

$$\mathrm{d}l/\lambda \tag{3.4}$$

z pohledu vzdáleného pozorovatele. Na druhé straně, pozorovatel spojený s fotonem vidí před sebou jednotkovou plochu pokrytou absorbujícími částicemi, každou s plochou σ a počtem n úměrným hustotě ϱ. Pravděpodobost srážky je

$$\sigma n \, \mathrm{d}l \tag{3.5}$$

pokud jsou částice rozloženy v prostoru homogenně. Porovnáním těchto dvou vztahů dostaneme závislost střední volné dráhy na účinném průřezu a hustotě, tj na charakteristikách materiálu

$$\lambda = \frac{1}{\sigma n} \tag{3.6}$$

Střední volná dráha tedy silně klesá, když mají částice větší koncentraci nebo účinný průřez.

V praktických úlohách se místo součinu σn používá součin $\kappa\varrho$, protože hustotu ϱ lze obyčejně přímo měřit. V tomto případě se pak účinný průřez vztahuje na "účinný průřez jednotkového množství hmoty", nazývaný opacita κ. V dalších úvahách proto budeme používat výraz pro střední volnou dráhu ve tvaru:

$$\lambda = \frac{1}{\sigma n} \equiv \frac{1}{\kappa\varrho} \tag{3.7}$$

Účinný průřez σ se měří v cm^2, koncentrace n v cm^{-3}, opacita κ v cm^2/g a hustota ϱ v $\mathrm{g/cm}^3$.

Takovýto přenos fotonů přes prostředí nepreferuje žádný směr. Jde o difuzní přenos. V případě velkých λ bude většina fotonů zachovávat původní směr šíření, ale se zmenšujícím se λ už bude počet vyzářených fotonů do všech směrů zhruba stejný. To odpovídá tomu, že se záření dostává do termodynamické rovnováhy s prostředím a záření, původně libovolného spektrálního tvaru, začíná stále více odpovídat záření absolutně černého tělesa. Tato situace je ve hvězdných nitrech a obálkách SN. V centru hvězdy probíhají termojaderné reakce, při kterých vznikají γ fotony, ty popsaným způsobem difundují k povrchu hvězdy. Zajímá nás celkový počet fotonů, které se vyzáří z hvězdného povrchu (tj. pozorovatelná veličina, která je úměrná počtu fotonů).

Za tím účelem si představujeme ve hvězdě myšlenou kulovou plochu o poloměru r nacházející se kdekoli, vyjma blízkosti povrchu a jádra. Počet fotonů, které touto plochou projdou směrem ven z hvězdy za čas Δt je n_+. Počet fotonů za stejný čas, ale s opačným směrem je n_-. Celkový tok fotonů $\mathbf{F}$ za čas Δt je dán rozdílem mezi počtem fotonů procházejících myšlenou plochou směrem ven a dovnitř

$$\mathbf{F} = \frac{n_+ c\Delta t - n_- c\Delta t}{\Delta t}\frac{\mathbf{r}}{r} = (n_+ - n_-)c\frac{\mathbf{r}}{r} \tag{3.8}$$

kde $\mathbf{r}/r$ je normála k ploše, c je rychlost světla. V důsledku toho, že ve středu hvězdy je zdroj fotonů, ale na povrchu fotony unikají do prostoru, ustaví se ve hvězdě gradient počtu fotonů. Počet fotonů $n_+(r)$ směřujících ven je úměrný hustotě fotonů v místě, kde byly poslední srážkou nasměrovány k ploše, tedy $n_+(r) \equiv 1/3 n_\gamma(r - \lambda/2)$ a podobně $n_-(r) \equiv 1/3 n_\gamma(r + \lambda/2)$. Koeficient $1/3$ pochází z toho, že se zajímáme pouze o fotony v jednom směru a zbývající dva ignorujeme. V případě, že je střední volná dráha zanedbatelná oproti poloměru myšlené sféry, $\lambda \ll r$, můžeme užít následujícího přiblížení

$$n_+ - n_- = \frac{1}{3}\left[n_\gamma\left(r - \frac{\lambda}{2}\right) - n_\gamma\left(r + \frac{\lambda}{2}\right)\right] = -\frac{\lambda}{3}\frac{\partial n_\gamma}{\partial r} \tag{3.9}$$

a výraz pro tok pak dostáváme ve tvaru

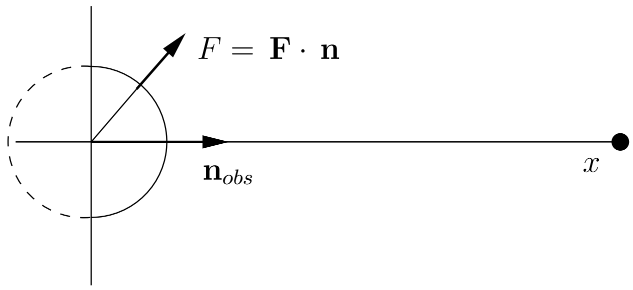
$$\mathbf{F} = -\frac{\lambda c}{3}\nabla n_\gamma \tag{3.10}$$

3.4. Pozorovaný světelný tok

Vzdálený pozorovatel "v nekonečnu" není schopen změřit veškerý zářivý výkon do všech směrů. Jediné, co je schopen změřit je zářivý výkon vyzářený do jeho směru. Přesněji řečeno, je schopen pouze změřit průmět $\mathbf{F}$ do jeho směru. Pozorovaná zářivý výkon pak tedy je

$$L_{obs} = \int_{S/2} F(\theta, \varphi)\, \mathbf{n} \cdot \mathbf{n}_{obs}\, \mathrm{d}S \tag{3.11}$$

kde $\mathbf{n}_{obs}$ je jednotkový vektor ve směru pozorovatele a označení integračního oboru $S/2$ znamená integrování přes přivrácenou stranu objektu.



Obrázek 3.1: Výpočet pozorovanho zářivého výkonu hvězdy

Při praktických výpočtech umisťujeme pozorovatele na osu x do nekonečna podle obrázku 3.1 ve kterém je $\mathbf{n}_{obs} = (1, 0)$ a $\mathbf{n} = (\cos\theta, \sin\theta)$. Při uvážení osové symetrie problému pak vypočteme:

$$L_{obs} = \pi F \tag{3.12}$$

V tomto případě předpokládáme, že lokální rozložení zářivého výkonu F je nezávislé na poloze na disku objektu.

3.5. Zářivý výkon povrchu supernovy

Zářivý výkon viditelného povrchu hvězdy je definován jako energie vyzářená z jejího povrchu za časovou jednotku:

$$L \equiv \frac{\partial E}{\partial t} \tag{3.13}$$

“Rovnice kontinuity” pro energii, obvykle označovaná jako zákon zachování energie, dává pro tok energie procházející přes jednotkovou plochu na povrchu hvězdy, vztah

$$\frac{\partial e}{\partial t} = \nabla \cdot \mathbf{F} \tag{3.14}$$

říkající, že tok energie povrchem hvězdy způsobuje úbytek energie ve hvězdě. Aplikací Gaussovy věty

$$\int_S \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} \, \mathrm{d}S = \int_V \nabla \cdot \mathbf{F} \, \mathrm{d}V \tag{3.15}$$

kde $\mathbf{n}$ je normálový vektor kolmý k povrchu hvězdy, přitom integrujeme přes celý povrch hvězdy nebo objem hvězdy. Užitím označení

$$E \equiv \int_V e \, \mathrm{d}V \tag{3.16}$$

ve vztahu (3.14) dostáváme

$$L = \frac{\partial E}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \int_V e \, \mathrm{d}V = \int_S \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} \, \mathrm{d}S \tag{3.17}$$

obecný výraz pro výpočty zářivého výkonu při znalosti toku $\mathbf{F}$ v libovolném bodě na povrchu. Dosazení (3.10) vede k

$$L = -\frac{\lambda c}{3} \int_S [\, \mathbf{n} \cdot \nabla n]_S \; \mathrm{d}S \tag{3.18}$$

přičemž gradient hustoty fotonů ∇n počítáme na povrchu hvězdy. Pokud předpokládáme hustotu záření absolutně černého těleso $n = aT^4$, kde $a \equiv 4\sigma_k/c = 2\pi^5 k^4/15c^2h^3$, σ_k je Stefanova – Boltzmanova konstanta, k Boltzmanova konstanta a h Planckova konstanta, obdržíme:

$$L = -\frac{\lambda c}{3} a \int_S \left[\, \mathbf{n} \cdot \nabla T^4 \right]_S \; \mathrm{d}S \tag{3.19}$$

Energie vyzařuje z povrchu hvězdy ve směru normály k povrchu a proto $\nabla \cdot \mathbf{F}$ má nenulovou pouze radiální složku. Ve sféricky symetrickém případě, jakým aproximujeme povrch hvězdy (supernovy), můžeme spočítat plošný integrál a pak dostáváme

$$L = -4\pi R^2 \frac{\lambda c}{3} a \left. \frac{\partial T^4}{\partial r} \right|_{r=R} \tag{3.20}$$

což je známá astrofyzikální rovnice difúzního přenosu záření.

Tento vztah dává návod na výpočet zářivého výkonu supernovy. Jak je vidět, zářivý výkon je úměrný povrchu, třetí mocnině teploty, střední volné dráze a gradientu teploty u povrchu hvězdy. Aby byl výkon hvězdy dán kladným číslem, musíme nutně předpokládat, že gradient teploty bude záporný, tj. teplota ubývá směrem ven z hvězdy.

3.6. Evoluční rovnice supernovy

Předpokládejme, že plyn v obálce má vlastnosti ideálního plynu. Při teplotách řádově desítek tisíc stupňů a hustotách menších než je hustota vzduchu je to velmi dobrá aproximace. V takovémto případě můžeme zanedbat také viskozitu plynu. Pohybové rovnice popisující element kontinua o hustotě ϱ pohybující se rychlostí $\mathbf{v}$ v poli vnější síly $\mathbf{f}$ pod tlakem p v rozpínající se obálce jsou Eulerovy rovnice:

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\, \mathbf{v} \cdot \nabla) \cdot \mathbf{v} = -\frac{1}{\varrho} \nabla p + \mathbf{f} \tag{3.21}$$

Dále pak použijeme rovnici kontinuity:

$$\frac{\partial \varrho}{\partial t} + \nabla(\varrho \, \mathbf{v}) = 0 \tag{3.22}$$

Kromě těchto rovnic, které určují chování (rychlost, hustotu, tlak) rozpínajícího se plynu je velmi důležité znát i termodynamický stav plynu. Lze očekávat, jak již bylo řečeno, že změny teploty jsou způsobeny rozpínáním plynu nebo jeho zahříváním. Velká část vnitřní energie plynu se přeměňuje na záření, které je vyzářeno do okolního prostoru a proto se entropie plynu mění. Nejde tedy o izoentropický děj. Rovnice popisující změnu entropie plynné obálky je (Landau, Lifšic (1988), §49)

$$\varrho T \left\{ \frac{\partial s}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla s \right\} = \nabla \left(\frac{4ac}{3\kappa\varrho} \nabla T \right) + \varepsilon \tag{3.23}$$

kde s označuje entropii připadající na jednotku hmoty, první člen na pravé straně je vyzářená energie, blíže popsaná v kapitole 3.3. o difuzním přenosu záření ve hvězdě) a člen ε je dodatečný zdroj tepla (v případě SN teplo uvolněné při radioaktivním rozpadu).

Tento vzorec je vlastně časově proměnnou verzí prvního termodynamického zákona. První člen na levé straně je úbytek vnitřní energie ($T\dot{s} = dE/dt$), druhý pak změna s se změnou objemu ($T\,\mathbf{v}\nabla s = pdV/dt$) koule. První člen na pravě straně je vyzářená energie prostřednictvím úbytku fotonů úměrná počtu fotonů které prodifundovaly přes povrch). Rovnice (3.21), (3.22) a (3.23) jsou základní rovnice popisu SN.

Tyto rovnice lze za jistých předpokladů dále upravovat. Především budeme předpokládat, že expanze je sféricky symetrická. Přepis (3.21) až (3.23) do sférických souřadnic dá s označením

$$\mathbf{v} = (v_r, v_\theta, v_\varphi) = (v, 0, 0)$$

vztahy

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v\frac{\partial v}{\partial r} = -\frac{1}{\varrho}\frac{\partial p}{\partial r} + f_r \tag{3.24a}$$

$$\frac{\partial \varrho}{\partial t} + \frac{\partial(\varrho v)}{\partial r} + \frac{2v\varrho}{r} = 0 \tag{3.24b}$$

$$\varrho T \left\{ \frac{\partial s}{\partial t} + v\frac{\partial s}{\partial r} \right\} = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{4ac}{3\kappa\varrho} r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \varepsilon \tag{3.24c}$$

Rovnice jsou i po úpravách velmi obecné. Stále nejsou specifikovány materiálové vztahy mezi p a ϱ, T, bez kterých jsou rovnice neřešitelné, není specifikována objemová síla, neznáme okrajové a počáteční podmínky.

3.7. Rovnice po zahřátí

Řešení rovnic (3.24a) až (3.24c) budeme hledat pouze pro okamžiky po urychlení a zahřátí plynu na dostatečnou teplotu, vyhneme se tak obtížnému řešení pohybu rázových vln, které urychlují a zahřívají plyn právě do tohoto okamžiku. Předpokládejme, že od jisté doby už lze vliv rázových vln na pohyb elementů kontinua zanedbat. Obálka se pak izotropně rozpíná jako koule o poloměru $R(t)$ rychlostí v_0

$$R(t) = R_0 + v_0 t, \tag{3.25}$$

z počátečního poloměru R_0, který měla v době $t = 0$ odpovídající doznění rázové vlny. S uvážením síly působící na element kontinua přepisujeme rovnice na tvar

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v\frac{\partial v}{\partial r} = -\frac{1}{\varrho}\frac{\partial p}{\partial r} + G\frac{M(r)}{r^2}\varrho(r) \tag{3.26a}$$

$$\frac{\partial \varrho}{\partial t} + \frac{\partial(\varrho v)}{\partial r} + \frac{2v\varrho}{r} = 0 \tag{3.26b}$$

Vynulováním pravé strany první rovnice (3.26a) dostaneme výraz pro hydrostatickou rovnováhu tělesa v gravitačním poli. Levá strana je pak zrychlení elementu kontinua. Obyčejně se studuje případ statické rovnováhy (v astrofyzice velmi dobře prozkoumaný - viz. Chandrasekhar (1939)), tj. případ bez zrychlení s $v = 0$. Rovnici (3.26a) s nulovou pravou stranou vyhovuje také další řešení

$$v = v_0\frac{r}{R(t)} \tag{3.27}$$

Toto řešení se označuje jako "homologická expanze", každý bod se s časem rovnoměrně vzdaluje od všech ostatních, podobným způsobem jaký odpovídá kosmologické expanzi.

Pro další výpočty bude výhodné zavést bezrozměrnou souřadnici

$$x \equiv \frac{r}{R(t)} \tag{3.28}$$

která umožní zjednodužšit výpočty. Zatímco souřadnice r má rozsah $0 \ldots R(t)$ a interval se tedy mění lineárně s časem, souřadnice x má rozsah $0 \ldots 1$ a interval je časově nepromĕnný.

Znalost funkční závislosti $v = v_0\, x$ pro rychlost umožňuje řešit rovnici kontinuity.[1] Užití substituce vede k rovnici:

$$\frac{\partial \varrho}{\partial t} + \frac{3\varrho v_0}{R_0 + v_0 t} = 0 \tag{3.29}$$

jejíž řešení je dáno integrálem

$$\int_0^t \frac{\mathrm{d}\varrho}{\varrho} = 3\int_0^t \frac{v_0}{R_0 + v_0 t}\,\mathrm{d}t$$

[1]Jen těžko se lze zbavit nápadné podobnosti mezi tímto vztahem $v = v_0 x$ a Hubblovým $v = H_0 d$. Vlastnosti obou řešení lze vzájemně zaměňovat, dokonce jak bude vidět dál, platí stejné vztahy i mezi závislostí teploty obálky na čase a teploty mikrovlného záření v rozpínajícím se vesmíru. Přesto všechno ale jde jen o jeden z důsledků principu: Stejné rovnice mají stejné řešení. Podrobnější rozbor ukáže řadu rozdílů.

ve tvaru

$$\varrho(t,x) = \varrho(x)\frac{R_0^3}{(R_0+v_0t)^3} = \varrho(x)\frac{R_0^3}{R(t)^3} \tag{3.30}$$

kde $\varrho(x)$ udává počáteční rozložení hustoty (v naší aproximaci je můžeme považovat za rovné konstantě — průměrné hustotě). Je vidět, že počáteční radiální profil rozložení hustoty se s časem nemění.

Na rovnici kontinuity můžeme pohlížet také v integrálním tvaru, pokud předpokládáme, že z expandující obálky neuniká žádná hmota, a její celková hmota M je na čase nezávislá pak se objem mění úměrně

$$V \propto R(t)^3,$$

a ze zákona zachování hmoty plyne platnost následujícího vztahu:

$$M = \text{const.} = \varrho V$$

a proto ϱ musí být

$$\varrho \propto \frac{1}{R(t)^3}$$

tak, aby celková hmota zůstala zachovaná. Výše uvedené řešení rovnice kontinuity je tedy nezávisle potvrzeno jednoduchou úvahou.

Ještě než přejdeme k vlastnímu řešení, upravíme rovnici (3.24c) do jiného, ale ekvivalentního tvaru, který nám umožnuje tvar rychlosti $v = v_0r/R(t) = v_0x$. Výraz pro derivaci $s = s(t,r)$ se redukuje při přechodu k $s = s(t,x)$ na

$$\frac{\partial s(t,r)}{\partial t} + v\frac{\partial s(t,r)}{\partial r} = \frac{\partial s(t,x)}{\partial t} \tag{3.31}$$

S využitím (3.31) přepíšeme (3.24c) na

$$\varrho T\frac{\partial s}{\partial t} = \frac{1}{x^2R(t)^2}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{4ac}{3\kappa\varrho}x^2\frac{\partial T}{\partial x}\right) + \varepsilon \tag{3.32}$$

Další krok je volba modelu materiálu. Zde je nutné buďto předpokládat určitý model plynu ze kterého dostáváme vztah mezi s a T nebo si musíme opatřit nějakou informaci o SN z pozorování. Rozhodující pro nás je skutečnost, jestli v materiálu tvořícím obálku SN dominuje tlak záření nad tlakem plynu nebo naopak. Tlak plynu je

$$p_g \sim \varrho kT$$

a tlak záření:

$$p_r \sim aT^4$$

V maximu jasnosti má SN teplotu asi 10^5 K (Arnett (1996)), proto odhad tlaku záření v obálce je $p_r \sim 10^4$ Pa. K odhadu tlaku plynu musíme nejdříve odhadnout průměrnou hustotu. Ta je přibližně

$$\varrho \sim \frac{M}{V} \sim \frac{M}{R^3} \sim \frac{10M_\odot}{100^3R_\odot} \sim 10^{-5}\varrho_\odot$$

Jako rozumný odhad poloměru se bere asi $100R_\odot$ s ohledem na zářivý výkon SN. Pak tedy máme

$$p_g \sim 10\,\mathrm{Pa}$$

a dostáváme relaci $p_g \sim 10\,\mathrm{Pa} \ll p_r \sim 10^4\,\mathrm{Pa}$. Tato nerovnost umožňuje zvolit za stavovou rovnici rovnici fotonového plynu. Rozpínající se obálka SN je udržována tlakem záření, což je dobře pochopitelné, protože hustota je malá a střední volná dráha fotonů veliká.

Entropie záření černého tělesa v dutině o specifickém objemu u je

$$s = \frac{4}{3} a T^3 u \tag{3.33}$$

Použitím tohoto vztahu lze (3.24c) přepsat do tvaru

$$\varrho T \cdot 4aT^3 u \left(\frac{\dot{T}}{T} + \frac{\dot{u}}{3u} \right) = \frac{1}{x^2 R(t)^2} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\lambda c}{3} x^2 \frac{\partial a T^4}{\partial x} \right) + \varepsilon \tag{3.34}$$

a dále upravit po doplnění výrazu pro objem $u \sim V = 4/3\pi R^3, \dot{u} \sim \dot{V} = 4\pi R^2 \dot{R}$ a s využitím vztahu $\varrho u = 1$ a vztahu pro střední volnou dráhu na rovnici

$$4T^4 \left(\frac{\dot{T}}{T} + \frac{\dot{R}}{R} \right) = \frac{1}{x^2 R(t)^2} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{c}{3\kappa\varrho} x^2 \frac{\partial T^4}{\partial x} \right) + \varepsilon \tag{3.35}$$

která umožňuje vypočíst závislost $T(t, x)$ a tedy i $L(t)$. Tato rovnice bude naší ústřední rovnicí. Lze ji interpretovat jako první termodynamický zákon.

3.8. Řešení bez vyzařování

Jak již bylo řečeno, pravá strana rovnice (3.35) popisuje výměnu energie s okolím (vyzařování) a energii přicházející do systému (zahřívání). Nejjednodušší popis takového systému tedy bude vycházet z toho, že zanedbáme energii, kterou rozpínající se plyn ztrácí v důsledku svícení a také zanedbáme teplo vznikající při radioaktivním rozpadu. Jinak řečeno, omezíme se pouze na adiabatické řešení. V tomto případě dostáváme rovnici

$$\frac{\dot{T}}{T} + \frac{\dot{R}}{R} = 0 \tag{3.36}$$

jejíž řešení je

$$T = T_0 \frac{R_0}{R(t)} \tag{3.37}$$

kde T_0 je počáteční teplota, kterou měl plyn v okamžiku maxima při $t = 0$. Časová závislost teploty tedy je:

$$T = T_0 \frac{R_0}{R_0 + v_0 t} \tag{3.38}$$

Zářivý výkon bychom určili po dosazení teploty do vztahu (3.20). Ihned však vidíme, že pokud T nezávisí na x (což je tu splněno) tak derivace teploty na povrchu $\partial T/\partial r = 0$ a koule tedy vůbec nesvítí. Tento výsledek potvrzuje náš původní předpoklad, že koule nevyzařuje.

3.9. Řešení s vyzařováním

Zanedbání vyzařování z povrchu SN obálky je zjevně drastické zjednodušení, které neodpovídá skutečnosti. Proto budeme muset kompletně vyřešit poměrně složitou rovnici (3.35), zatím ale, bez zdroje dodatečného tepla (druhého členu na pravé straně).

Tyto rovnice se pokusíme vyřešit metodou separace proměnných x a t. Z těchto důvodů zavedeme substituci ve tvaru

$$T^4 = T_0^4 \frac{R_0^4}{R(t)^4} \Psi(x)\Phi(t) \tag{3.39}$$

ve naději, že se nám později podaří separovat rovnici na časově a prostorově nezávislé části. Dále použijeme již dříve zavedenou proměnnou x vztahem (3.28). Po algebraických úpravách dostáváme postupně pro jednotlivé členy vztahy

$$\frac{\dot{T}}{T} = \frac{\dot{\Phi}}{\Phi} - \frac{\dot{R}}{R}$$

a celou levou stranu ve tvaru

$$4T^4 \left(\frac{\dot{T}}{T} + \frac{\dot{R}}{R} \right) = 4T^4 \frac{\dot{\Phi}}{\Phi}$$

a pravou stranu jako

$$\frac{c}{3x^2R^2} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{x^2}{\kappa_0(x,t)\varrho(x,t)} \frac{\partial T^4}{\partial x} \right)$$

kde opacita $\kappa(x,t)$ může být závislá jak na souřadnici, tak na čase (prostřednictvím teploty a hustoty), stejně tak hustota. Proto budeme muset zvolit $\kappa(x,t)$, $\varrho(x,t)$ nějakého konkrétního tvaru.

Opacita Jak již bylo řečeno, obálky SN mají teplotu několik desítek tisíc stupňů a mimořádně malé hustoty. V takovém případě jako zdroj opacity dominuje rozptyl fotonů na volných elektronech — Comptonův rozptyl, jehož účinný průřez nezávisí na teplotě a vlnové délce a je roven Thomsonovu účinnému průřezu $\sigma_0 = (8\pi/3)(e^2/mc^2)^2 = 0.665 \times 10^{-24}\mathrm{cm}^2$. Právě tento případ je velmi typický pro SN v počátečním stadiu. Jak teplota klesá, začnou se uplatňovat i další zdroje opacity. Pro opacitu bereme výraz

$$\kappa(x,t) = \kappa_0 \tag{3.40}$$

pro $T > T_i$, kde T_i je ionizační teplota. Opacita pod touto hranici je nulová (a průhlednost nebo střední volná dráha nekonečná). Thomsonův účinný průřez dává pro úplně ionizovaný vodíkový plyn $\kappa_0 = \sigma_0 \, N_A = 0.4 \, \mathrm{cm}^2/\mathrm{g}$ (kde N_A označuje Avogadrovo číslo). Takovéto přiblížení je ovšem silně nepřesné na okrajích obálky, kde supernova přechází v "supermlhovinu".

Hustota Hustota je dána výrazem (3.30). Funkce $\varrho_0(x) = \varrho_0$ může také slabě záviset na souřadnici, pro jednoduchost tuto závislost ignorujeme a hustotu bereme ve tvaru

$$\varrho(r,t) = \varrho_0 \frac{R_0^3}{R(t)^3} \tag{3.41}$$

Separované rovnice Po dosazení (3.40) a (3.41) do (3.30) můžeme napsat konečný tvar jako

$$\frac{3}{R(t)} \frac{\dot{\Phi}}{\Phi} = \frac{c}{\kappa_0 \varrho_0 R_0^3} \frac{1}{x^2 \Psi} \frac{\partial}{\partial x} \left(x^2 \frac{\partial \Psi}{\partial x} \right) \tag{3.42}$$

kterou budeme v dalším řešit. Nyní hledáme dvě neznámé funkce $\Phi(t)$, $\Psi(x)$ prostřednictvím řešení dvou rovnic

$$\frac{3R_0^3}{\lambda_0 c} \frac{1}{R(t)} \frac{\dot{\Phi}}{\Phi} = -\alpha^2 \tag{3.43}$$

a

$$\frac{1}{x^2 \Psi} \frac{\partial}{\partial x} \left(x^2 \frac{\partial \Psi}{\partial x} \right) = -\alpha^2 \tag{3.44}$$

kde α je vlastní číslo rovnice. Zde jsme zpětně zavedli střední volnou dráhu $\lambda_0 = 1/\varrho_0 \kappa_0$. Charakter řešení si vyžaduje, aby α bylo reálné číslo a tedy $\alpha^2 > 0$.

Prostorová část Nejprve se budeme zabývat prostorovou závislostí teploty prostřednictvím řešení rovnice (3.44). K jejímu řešení budeme potřebovat zjistit okrajové podmínky, tj. teplotu nebo její derivaci ve středu a na okrajích. Zbytek po kolapsu mateřské hvězdy ve středu supernovy ignorujeme, protože má na vývoj teploty v obálce vzhledem ke své velikosti zanedbatelný význam.

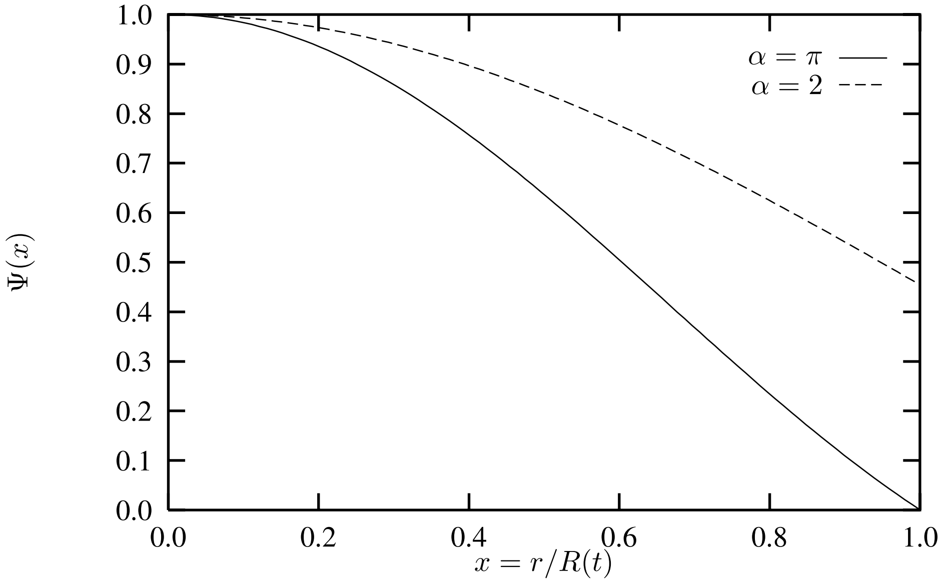
Nejprve přepíšeme rovnici (3.44) do matematicky ekvivalentního tvaru:

$$\frac{1}{x\Psi} \frac{\partial^2}{\partial x^2} (x\Psi) = -\alpha^2$$

jejíž obecné řešení (pomocí substituce $u = x\Psi$) je tvaru:

$$\Psi(x) = A \frac{\sin \alpha x}{\alpha x} + B \frac{\cos \alpha x}{\alpha x}$$

Ve středu supernovy může být dosti vysoká, nicméně libovolná teplota a proto pro $x = 0$ musí být Ψ konečné. Toho dosáhneme volbou $B = 0$.



Obrázek 3.2: Prostorový profil teploty. Na obrázku jsou vyneseny závislosti $\sin(\alpha x)/\alpha x$ pro různé hodnoty α. Případ s $\alpha = \pi$ odpovídá nevyzařující atmosféře, případy s $0 < \alpha < \pi$ odpovídají reálným atmosférám.

Konstantu A můžeme zvolit jednotkovou, protože je již obsažena v T_0. Řešení je tedy dáno funkcí:

$$\Psi(x) = \frac{\sin \alpha x}{\alpha x} \tag{3.45}$$

závislou na parametru α. Ten, z čistě fyzikálního hlediska, udává velikost tepelného toku přes povrch koule. Aby byla teplota kladná musí být splněna podmínka $0 < \alpha < \pi$. Například pro $\alpha = \pi$ jde o izolovanou soustavu. Na obrázku 3.2 jsou pro různé hodnoty α zobrazeny průběhy teploty v atmosféře SN.

V reálných případech bude mít vždy na hranici obálky teplota skok. Umožňuje nám to pozorovat supernovy a tento skok je způsoben skokem v opacitě materiálu. Na hranici obálky je již teplota příliš nízká, než aby vyhovovala našemu předpokladu o opacitě a dochází zde, v zanedbatelné tloušťce obálky, k rekombinaci. To umožňuje alespoň principialně zjistit hodnoty α.

Časová část Nejprve upravíme rovnici (3.43) do tvaru

$$\frac{\dot{\Phi}}{\Phi} = -\alpha^2 \frac{R(t)}{R_0 \tau_0}$$

kde jsme použili označení

$$\tau_0 \equiv \frac{3R_0^2}{\lambda_0 c} = \frac{3R_0^2}{c} \varrho_0 \kappa_0 \tag{3.46}$$

pro konstantu udávající charakteristický čas pro radiační difuzi fotonů. Řešením rovnice pro časovou část je funkce (vynechání integrační konstanty jsme provedli analogickou úvahou, jako u prostorové závislosti)

$$\Phi(t) = \exp\left\{-\frac{\alpha^2}{R_0\tau_0}\int_0^t R(\tau)\,\mathrm{d}\tau\right\} \tag{3.47}$$

a po dosazení za $R(t)$ dostáváme pro časový vývoj teploty následující závislost

$$\Phi(t) = \mathrm{e}^{-\alpha^2(t/\tau_0 + t^2/2\tau_0\tau_h)} \tag{3.48}$$

ve které jsme zavedli nové označení:

$$\tau_h \equiv R_0/v_0 \tag{3.49}$$

3.10. Radioaktivní ohřev

Dalším krokem je započtení vlivu posledního členu v rovnici (3.35), který má význam zdroje dodatečného tepla v expandující obálce. V případě SN jde o teplo vzniklé radioaktivním rozpadem prvků. V tomto případě uvažujeme dodatečný zdroj tepla ve tvaru

$$\varepsilon_1\varrho_1(r,t)\,\mathrm{e}^{-t/\tau_1}$$

ε_1 označuje energii uvolněnou jednotkou hmoty a exponenciální pokles odpovídá časové závislosti radioaktivního rozpadu s poločasem rozpadu τ_1 a $\varrho_1(r,t)$ je hustota popisující časové a prostorové rozložení zdroujů tepla (radioaktivních atomů). Protože ale současné modely hvězd lze jen těžko ověřit i u Slunce a přesné rozložení hustot není pro další výpočty důležité, budeme předpokládat ve smyslu rovnice kontinuity, že změny v prostorovém rozložení jednotlivých prvků lze zanedbat a dále, že se prostorové profily jednotlivých radioaktivních prvků nemění s časem.

Skutečné rozložení zdrojů tepla v obálce supernovy není známo. Protože je ale funkci $\varrho(r,t)$ nutno znát jako parametr řešení, použijeme následující přiblížení

$$\varrho_1(r,t) = \varrho_1(x)\frac{R_0^3}{R(t)^3} \tag{3.50}$$

a stejného přiblížení i pro další radioaktivní prvky.

Zavedení tohoto dodatečného členu, použití proměnné x a substituce (3.39) vede ke vzorci:

$$4a\frac{T_0^4R_0^4}{R^4}\Psi\dot{\Phi} = \frac{T_0^4R_0^4}{R^4}\frac{4ac}{\kappa_0\varrho_0R_0^3}\frac{\Phi R}{x^2}\frac{\partial}{\partial x}\left(x^2\frac{\partial\Psi}{\partial x}\right) + \epsilon_1\varrho_1(x)\frac{R_0^3}{R^3}\,\mathrm{e}^{-t/\tau_1} \tag{3.51}$$

Označení (3.46) a algebraické úpravy vedou k rovnici:

$$\dot{\Phi} = \frac{R}{\tau_0R_0}\frac{\Phi}{x^2\Psi}\left(x^2\frac{\partial\Psi}{\partial x}\right) + \frac{\varepsilon_1}{4aT_0^4}\left[\frac{\varrho_1(x)}{\Psi(x)}\right]\frac{R}{R_0}\,\mathrm{e}^{-t/\tau_1} \tag{3.52}$$

Tato rovnice je nehomogenní parciální diferenciální rovnice. Její přesné řešení nelze vyjádřit v uzavřeném tvaru. Přesto lze užít jednoduché aproximace, která vede k řešení. Předpokládáme-li, že poměr

$$\frac{\varrho_1(x)}{\Psi(x)} \equiv \mathrm{const.} \tag{3.53}$$

nezávisí na x, pak můžeme rovnici separovat. Takovýto předpoklad je docela oprávněný očekáváme-li rozložení radioaktivních zdrojů blízké rozložení teploty v obálce (tj. když předpokládáme, že obálka je nejteplejší v místech, kde je nejvíc zahřívána). Pak můžeme rovnice separovat na prostorovou část

$$\frac{1}{x^2\Psi}\frac{\partial}{\partial x}\left(x^2\frac{\partial\Psi}{\partial x}\right) = -\alpha^2 \tag{3.54}$$

jejíž tvar je totožný s (3.44) a řešením jsme se tedy již zabývali. Časová část je tvaru

$$\dot{\Phi}(t) = -\alpha^2\frac{R(t)}{\tau_0 R_0}\Phi(t) + e_1\frac{R(t)}{R_0}\,\mathrm{e}^{-t/\tau_1} \tag{3.55}$$

kde jsme označili:

$$e_1 \equiv \frac{\varepsilon_1}{4aT_0^4}\left[\frac{\varrho_1(x)}{\Psi(x)}\right] \tag{3.56}$$

Tímto způsobem se nám podařilo převést nehomogenní parciální rovnici na obyčejnou nehomogenní diferenciální rovnici, jejímž řešením se budeme dále zabývat.

Protože známe řešení této rovnice v homogenním případě (pravá strana je nulová), použijeme standardní postup variace konstanty, který vede k partikulárnímu řešení Φ_p se započítáním radioaktivního ohřevu

$$\Phi_p(t) = e_1\,\mathrm{e}^{-\alpha^2(t/\tau_0+t^2/2\tau_h^2)}\int_0^t \mathrm{e}^{-t/\tau_1}\left(1+\frac{t}{\tau_h}\right)\mathrm{e}^{\alpha^2(t/\tau_0+t^2/2\tau_h^2)}\,\mathrm{d}t \tag{3.57}$$

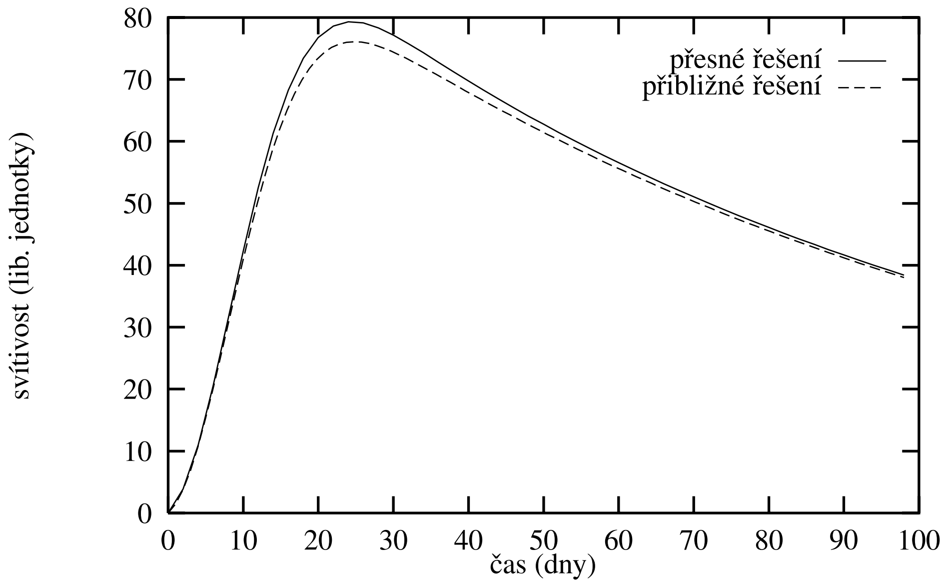
Integrál lze vyjádřit analyticky pomocí Dowsonova integrálu:

$$\mathrm{e}^{-x^2}\mathrm{erfi}(x)$$

kde

$$\mathrm{erfi}(x) = \int_0^x \mathrm{e}^{t^2}\,\mathrm{d}t$$

Toto řešení lze sice napsat v uzavřením tvaru, ale jde o velmi komplikovaný výraz, který je prakticky nepoužitelný. V praxi proto raději k jeho výpočtu užíváme nějaký numerický postup. Vzhledem k hladkosti integrované funkce lze doporučit Rombergovu metodu.



Obrázek 3.3: Průběh závislostí získaných numerickou integrací integrálu (3.57) a přibližné řešení (3.58) pro hodnoty parametrů: $\tau_0 = 1000$ dnů, $\tau_h = 1$ den, $\tau_1 = 100$ dnů.

Aproximace partikulárního řešení Pro běžné úvahy je vhodné používat nějaké konkrétní aproximace úplného partikulárního řešení. Výborné přiblížení získáme následujícím postupem (Lenc (1999)):

(a) Pro $t \to 0$ je z (3.57)

$$\Phi_p(t) \approx e_1 \left[t + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\tau_h} - \frac{\alpha^2}{\tau_0} - \frac{1}{\tau_1} \right) t^2 \right]$$

(b) Pro t blízko maxima funkce (kde (3.55) je stacionární) platí:

$$\Phi_p(t) \approx e_1 \frac{\tau_0}{\alpha^2} \, \mathrm{e}^{-t/\tau_1}$$

(c) Pro $t \to \infty$ vzhledem k limitě:

$$\lim_{t \to \infty} \frac{\int\limits_0^t \mathrm{e}^{-x/\tau_1} \left(1 + \frac{x}{\tau_h}\right) \mathrm{e}^{\alpha^2 (x/\tau_0 + x^2/2\tau_h^2)} \, \mathrm{d}x}{\mathrm{e}^{-t/\tau_0} \, \mathrm{e}^{\alpha^2 (t^2/2\tau_0\tau_h + t/\tau_0)}} = \frac{\tau_0}{\alpha^2}$$

platí: $t \to \infty$ a

$$\Phi_p(t) \approx e_1 \frac{\tau_0}{\alpha^2} \, \mathrm{e}^{-t/\tau_1}$$

Můžeme tak psát

$$\Phi_p(t) \approx e_1 \frac{\tau_0}{\alpha^2} \, \mathrm{e}^{-t/\tau_1} \left[1 - \, \mathrm{e}^{-\alpha^2 (t^2/2\tau_0\tau_h + t/\tau_0)} \right] \tag{3.58}$$

které přes svoji jednoduchost velmi dobře popisuje světelné křivky SN v období po maximu. Na obrázku 3.3 je průběh exaktního řešení získaného numerickou integrací (3.57) a přibližné řešení (3.58).

3.11. Světelná křivka

Nalezení analytických tvarů $\Phi(t)$ a $\Psi(x)$ umožňuje spočíst závislost teploty a tím i zářivého výkonu na čase. Zářivý výkon v závislosti na čase budeme počítat podle vzorce (3.20). Zavedení proměnné x a dosazení konktrétního tvaru pro ϱ, κ dává

$$L = -\frac{4\pi R(t)^2}{3} ac \frac{R(t)^3}{\kappa_0 \varrho_0(x) R_0^3} \frac{1}{R(t)} \left.\frac{\partial T^4}{\partial x}\right|_{x=1} \tag{3.59}$$

Dále pak použití substituce $T^4 R^4 = T_0^4 R_0^4 \Psi(x)\Phi(t)$ vede k výrazu

$$\begin{aligned} L &= -\frac{4\pi R(t)^4}{3\kappa_0 R_0^3} ac \frac{T_0^4 R_0^4 \Phi(t)}{R(t)^4} \left[\frac{1}{\varrho_0(x)} \frac{\partial \Psi(x)}{\partial x}\right]_{x=1} = \\ &= -\frac{4\pi ac}{3} \frac{T_0^4 R_0}{\kappa_0} \Phi(t) \left[\frac{1}{\varrho_0(x)} \frac{\partial \Psi(x)}{\partial x}\right]_{x=1} \end{aligned} \tag{3.60}$$

který neobsahuje závislost na $R(t)$. Tento poslední výraz udává zářivý výkon na povrchu hvězdy v závislosti na čase. Je vidět, že ta bude úměrná počáteční teplotě, poloměru a derivaci Ψ a udává závislost na vlastnostech materiálu. Dále je vidět, že veškerá časová závislost je reprezentována pouze členem $\Phi(t)$. Časová závislost v $R(t)$ byla zcela potlačena, díky derivaci v okrajové podmínce. Pokud by se okrajová podmínka vzala analogická jako pro normální hvězdu, zářivý výkon by byla nepřímo úměrná času a klesala by rychleji než je pozorováno.

Pro podrobnější interpretaci, zvláště ve vztahu k obecně měřitelným veličinám typu celkové vyvržené hmoty, je tento poslední výraz nevhodný. Obsahuje počáteční profil hustoty $\varrho_0(x)$ a derivaci prostorového rozložení teploty na povrchu $(-\partial\Psi/\partial x)_{x=1}$. Abychom pochopili přesný význam jejich kombinace, spočteme celkovou hmotu a energii účastnící se expanze. Označíme celkovou vyvrženou hmotu M:

$$M \equiv 4\pi \int\limits_0^{R(t)} \varrho(t,r) r^2 \,\mathrm{d}r = 4\pi R_0^3 \int\limits_0^1 \varrho_0(x) x^2 \,\mathrm{d}x \equiv 4\pi R_0^3 I_M \tag{3.61}$$

kde jsme zavedli I_M tak, jak je naznačeno, jako druhý moment počátečního rozložení hustoty. Energii záření v obálce označíme, ve smyslu předchozích úvah, jako

$$E \equiv 4\pi \int\limits_0^{R(t)} aT^4 r^2 \,\mathrm{d}r = 4\pi a \frac{T_0^4 R_0^4}{R(t)} \Phi(t) \int\limits_0^1 \Psi(x) x^2 \,\mathrm{d}x \equiv 4\pi a \frac{T_0^4 R_0^4}{R(t)} \Phi(t) I_E \tag{3.62}$$

kde jsme opět zavedli druhý moment prostorového rozložení teploty. Vzájemnou souvislost mezi těmito dvěma veličinami získáme po integraci per partes rovnice (3.44). To vede ke vztahu

$$\int_0^1 \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{x^2}{\varrho_0(x)}\frac{\partial \Psi}{\partial x}\right)\,\mathrm{d}x = -\alpha^2\int_0^1 \Psi(x)x^2\,\mathrm{d}x$$

a po integraci levé strany

$$\int_0^1 \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{x^2}{\varrho_0(x)}\frac{\partial \Psi}{\partial x}\right)\,\mathrm{d}x = \left[\frac{x^2}{\varrho_0(x)}\frac{\partial \Psi}{\partial x}\right]_0^1 = \frac{1}{\varrho_0(1)}\left.\frac{\partial \Psi}{\partial x}\right|_{x=1}$$

pak dostáváme potřebný

$$-\frac{1}{\varrho_0(1)}\left.\frac{\partial \Psi}{\partial x}\right|_{x=1} = \alpha^2\int_0^1 \Psi(x)x^2\,\mathrm{d}x = \alpha^2 I_E \tag{3.63}$$

Počáteční energie v okamžiku $t = 0$ je

$$E_0 = 4\pi a T_0^4 R_0^3 \Phi(0) I_E = a M T_0^4 (I_E/I_M)$$

kde jsme spočetli $\Phi(0) = 1$ podle (3.48) a dosadili celkovou hmotu obálky. Vyjádření I_E, dosazení do (3.63), užití těchto výrazů v (3.60) dává pro světelnou křivku v závislosti na čase následující výraz:

$$L = \frac{4\pi}{3}c\frac{R_0 E_0}{\kappa_0 M}(\alpha^2 I_M)\Phi(t) \tag{3.64}$$

Součin $\alpha^2 I_M$ je sice opět empirické číslo, ale jeho velikost se dá odhadnout podle Arnett (1996) na řádově jednotky (přibližně 3) a je velmi necitlivý na skutečné rozložení hustoty v obálce.

Podrobnější rozbor tohoto vzorce ukazuje, že zářivý výkon je na čase závislá pouze prostřednictvím $\Phi(t)$. Není závislá na počáteční teplotě, ale je přímo závislá na počáteční energii exploze a na počátečním poloměru. Je silně nezávislá od složení a struktury hvězdy.

3.12. Pozorovaná světelná křivka

Již dříve jsme předpokládali, že záření supernov lze dobře aproximovat ideálním fotonovým plynem a tedy spektrum má stejný průběh jako absolutně černé těleso. Toho využijeme nyní, kdy budeme srovnávat teoretické křivky s pozorovanými, protože prakticky nelze měřit celkovou zářivý výkon, ale poměrně snadno lze získávat data o zářivém výkonu v úzkém spektrálním oboru. Musíme tedy ještě konkretizovat naše obecné úvahy na tento případ.

Volba vnější okrajové podmínky je naprosto totožná s volbou modelu atmosféry (fotosféry) supernovy. Přestože studiu hvězdných atmosfér byla věnována velká část teoretické astronomie tohoto století, jsou její výsledky z pochopitelných důvodů poměrně težko využitelné při studiu atmosfér supernov. Proto budeme v dalším používat sice správný ale jinak velmi hrubý model — Eddingtonovu aproximaci, blíže popsanou například v knize Mihalas (1978).

V Eddingtonově aproximaci je atmosféra hvězdy reprezentována svou efektivní teplotou T_e a efektivním poloměrem definovanými následovně:

$$R_e \equiv R - 2/3\lambda \tag{3.65}$$

a

$$T_e^4 \equiv L/4\pi R_e^2 \tag{3.66}$$

Tyto efektivní hodnoty platí pro případ planparalelní approximace hvězdné atmosféry a tedy pro

$$\lambda \ll R \tag{3.67}$$

který je v u normálních hvězd splněn, ale pro supernovy zvláště v konečných stadiích, kdy je plyn v obálce velmi zředěný, neplatí.

Znalost T_e umožňuje konstrukci barevně závislého modelu světelných křivek. Podobně jako u hvězd je i v případě supernov diferenciální magnituda v jistém filtru i dána integrálem

$$\Delta m_i = -2.5 \log_{10} \int_0^\infty B(\lambda|T_e) f_i(\lambda)\,\mathrm{d}\lambda$$

kde i = U,B,V,R,I a který představuje konvoluci Planckovy funkce $B(\lambda|T_e)$ pro příslušnou teplotu se spektrálním průběhem daného filtru $f_i(\lambda)$. Očekáváme, že tvar světelné křivky bude v různých filtrech různý. Prakticky lze uvedený integrál poměrně težko vyjádřit, protože funkce f_i je velmi obecná. Proto budeme používat jednoduchou aproximaci, kdy funkci f_i nahradíme delta funkcí centrovanou na efektivní vlnovou délku příslušného filtru.

Tyto úvahy nás vedou ke konečnému tvaru funkce, která byla prokládána. Ten je přesně popsán v následujícím tvaru:

$$m(t) = m_0 + m_i - 2.5 \log_{10} L(t) - 2.5 \log_{10} B_i(T) \tag{3.68}$$

kde

$$L(t) = \phi_0 + e_1\phi_1 + e_2\phi_2 + \ldots \tag{3.69}$$

při použití substitucí

$$\phi_0(t|\tau_0, \tau_h, t_0) = \mathrm{e}^{-\alpha^2[(t-t_0)+(t-t_0)^2/2\tau_h]/\tau_0} \tag{3.70}$$

a

$$\phi_i(t|\tau_0, \tau_h, t_0) = \phi_0 \int_{t_0}^{t} \mathrm{e}^{-(t-t_0)/\tau_i} \left(1 + \frac{t-t_0}{\tau_h}\right) \mathrm{e}^{\alpha^2[(t-t_0)+(t-t_0)^2/2\tau_h]/\tau_0}\,\mathrm{d}t \tag{3.71}$$

přitom jsme na výpočet barevných členů použili obvyklé vztahy:

$$B_i(T) = \frac{2hc^2}{\lambda_i^5} \frac{1}{\mathrm{e}^{hc/kT\lambda_i} - 1} \tag{3.72}$$

Konstanty m_i představují posuvy jednotlivých filtrů (vzniklé například při kalibraci nebo v důsledku mezihvězdné extinkce).

Na získání parametrů této funkce byla použita metoda nejmenších čtverců. Jelikož jde o poměrně komlikovanou nelineární funkci s 13 parametry a přibližně dvěmi stovkami měřených bodů, byla jako minimalizační metoda zvolen Marquard-Levenbergův algoritmus v modifikaci používané v balíku MINPACK (More (1975)). Jde o velmi kvalitní implementaci využívající na řešení lineárních rovnic QR algoritmus, což zaručuje jeho robustnost. čímž je dosahován mimořádné robustnosti algoritmu. Nevýhodou pak je poměrně obtížná interpretace statistických chyb parametrů. Proto jsou statistické odhady nejistot parametrů uvedeny pouze formálně.

3.13. Světelné křivky supernovy 1998bw

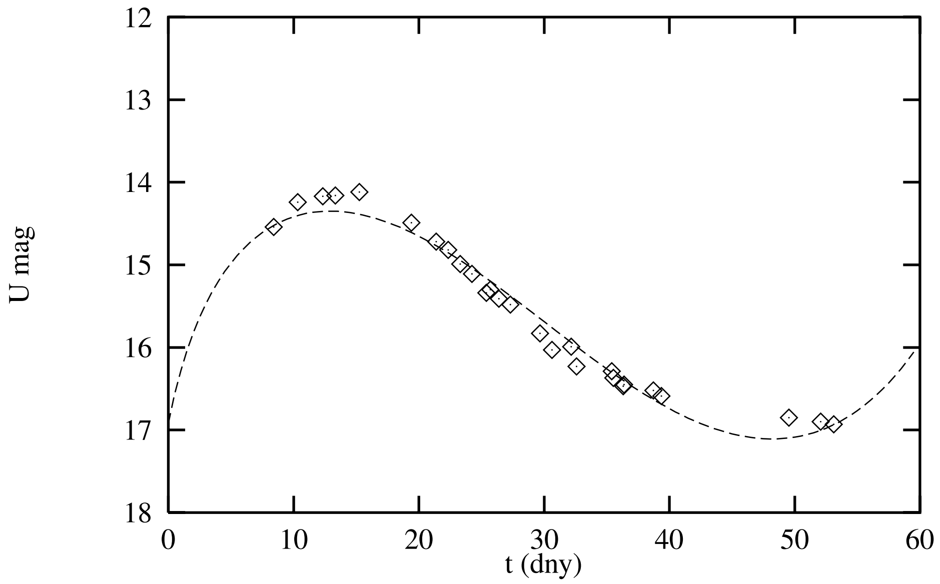
V této kapitole aplikujeme odvozenou teorii na případ SN 1998bw o které byla zmínka v úvodu. Tato supernova byla objevena týmem Galamy(1998a) a poté přibližně 60 dní sledována. Jejich kvalitní fotometrická pozorování byly použity na konstrukci teoretického modelu. K dispozici je pět světelných křivekv UBVRI fotometrickém systému.

Na obrázcích 3.4 až 3.8 jsou pro všechny filtry vykreslena pozorovaná data a jejich proložení výše uvedenou funkcí s příslušnými parametry. Tabulka 3.1 obsahuje odhady parametrů příslušejících této supernově. V uvedených grafech je vidět, že v počátečních stádiích je shoda mezi měřenými a vypočtenými daty dobrá, ale s přibývajícím časem klesá. To je způsobeno především tím, že předpoklad (3.67) již není splněn. Další rozbor pravděpodobně ukáže, že započítání vlivu rekombinačních vln dominující v pozdních fázích vývoje světelné křivky supernovy, zcela potlačí vliv nevhodné aproximace atmosféry supernovy.

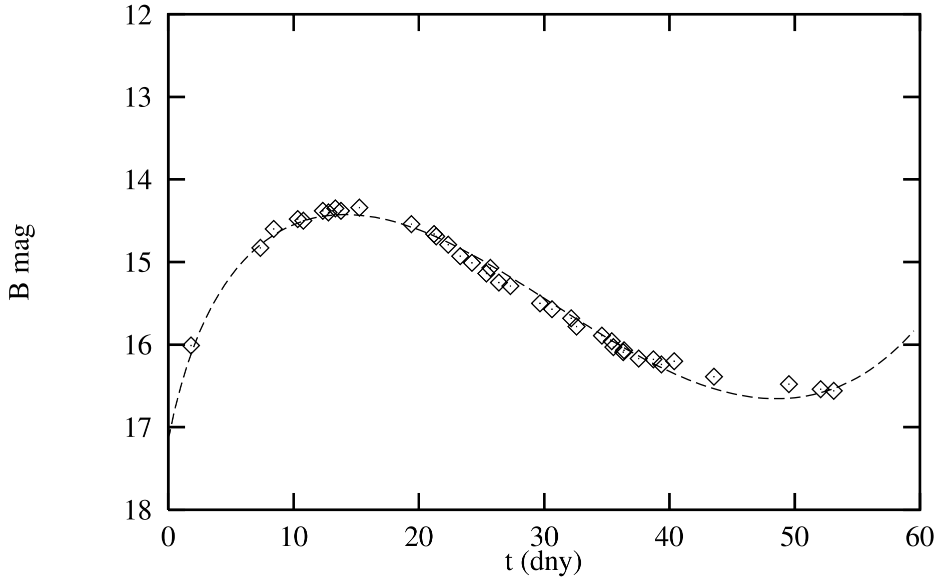
Na základě parametrů v tabulce 3.1 můžeme odhadnout hodnoty některých dalších parametrů: $\tau_0 = 1.2 \times 10^4$ dne, $\tau_h = 0.2$ dne. Hodnota m_0 je poměrně vysoká, ale reálná, neboť tato konstanta v sobě zahrnuje konstantní člen posuvu magnitud daný vzdáleností, jehož hodnota je přibližně 30 (určeno za pomocí známého rudého posuvu). Dále je v této konstantě zahrnuta společně s dalším parametrem E_0 kombinace počáteční energie, poloměru, teploty, hmoty a druhého momentu

parametr	hodnota
m_0	67.44 ± 0.03
R_0	$(8.10 \pm 0.05) \cdot 10^{13}$ cm
v_0	$(5.33 \pm 0.02) \cdot 10^{9}$ cm/s
t_0	-2.5 ± 0.2 dne
ϱ_0	$(3.83 \pm 0.02) \cdot 10^{-9}$ g/cm^3
E_0	$(1.36 \pm 0.03) \cdot 10^{36}$ erg
e_1	0.261 ± 0.004
t_1	57.1 ± 0.4 dne
m_U	-2.12 ± 0.04
m_B	-1.35 ± 0.05
m_V	-2.54 ± 0.06
m_R	-1.49 ± 0.03
m_I	-1.64 ± 0.05
S_0	1.826
σ	0.09

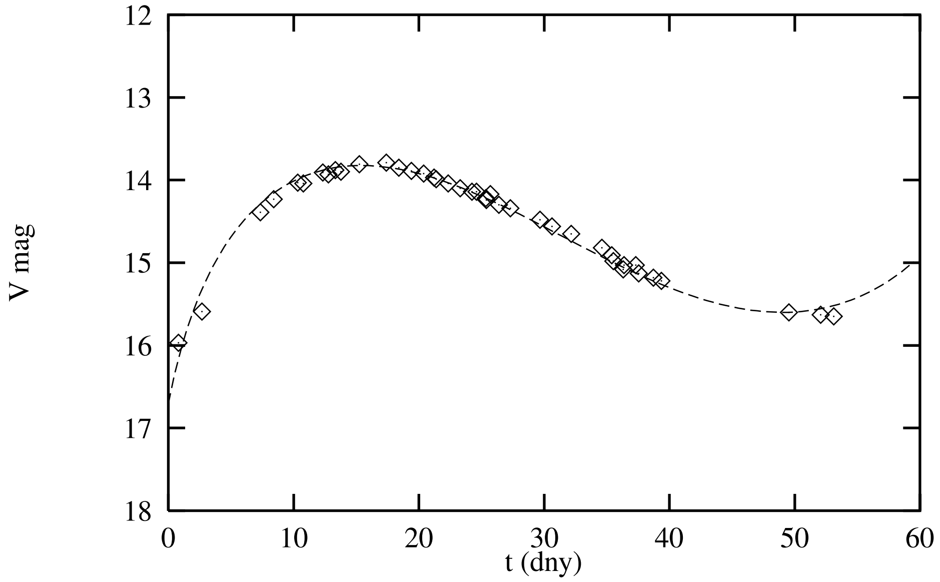
Tabulka 3.1: Parametry světelných křivek SN1998bw získané simultaním odhadem parametrů v UBVRI filtrech. V posledních dvou řádcích je uveden reziduální součet pro všech 13 parametrů a asi 200 bodů a dále odhad standardní odchylky každého bodu.



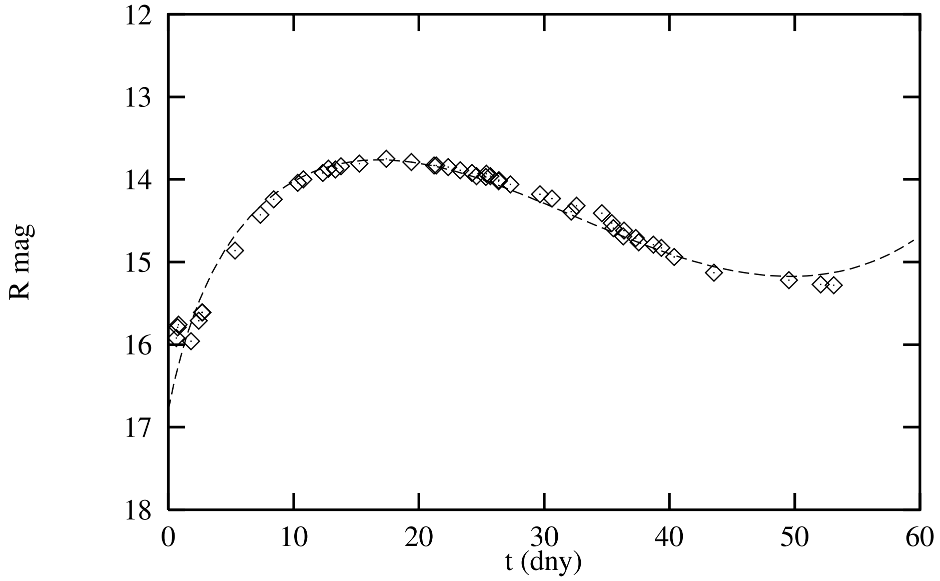
Obrázek 3.4: Pozorovaná světelná křivka SN1998bw a přibližné řešení v U filtru.



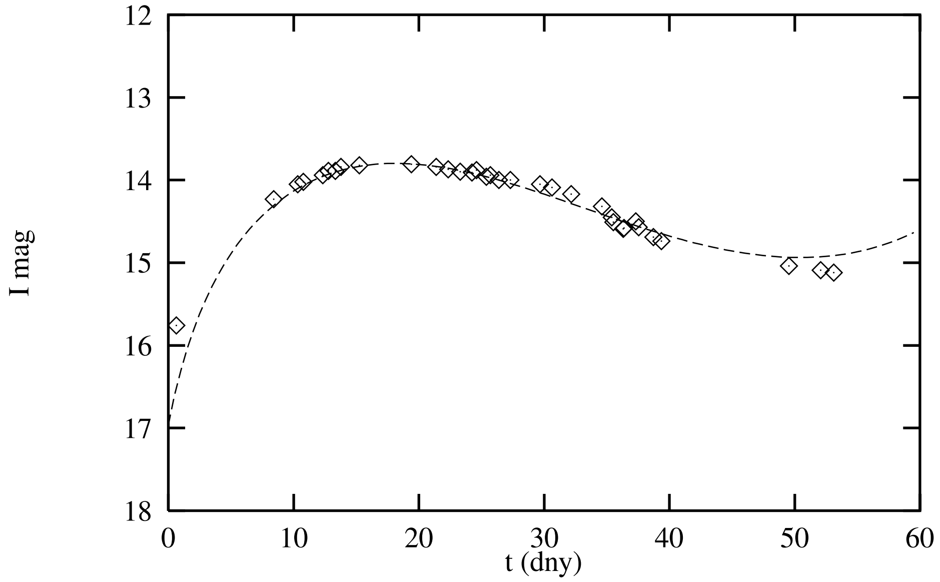
Obrázek 3.5: Pozorovaná světelná křivka SN1998bw a přibližné řešení v B filtru.



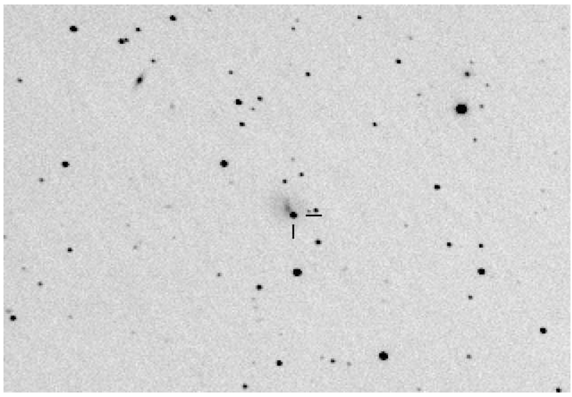
Obrázek 3.6: Pozorovaná světelná křivka SN1998bw a přibližné řešení v V filtru.



Obrázek 3.7: Pozorovaná světelná křivka SN1998bw a přibližné řešení v R filtru.



Obrázek 3.8: Pozorovaná světelná křivka SN1998bw a přibližné řešení v I filtru.



Obrázek 3.9: 600 sekundový složený obrázek přes R filter supernovy 2003du získný K. Hornochem blízko maxima její jasnosti v průběhu noci 27/28. dubna 2003. Slabá mateřská galaxie je UGC 09391.

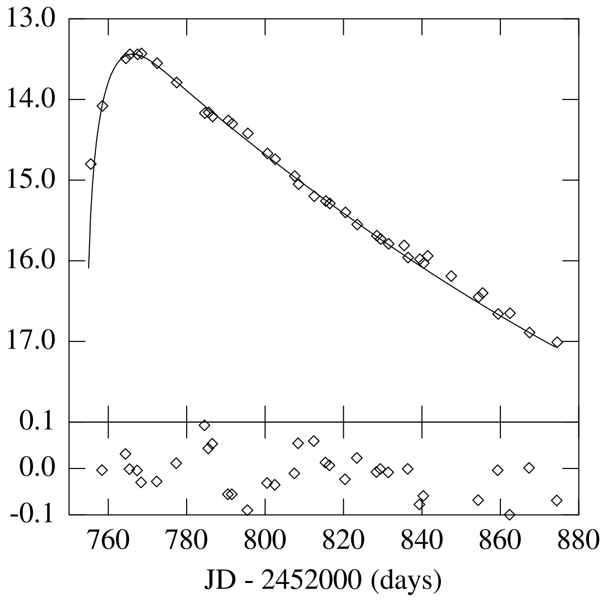
hmoty nebo energie a případných dalších konstant. Číselná hodnota E_0 v žádném případě nepředstavuje celkovou počáteční energii.

V tabulce je též uveden reziduální součet a odhad směrodatné odchylky každého měření (asi 0.1 magnitudy). Podle autorů mají body v U oboru statistické chyby kolem 0.1 magnitudy a v ostatních oborech menší než 0.05 magnitudy. Spočtené řešení je tedy jen nepatrně horší než mez daná statistickým rozptylem dat, ale systematické odchylky, způsobené příliš zjednodušující volbou modelu atmosféry, značně snižují jeho důvěryhodnost.

3.14. Světelná křivka supernovy 2003du

Supernova 2003du byla objevena dvojicí Schwartz a Holvorcem (2003) v galaxii UGC 09391 dva týdny před jejím maximem. Byla klasifikována jako Ia typ (Kotak a Meikle (2003)). Pozorovaná světelná křivka této supernovy zkonstruovana z pozorování K. Hornocha (Hornoch (2003)) v R filtru s 0.35 m reflektorem a CCD kamerou je na Obr. 3.9. Vnitřní statistická chyba pozorováni je asi 0.05 magnitudy. Pro získání každého bodu křivky byly použity tři srovnávací hvězdy. Větší rozptyl v pozdejším období byl způsobem ovlivněním světla supernovy mateřskou galaxií. Tyto body byly klasifikovány menší vahou při zpracování.

Výsledky fitování světelné křivky jsou uvedeny na Obr. 3.10 a v Tab. 3.2. O významu odhadu statistických odchylek a způsobu jejich získání lze říct totéž jako u předchozího případu. Výsledné parametry nebyly korigovány o galaktickou extinkci nebo zčervenání.



Obrázek 3.10: Pozorovaná a spočtená světlená křivka supernovy 2003du. Svislá osa reprezentuje R (Kron-Cousins) magnitudy bez vyznačených chybových intervalů.

Veličina	Řešení
T_0	13000 ± 2000 K
ϱ_0	$(1.7 \pm 0.2) \cdot 10^{-11}$ g/cm^3
v_0	8200 ± 400 km/s
R_0	$(3.76 \pm 0.04) \cdot 10^{14}$ cm
JD(t_0)	2452730.62 ± 0.01
t_1	74.8 ± 0.03 dní
e_1	0.10 ± 0.02
t_2	25.7 ± 0.5 dní
e_2	1.22 ± 0.03
m_0	66.601 ± 0.05
S_0	1.634
σ	0.043

Tabulka 3.2: Výsledek fitování pozorovaných dat a modelu pro SN2003du. Jako model profilu R filtru byla použita Diracova funkce centrovaná na 666 nm. Střední odchylka byla 0.039. Pro odvozené veličiny platí hodnoty $\tau_0 = 1110$ dní a $\tau_h = 5.3$ dní.

KAPITOLA 4.

SVĚTELNÉ KŘIVKY DOSVITŮ

Obálky supernov se rozpínají rychlostmi několika desítek tisíc kilometrů za sekundu, jež jsou mnohonásobně menší než rychlost světla Jaká by byla světelná křivka objektu, který by se rozpínal rychlostí blížící se rychlosti světla? Zajímá nás především tvar této křivky a dále zářivý výkon ve vztahu k supernovám.

Na první pohled se jedná pouze o akademickou otázku. Relativistické rozpínání bude jistě zajímavé z teoretického hlediska, protože například umožní přesně definovat meze nerelativistického přiblížení. Nemusí ale jít o čistě teoretický problém. V této kapitole je rozvinuta teorie právě takovýchto objektů a ukáže se, že existuje dobrá shoda mezi vypočtenými světelnými křivkami a pozorovanými křivkami dosvitů.

4.1. Vlastnosti světelné křivky

Základní rozdíl mezi světelnými křivkami dosvitů a supernov spočívá ve tvaru a absolutního zářivého výkonu v obou případech. Zatímco supernovy jsme měli možnost pozorovat ve velkém rozsahu zářivých výkonů, dosvity jsou vesměs (relativně) velmi slabé objekty. Tvary světelných křivek supernov jsou poměrně rozmanité, jak již bylo ukázáno, oproti tomu, světelné křivky dosvitů vykazují velmi podobné chování. Na každé, dosud pozorované křivce byl nalezen na časových škálách dní až desítek dní jednoduchý mocninný pokles, jak je vidět na obrázku 4.1. Zajímavé je, že mocniny všech dosvitů jsou převážně v rozmezí 1 – 2. Pozorovaná magnituda je vyjádřena jako časová závislost

$$m(t) = m_0 + 1.086\,\alpha\,\ln t \tag{4.1}$$

(1.086 $\approx$ 2.5/ln (10)) tedy zářivý výkon vyjadřujeme ve tvaru:

$$L(t) = L_0 t^{-\alpha} \tag{4.2}$$

Pozorované hodnoty koeficientu α pro vybrané dosvity jsou uvedeny v tabulce 4.1.

Kromě jednoduchého mocninného poklesu jasnosti se podařilo pozorovat i jiné části křivky. Např. v případě GRB 970508 to byl vzestup do maxima (viz obr. 4.15). U GRB 990123 se podařilo pozorovat velmi ranou část křivky pouhých několik desítek sekund po záblesku (obrázek 1.4 a články Kulkarni et al. (1999), Galama et al. (1999), Akerlof et al. (1999)). Nakonec pak u GRB 990510 vykazuje raná část křivky dobře patrný zlom. Všechny tyto případy se z jednoduchého lineárního zákona vymykají. Obecně lze říct, že čím lépe je daný dosvit pozorován tím vykazuje komplexnější křivku.

Na obrázku 4.1 je vynesena křivka dosvitu po GRB 970228 publikovaná v Fruchter (1998). Jedná se o první pozorování světelné křivky dosvitu vůbec. Jasně je zde vidět opodstatněnost přímkového vztahu mezi magnitudou a logaritmem času. Pro srovnání je na obrázku 4.2 vynesena také křivka SN 1998bw ve stejném měřítku. Časové osy jsou totožné, osa magnitudy má stejný rozsah. Pro supernovu byla vybrána křivka v R filtru, protože odpovídá křivce dosvitu, ale protože o spektru dosvitu nemáme příliš podrobné informace, není jasné, jestli si tyto křivky mají odpovídat co se týče rozsahu magnitud. Vzhledem k použití logaritmické škály na vodorovné ose je tvar křivky silně závislý na určení počátečního okamžiku expanze. Ten je u dosvitu počítán jako čas zachycení gama záblesku a tedy poměrně přesně. Ovšem pouze za předpokladu, že jde opravdu o počátek expanze objektu způsobujícího dosvit. Určení počátku expanze u supernovy je prováděno nepřímo na základě světelné křivky, jak bylo popsáno v předchozí kapitole, a tedy s nesrovnatelně menší přesností (u dosvitů může jít o několik desetin sekundy, kdežto u supernov o několik desetin dne).

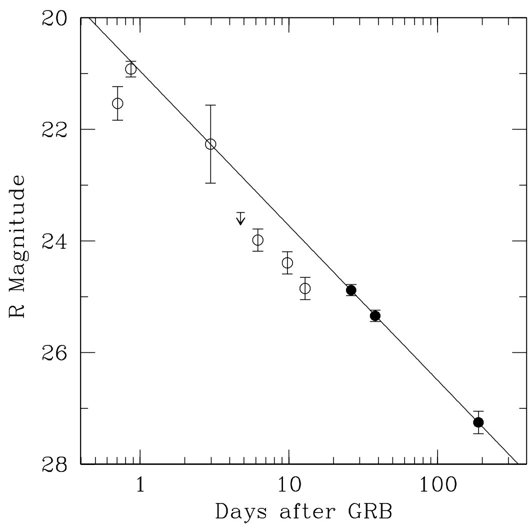
Na první pohled je vidět naprosto odlišný časový průběh obou křivek. Především je patrné, že protažení jakékoliv lineární závislosti světelné křivky této supernovy by činilo značné potíže. Rozdíly v magnitudách nemusí nutně pocházet z vnitřních vlastností zdroje (ať již ten termín znamená cokoliv), ale mohou také souviset se vzdáleností, mezihvězdnou extinkcí a nemusí mít nutně hlubší význam.

4.2. Vlastnosti barevných křivek dosvitů

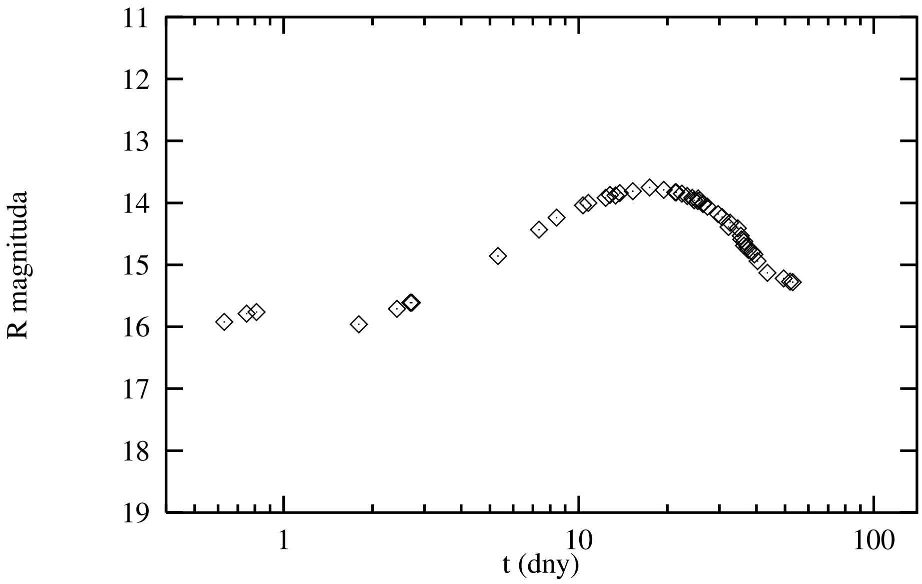
Kromě světelné křivky je pro studium dosvitů důležitá také změna barvy pozorovaného objektu, jinak řečeno barevná křivka dosvitu. Zatímco v případě světelné křivky se dozvídáme o objektu informaci o tom, kolik energie vyzařuje, v případě barevné křivky v optickém oboru to je především informace o teplotě objektu. Přitom pod pojmem barevné křivky rozumíme, jak je v astronomii obvyklé, poměr zářivých výkonů ve dvou rozdílných oborech spektra, vyjádřený třeba jako rozdíl magnitud objektu získaných ve dvou filtrech. U velmi slabých objektů jako jsou například dosvity nebo supernovy je poměrně obtížné získat optické spektrum

GRB	α
970228	1.14 ± 0.05
970508	1.14 ± 0.014
971214	1.22
980326	2.10 ± 0.13
980329	1.3 ± 0.2
980519	2.60 ± 0.17
980703	1.39 ± 0.3
990123	1.12 ± 0.03
990510	0.88 / 2.5
990705	1.68 ± 0.1
990712	1.03 ± 0.02
991208	2.15
991216	1.22 ± 0.04
000131	1.20 ± 0.2
000301C	0.90 ± 0.04
000418	1.22 ± 0.08
000630	1.1 ± 0.3
000911	1.49 ± 0.14
000226	1.65 ± 0.02
001007	2.19 ± 0.14
001011	1.4 ± 0.1
010222	1.24 ± 0.02
011121	1.66 ± 0.06
011211	0.8
020305	1.3
020331	0.67 ± 0.1
020405	1.52 ± 0.12
020813	1.40 ± 0.02
021004	1.0
021211	0.82 ± 0.11
030226	0.62 ± 0.19
030227	1.0
030328	1.0 ± 0.1
030329	1.70 ± 0.04
030418	1.3 ± 0.1
030429	1.0

Tabulka 4.1: Mocniny světelných křivek dosvitů se světelnou křivkou ve tvaru mocninného poklesu. Podle Greiner (2004).



Obrázek 4.1: Světelná křivka dosvitu po GRB 970228. Podle Fruchter et al (1998).



Obrázek 4.2: Světelná křivka SN 1998bw ve stejném měřítku, jako křivka dosvitu GRB 970228.

běžnými metodami jako je spektrograf. Proto je velmi cenná i informace o spektru získaná pozorováním prováděným v různých fotometrických filtrech. Na základě změny barvy, tedy průběhu spektra pak můžeme odhadovat změnu teploty a další veličiny mající vliv na průběh spektra pozorovaného objektu.[1]

Barevný index $V - R$ udávající rozdíl v měřených magnitudách přes filtry krátkovlnější V a dlouhovlnější R filtr je základní charakteristika udávající průběh spektra v optické oblasti. Například pro hvězdu hlavní posloupnsti (vyzařující jako absolutně černé těleso) s teplotou 10 tisíc K je $V - R = 0$ nebo pro hvězdu o efektivní teplotě asi 3 a půl tisíce stupňů je přibližně $V - R = 1.1$. Vztah mezi barevným indexem $R - V$ a teplotou je přímý. Avšak předpoklad, že hvězdy (supernovy, dosvity) vyzařují jako absolutně černá tělesa je poměrně hrubý.

Na obrázku 4.3 je vynesena časová závislost $V - R$ indexu pro supernovu 1998bw. Z grafu je patrné, že teplota supernovy je těsně po explozi poměrně velká a s přibývajícím časem klesá alespoň na polovinu, přitom se samozřejmě maximum vyzařování posune směrem k delším vlnovým déklam a supernova tak zčervená. Analogický obrázek pro barvu dosvitu je poněkud jiný a je zobrazen na obrázku 4.4. Vykazuje jen mírné zčervenání s přibývajícím časem. Data ovšem vykazují značný rozptyl.

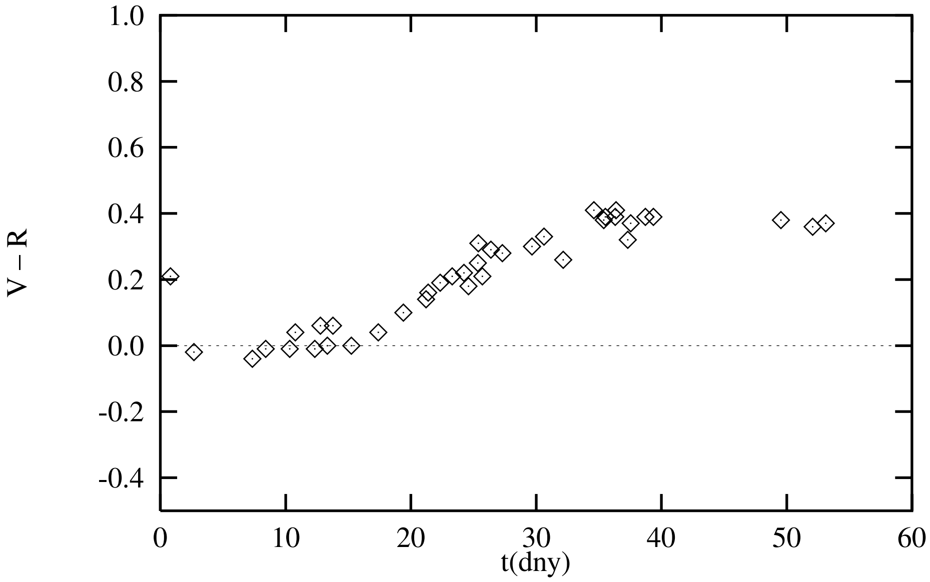
Časové rozmezí obou grafů bohužel není stejné. Přesto je vidět výrazně odlišný tvar obou grafů. Tyto rozdíly mohou být snadno použity k rozpoznání obou typů objektů při pozorování. U supernovy v době objevu očekáváme, že půjde o výrazně modrý objekt, jehož barva se z noci na noc nebude příliš výrazně měnit, zatímco v případě dosvitů půjde o podstatně červenější zdroj, jehož barva se prakticky nemění s rapidní změnou jasnosti objektu. Rozdíl mezi objekty obou druhů je v barevném indexu V – R přibližně půl magnitudy. Praktický význam této skutečnosti je tedy poměrně značný a může umožnit vyhledávání dosvitu v optických datech (bez znalosti příslušných GRB) (Simon et al. (2001)).

4.3. Relativistické zesílení světla

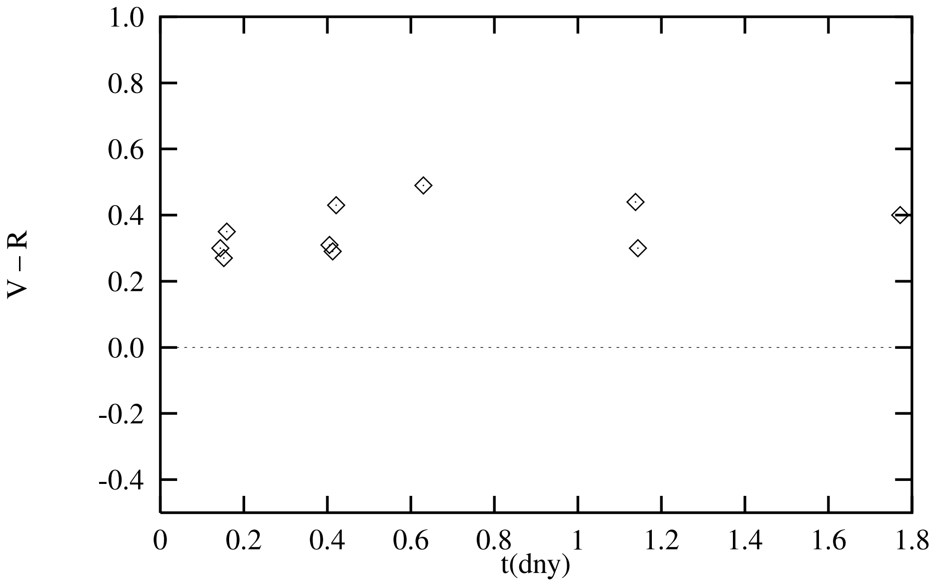
Jak již víme, světelná křivka je závislost zářivého výkonu jak ji měří pozorovatel na čase. Důležitá změna objevující se v relativistickém případě je v rozdílu mezi zářivým výkonem měřeným v soustavě spojené se zdrojem a v soustavě spojené s pozorovatelem. Zářivý výkon měřený pozorovatelem necht' je L a můžeme ji spočítat jako integral přes povrch zdroje tak jak jej vidí pozorovatel. Protože musíme pečlivě rozlišovat mezi veličinami meřenými v obou soustavach tak měřené hodnoty popisujeme velkými písmeny například t nebo $F(t)$ zatímco veličiny spojené se zdrojem malými τ nebo $\mathcal{F}(\tau)$.

Pozorovaná časová závislost zářivého výkonu L od zdroje s tokem $\mathcal{F}_\nu$ přes po-

[1]První impuls, který mě vedl k nápadu vysvětlovat světelné křivky dosvitů tak, jak je popsáno v této práci, byl kuloární rozhovor s R. Hudcem po jedné přednášce Mezinárodní stelární konference v Brně, při které J. Palouš prohodil něco v tom smyslu, že červenající dosvit znamená chladnoucí plazmu.



Obrázek 4.3: Křivka barevných indexů SN 1998bw.



Obrázek 4.4: Křivka barevných indexů dosvitu po GRB 990510.

vrch zdroje s normálnou $\mathbf{n}$ do směru k pozorovateli $\mathbf{n}_{obs}$ a normovaná na jednotku frekvence je integral přes povrch viditelný pro pozorovatele $\mathcal{S}'$:

$$L_\nu(t) = -\int\limits_{\mathcal{S}'} F_\nu(t)\ \mathbf{n} \cdot\ \mathbf{n}_{obs}\, \mathrm{d}S \tag{4.3}$$

Tato rovnice je ekvivalentem (3.19). V důsledku relativistických efektů může být výsledný zářivý výkon drasticky změnen, pokud je zdroj silně deformován relativistickou expanzí.

Rychle se pohybující zdroj jeví změny vlnové délky a intensity svého světla v důsledku Dopplerova efektu. Velikosti těchto změn závisí na spektrálním průběhu zdroje a na relativní rychlosti a vzájemném natočení zdroje a pozorovatele. Na základě Liuvilleova teoremu (Misner, Thorne and Wheeler (1973)) o zachovaní objemu fázového prostoru platí že se poměr specifické intensity a třetí mocniny frekvence zachovává

$$\frac{\mathcal{I}_\nu}{\nu^3} = \text{const.} \tag{4.4}$$

podél libovolné křivky ve fázovém prostoru. Použitím tohoto teorému můžeme spočíst intenzitu měřenou pozorovatelem, pokud zanedbáme vliv extragalaktické extinkce, kosmologického rudého posuvu a pod.

Světelný tok $\mathcal{F}_\nu$ je specifická intensita integrovaná přes celý prostorový úhel. Pokud je intensita vyzařovaná z jednotkové plošky povrchu isotropní, pak je světelný tok $\mathcal{F}_\nu \propto \mathcal{I}_\nu$ invarinatem také ve tvaru $\mathcal{F}_\nu/\nu^3 = \text{const.}$ V tomto případě tedy pro vyzařovaný a měřený světelný tok platí

$$F_\nu(t) = \mathcal{D}^3 \mathcal{F}_\nu(t) \tag{4.5}$$

kde Dopplerův faktor pro záření emitované s frekvencí ν_0 a pozorované s ν je definován jako

$$\mathcal{D} \equiv \frac{\nu}{\nu_0} = \frac{\sqrt{1 - v_0^2/c^2}}{1 - (v_0/c)\cos\theta} \tag{4.6}$$

4.4. Evoluční rovnice

Expanzi budeme počítat v plochém prostoročase. Tato aproximace je relevantní v případě malé hustoty kdy gravitace je zanedbatelná oproti ostatním silám. Přitom předpokládáme, že hustota expandující obálky je řádově stejná jako hustota vody (analogicky k modelu supernovy nebo průměrná hustota Slunce) v okamžiku startu expanze a dále pozvolna klesá. Dále předpokládáme, že stav materiálu lze aproximovat jako ideální plyn vyzařující jako absolutně černé těleso.

Zákon zachování energie v expandující kouli je popsán tenzorem energie – impulsu (Misner, Thorne and Wheeler(1973))

$$\mathsf{T} = \mathsf{T}_g + \mathsf{T}_e \tag{4.7}$$

kde T_g odpovídá ideálnímu plynu a T_e reprezentuje tok energie. Konktrétně máme

$$\mathsf{T}_g = (e + \frac{p}{c^2})\,\mathsf{v} \otimes \mathsf{v} + p\,\mathsf{g} \tag{4.8}$$

s metrikou plochého prostoročasu, která je diagonální ve sférických souřadnicích. Hustota energie je e, v je 4-rychlost a tlak pak p. Tok energie pak může být napsán jako

$$\mathsf{T}_e = \mathsf{v} \otimes \mathsf{F} + \mathsf{F} \otimes \mathsf{v} \tag{4.9}$$

kde F je vektor toku energie. Pohybové rovnice dostaneme derivací T a Eulerova rovnice pak vznikne jako důsledek podmínky $\nabla \cdot \mathsf{T}_e = 0$:

$$(e + \frac{p}{c^2})\nabla_{\mathsf{v}}\mathsf{v} = -(\mathsf{g} + \mathsf{v} \otimes \mathsf{v}) \cdot \nabla p \tag{4.10}$$

První zákon termodynamiky vyhovuje podmínce $\mathsf{v} \cdot \nabla \cdot \mathsf{T}_e = 0$:

$$\mathsf{v} \cdot \nabla \mathsf{v} \cdot \mathsf{F} + \mathsf{v} \cdot \mathsf{v} \nabla \mathsf{F} = 0 \tag{4.11}$$

kde $\mathsf{v} \cdot \nabla \mathsf{v} \equiv \mathsf{a}$ je 4-zrychlení a $\mathsf{v} \cdot \mathsf{v} = -c^2$ je druhá mocnina 4-rychlosti.

Shrneme, že relativistická Eulerova rovnice (4.10) má stejný tvar jako v nerelativistickém případě. Pokud má stejný tvar, musí mít i stejné řešení, kterým je homologická expanze.

Energetické toky v relativisticky expandující obálce mají stejný charakter jako v obálce supernovy. V expandující kouli se nezachovává energie, protože je její určitá část vyzářena do okolí ve formě záření. Ztráta energie je popsána (3.23). Nejde tedy o izolovaný termodynamický systém. Entropie s v libovolném bodě obálky s teplotou T, hustotou ϱ, 4-rychlostí v a energetickým tokem $\mathsf{F} = (0, \mathbf{F})$ (kde $\mathbf{F}$ je dáno (3.10)) je definována jako:

$$\mathsf{s} \equiv \varrho s\,\mathsf{v} + \frac{\mathsf{F}}{T} \tag{4.12}$$

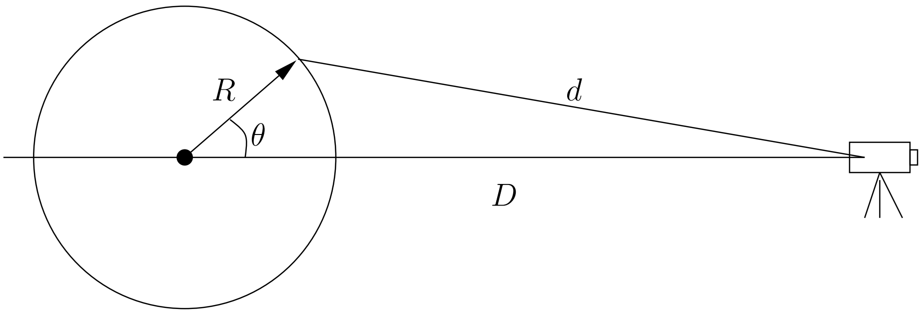
Tok je pak definován jako paralelní složka entropie v prostoročase podmínkou:

$$T\nabla \cdot \mathsf{s} = 0 \tag{4.13}$$

Použití $\mathsf{v} \cdot \mathsf{F} = 0$ vede k obvyklému vyjádření pro tok energie:

$$\rho T \left(\frac{\partial s}{\partial \tau} + \mathbf{v}\nabla s \right) = \nabla \mathbf{F} - \mathbf{F}\frac{\nabla T}{T} \tag{4.14}$$

Energetický tok má relativistickou část $\mathsf{F}\,\mathsf{v}\nabla\,\mathsf{v}$ v důsledku (inerciální) hmoty tepelného toku. První termodynamický zákon je projekce gradientu na T na 4-rychlost. V tomto případě zanedbáváme vliv ostatních možných zdrojů energie v obálce jako je například radioaktivní rozpad.



Obrázek 4.5: K vysvětlení geometrie expandující obálky z hlediska pozorovatele v obálce.

4.5. Geometrie dosvitu

Poměrně snadno si lze představit, jak bude pro vzdáleného pozorovatele, který může rozeznat detaily na povrchu, vypadat rozpínající se obálka supernovy. Pozorovatel uvidí kouli, která je na všech místech povrchu stejně světlá (případné okrajové ztemnění zanedbáváme) a zvětšuje se. Když pozorovatel změří zářivý výkon libovolného místa na povrchu např. ve středu a vynásobí jej vhodným číslem, dostává celkový vyzářený výkon, protože vyzařování je aspoň přibližně izotropní.

Bohužel takovýto jednoduchý model nefunguje v případě, že se obálka rozpíná relativistickými rychlostmi. Samotný problém je vidět již z jednoduché analýzy pomocí Lorentzových transformací. Jak je všeobecně známo, je zásadní rozdíl mezi změnou prostorového intervalu v případě, že se objekt pohybuje vůči pozorovateli rovnoběžně nebo kolmo je směru pohledu. Jeho vzezření bude rozdílné a proto bude rozdíl i mezi tím, jak se bude vzdálenému pozorovateli jevit expandující obálka. Očekáváme, že na viditelných okrajích uvidí pozorovatel něco jiného než ve středu.

Jako první se podobnými úvahami začali zajímat Rees (1967) a také později Ginzburg (1975), podle jehož popisu budeme postupovat. Jejich zájem vyplýval především z potřeby vysvětlení nadsvětelného pohybu pozorovaného u řady jetů v kvasarech (přehled problematiky je podán v Kellerman (1981)).

Abychom k problému relativistické expanze mohli říct něco bližšího, představme si situaci znázorněnou na obrázku 4.5. Ten znázorňuje vzájemné postavení expandující obálky a pozorovatele. Vzdálenost mezi středem koule a pozorovatelem je D, poloměr obálky v čase τ měřeném v systému obálky je $\mathcal{R}(\tau)$ a úhel mezi spojnicí pozorovatel — střed obálky a pozorovaným bodem na povrchu je θ. Přitom je tento úhel měřen vzhledem k pozorovateli. Měřený čas, například maxima zářivého výkonu, pozorovatelem bude posunutý o rozdíl daný časem, který potřebuje světlo na překonání vzdálenosti zdroj — pozorovatel:

$$t = \tau + d/c \tag{4.15}$$

Jde tedy o jednoduchý posuv počátku počítání času. Podobný výsledek musíme dostat také pro libovolný bod na povrchu koule. Vztah mezi časem τ pro bod na kouli o poloměru $\mathcal{R}(\tau)$, úhlu θ a časem pozorovatele je

$$t = \tau + \frac{d(\tau)}{c} \approx \tau + \frac{D}{c} - \frac{\mathcal{R}}{c}\cos\theta \tag{4.16}$$

kde d je vzdálenost od bodu na kouli a pozorovatele a kterou jsme aproximovali podle kosinové věty jako $d = \sqrt{D^2 + \mathcal{R}^2 - 2D\mathcal{R}\cos\theta} \approx D - \mathcal{R}\cos\theta$ (přitom jsme předpokládali, že poloměr obálky je zanedbatelně malý vůči vzdálenosti od pozorovatele $R \ll D$). Čas τ je pro vzdáleného pozorovatele v principu těžce měřitelný. Naopak, snadno lze měřit poloměr koule:

$$\mathcal{R}(\tau) = \mathcal{R}_0 + v\tau \tag{4.17}$$

Vyloučení τ z (4.16) za pomocí (4.17) vede ke vztahu

$$R(t) = \mathcal{R}_0 + \frac{vt}{1-(v/c)\cos\theta} - \left(\frac{v}{c}\right)\frac{D - \mathcal{R}_0\cos\theta}{1-(v/c)\cos\theta} \tag{4.18}$$

který udává poloměr měřený vzdáleným pozorovatelem v závislosti na jeho čase t. Je jasné, že příspěvek od $\mathcal{R}_0$ a od třetího členu představuje pouze zpoždění a proto jej vypouštíme. Výsledný vztah, který budeme používat, bude tedy mít tvar

$$R(t) = \frac{\mathcal{R}_0 + vt - Dv}{1-(v/c)\cos\theta} \tag{4.19}$$

Tento vztah můžeme interpretovat tak, že rychle se rozpínající kulový zdroj se vnějšímu vzdálenému pozorovateli jeví jako rovnoosý elipsoid s delší osou ve směru jeho pohledu. Nezávislý pozorovatel s pozorovacím stanovištěm kolmo na směr pozorovatelova pohledu by viděl elipsu. Celá situace je ilustrována na obrázku A.4, kde je znázorněn řez rovníkem elipsoidu. Pozoruhodné je, že střed rozpínání není ve středu ale je v ohnisku této elipsy.

Vzdálenost, kterou urazí hmota po výbuchu, jak ji vidí pozorovatel je:

$$R(t) = \frac{\mathcal{R}_0 + vt - Dv}{1-(v/c)\cos\theta} \tag{4.20}$$

Tato rovnice je polární rovnicí elipsy. Obvykle je ve jmenovateli místo znaménka mínus znaménko plus, neboť se předpokládá, že pro $\theta = 0$ je bod elipsy nejblíže ohnisku umístěnému v počátku. Polární rovnice elipsy

$$R = \frac{p}{1-\varepsilon\cos\theta} \tag{4.21}$$

kde

$$p = \frac{b^2}{a}, \qquad \varepsilon = \sqrt{a^2-b^2}/a, \qquad e = \sqrt{a^2-b^2}$$

dává po vyřešení rovnic $vt = b^2/a, v = \sqrt{a^2 - b^2}/a$ hodnoty parametrů

$$a = \frac{vt}{1 - (v/c)^2} \tag{4.22a}$$

$$b = \frac{vt}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} \tag{4.22b}$$

$$e = \frac{v^2 t}{1 - (v/c)^2} \tag{4.22c}$$

a dále pro polární souřadnice složky souřadnic:

$$r = \frac{v^2 t}{1 - (v/c)^2} - \frac{vt}{1 - (v/c)^2} \cos\theta \tag{4.23a}$$

$$z = \frac{vt}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} \sin\theta \tag{4.23b}$$

Tyto vztahy představují rovnici elipsy vyjádřenou ve složkách v rovině. S uvážením rotační symetrie celého problému můžeme z těchto parametrických rovnic snadno spočíst plošné integraly potřebné pro výpočet celkového zářivého výkonu.

Relativisticky expandující bublina je tedy představována rotačním elipsoidem s osou procházející jejím středem a okem pozorovatele. Hlavní osa je orientována rovnoběžně se zorným paprskem. Cyklický úhel udávájící otočení roviny elipsy kolem této osy označíme φ. Vztah mezi polárními souřadnicemi r, z elipsy používanými výše a mezi kartézkými x, y, z popisujícími daný rotační elipsoid je:

$$\begin{aligned} x = r\cos\varphi &= a\sin\theta\cos\varphi \\ y = r\sin\varphi &= a\sin\theta\sin\varphi \\ z &= b\cos\theta \end{aligned}$$

V těchto rovnicích byl pro jednoduchost vynechán konstantní příspěvek k posuvu středu elipsy, která nemá vliv na výpočet plošných elementů bubliny.

Gaussovy formy plochy, které použijeme na další výpočet tedy jsou

$$\begin{aligned} E &= \left(\frac{\partial x}{\partial\theta}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial\theta}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial\theta}\right)^2 = a^2\cos^2\theta + b^2\sin^2\theta \\ F &= \left(\frac{\partial x}{\partial\varphi}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial\varphi}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial\varphi}\right)^2 = y^2 = a^2\sin^2\theta \\ G &= \frac{\partial x}{\partial\theta}\frac{\partial x}{\partial\varphi} + \frac{\partial x}{\partial\theta}\frac{\partial y}{\partial\varphi} + \frac{\partial z}{\partial\theta}\frac{\partial z}{\partial\varphi} = 0 \end{aligned}$$

dále pak máme

$$\sqrt{EF - G^2} = a\sin\theta\sqrt{a^2\cos^2\theta + b^2\sin^2\theta}$$

pokud místo a, b použijeme rychlosti dostáváme pro plošný element

$$\left(\frac{vt}{1-(v/c)^2}\right)^2 \sqrt{1-(v/c)^2\sin^2\theta}\,\sin\theta\,\mathrm{d}\theta\,\mathrm{d}\varphi \tag{4.24}$$

V nerelativistickém případě dominuje první člen a relativistickém druhý. To má přirozené vysvětlení, protože v nerelativistickém přechází elipsoid na kouli, takže $a \approx b$ a plošný obsah koule je

$$v \ll c \qquad r = a = b \qquad (vt)^2 \sin\theta\,\mathrm{d}\theta\,\mathrm{d}\varphi$$

jak očekáváme. Opačný extrém je relativistická limita

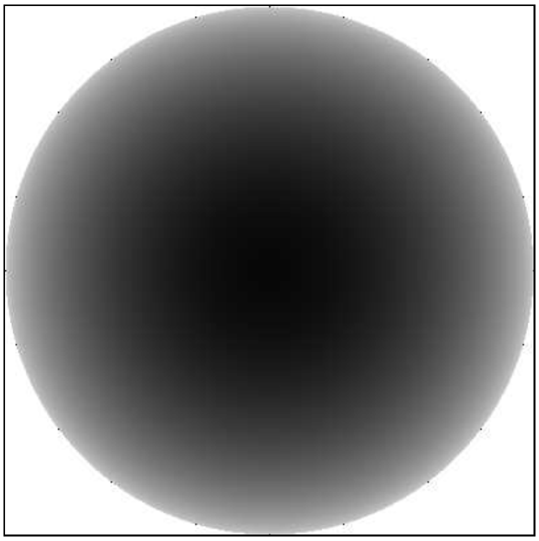
$$v \to c \qquad a \gg b \qquad \left(\frac{vt}{1-(v/c)^2}\right)^2 \cos\theta\sin\theta\,\mathrm{d}\theta\,\mathrm{d}\varphi \tag{4.25}$$

Změna je tedy v jiné mocnině výrazu pro rychlost a v relativistickém případě přibude závislost na úhlu.

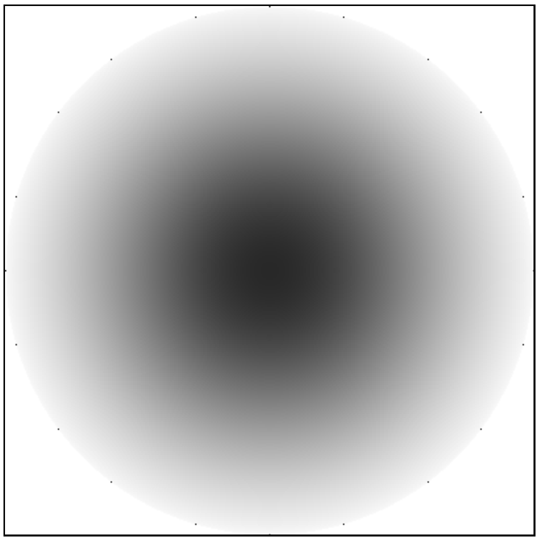
Tento plošný element udává, jak jednotkový plošný element na elipsoidu přispívá k celkovému zářivému výkonu. Protože element nezávisí na φ vidíme, že jde o osově symetrický případ. Závislost na úhlu θ je taková, že povrch koule blízko spojnice s pozorovatelem s $\theta \approx 0°$ a povrch u geometrických okrajů s $\theta \approx 90°$ přispívají minimálně a pozorovatel vidí, že je nejvíc preferované mezikruží poblíž $\theta \approx 45°$ (měřeno v klidové soustavě).

Deformace na elipsoid a následná změna velikosti viditelných ploch není jediný nebo nejdůležitější jev, který provází relativistickou explozi. Tímto jevem je relativistické zjasňování a zeslabování světla v důsledku mimořádně velké rychlosti expanze. Přitom dochází v důsledku Dopplerova jevu k posuvu frekvencí, tj. k zčervenání nebo zmodrání světla. Tento posuv frekvencí obvykle vede k posuvu spektrálních rysů do jiné oblasti spektra. Do úzkého oboru, ve kterém pozorujeme, se dostává jiná část spektra. V případě, že máme úzký filtr centrovaný na nějakou spektrální čáru a dojde k červenému nebo modrému posuvu, posune se pozorovaná čára z filtru a tím její intenzita silně poklesne.

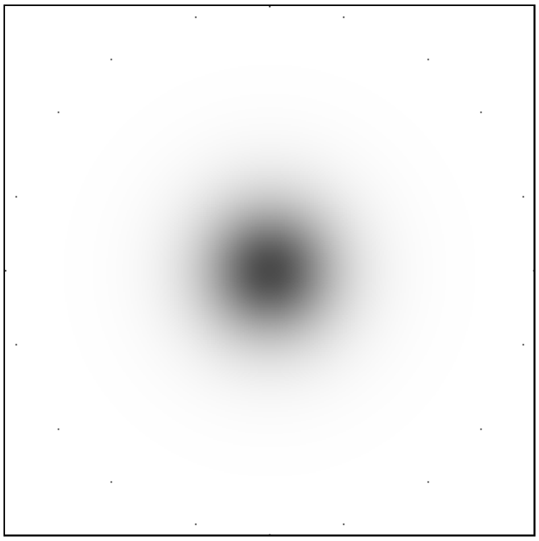
Pro ilustraci jsou na obrazcích 4.6 až 4.9 uvedeny příklady vlivu relativistické změny zářivého výkonu na vzhled rychle expandující obálky. Ve všech případech je vynesena závislost zářivého výkonu pozorovaná vzdáleným pozorovatelem a vypočtená podle (4.5), kde byly dosazeny hodnoty pro $\mathcal{F}_{\nu_0} = 1, \kappa = 1$, pro různé rychlosti v_0. Na obrázcích je znázorněna F_ν inverzně. Větší zářivý výkon odpovídá tmavšímu odstínu. Rovnoměrné rozložení intenzity by bylo v případě rychlosti expanze zanedbatelné oproti rychlosti světla. Ve všech případech je geometrický okraj naznačen tečkami na obvodu. Intenzity nejsou v měřítku, ale každý obrázek je škálován tak, aby byl pokryt co největší rozsah intenzit. Z obrázků je patrné, že pozorovatel vidí při větších rychlostech pouze malou část povrchu, která má silně zesílen zářivý výkon.



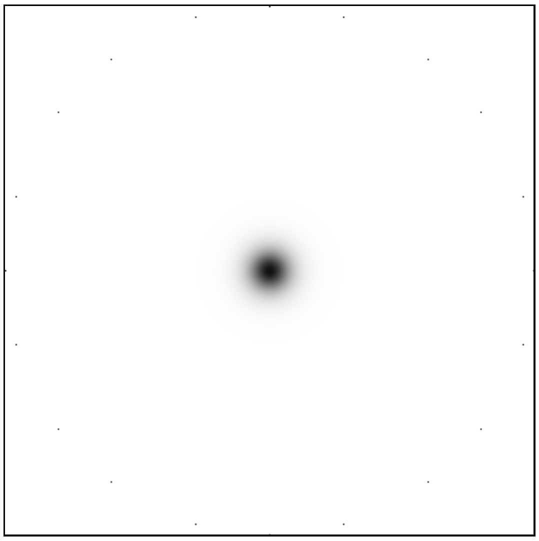
Obrázek 4.6: Rozložení pozorovaného zářivého výkonu po povrchu hypotetického dosvitu pro $v_0 = 0.1c$. Vyšší intenzita je znázorněna tmavším odstínem. Intenzity byly počítány ze vzorce $F(x, y) = [\sqrt{1 - (v_0/c)^2}/(1 - (v_0/c)\cos\theta\cos\varphi)]^4$, kde $x = 1 - \cos^2\theta\cos^2\varphi$, $y = 1 - \cos^2\theta$.



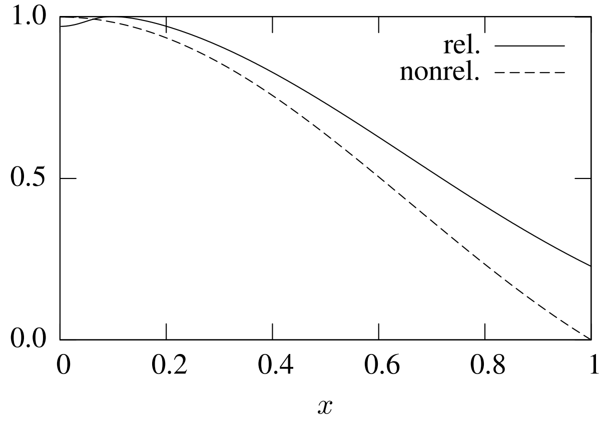
Obrázek 4.7: Rozložení pozorované zářivého výkonu po povrchu hypotetického dosvitu pro $v_0 = 0.5c$. Vyšší intenzita je znázorněna tmavším odstínem. Intenzity byly počítány ze vzorce $F(x, y) = [\sqrt{1 - (v_0/c)^2}/(1 - (v_0/c)\cos\theta\cos\varphi)]^4$, kde $x = 1 - \cos^2\theta\cos^2\varphi$, $y = 1 - \cos^2\theta$.



Obrázek 4.8: Rozložení pozorovaného zářivého výkonu po povrchu hypotetického dosvitu pro $v_0 = 0.9c$. Vyšší intenzita je znázorněna tmavším odstínem. Intenzity byly počítány ze vzorce $F(x, y) = [\sqrt{1-(v_0/c)^2}/(1-(v_0/c)\cos\theta\cos\varphi)]^4$, kde $x = 1-\cos^2\theta\cos^2\varphi$, $y = 1-\cos^2\theta$.



Obrázek 4.9: Rozložení pozorovaného zářivého výkonu po povrchu hypotetického dosvitu pro $v_0 = 0.99c$. Vyšší intenzita je znázorněna tmavším odstínem. Intenzity byly počítány ze vzorce $F(x, y) = [\sqrt{1-(v_0/c)^2}/(1-(v_0/c)\cos\theta\cos\varphi)]^4$, kde $x = 1-\cos^2\theta\cos^2\varphi$, $y = 1-\cos^2\theta$.



Obrázek 4.10: Normalizovaný profil prostorové distribuce teploty podle (4.27) je zobrazen čarou. Pro srovnaní je též uvedeno i nerelativistické řešení čárkovanou čarou.

4.6. Řešení evolučních rovnic

Rovnice (4.14) je relativistickou verzí I. termodynamického zákona mimo členu na pravé straně.

Užitím stejné argumentace při jejím řešení jako v případě supernovy dostaneme po separaci výraz:

$$\frac{\dot{\Phi}(\tau)}{\Phi(\tau)} = -\delta^2 \frac{\mathcal{R}(\tau)}{\tau_0 \mathcal{R}_0} \tag{4.26}$$

kde jsme označili vlastní hodnotu příslušející časové části jako δ a prostorová část pak je

$$\delta^2 = \alpha^2 + \frac{1}{4\eta(x)x^2\Psi^2(x)} \left[\frac{\partial \Psi}{\partial x}\right]^2 \tag{4.27}$$

přičemž jsme použili α definované relací (3.43), protože je rovnice opět separovatelná podobně jako v nerelativistickém případě.

Základní rozdíl mezi oběmi řešeními je v jiném prostorovém rozložení teploty v expandující obálce. Díky charakteru řešení už pravděpodobně není dále možné nalézt analytické řešení. Numerická integrace (4.27) je zobrazena na Obr. 4.6. přičemž byla použita podmínka $\eta(x) = 1$. Řešení je podobné jako v nerelativistickém případě až na objevení se vrcholu na křivce a obecně menším rozdílu teplot. Výsledný objekt tedy má podstatně teplejší povrch než jeho nerelativistický ekvivalent.

Znalost přesného průběhu (4.27) není v prvním přiblížení nutná k řešení (4.14), pokud zanedbáváme povrchové efekty. To lze provést v případě, že teplota celé obálky je vetší než ionizační teplota materiálu během celého průběhu expanze. V tomto případě je δ konstantní a časová část má stejné řešení jako v případě supernovy:

$$\Phi(\tau) = e^{-\delta^2(\tau/\tau_0 + \tau^2/2\tau_0\tau_h)} \tag{4.28}$$

4.7. Spektrum dosvitu

Pozorovaný zářivý výkon zdroje pohybujícího se rychlostí světla je silně závislý na jeho spektrálním profilu, jak je vidět z (4.5). Pokud není spektrum ploché, bude tato závislost modifikovat světelnou křivku. Obecně lze říci, že Dopplerův efekt bude posouvat spektrální rysy a zesilovat záření.

K výpočtu jednoduché aproximace spektrálního profilu dosvitu budeme předpokládat, že každý element v obálce vyzařuje jako absolutně černé těleso. Výsledné spektrum pak bude dáno integrálem přes fotometrický povrch obálky. Podobně jako u supernov budeme definovat efektivní poloměr dosvitu jako jeho fotometrický povrch.

Spektrální profil dosvitu je dán součtem spekter jednotlivých elementárních zářičů na efektivním poloměru elipsoidu:

$$F_\nu(t_s) = \int\limits_{S/2} B_\nu(T(t_s, \theta))\mathcal{D}^3 \,\mathrm{d}S \tag{4.29}$$

v pozorovatelově čase t_s. Plošný element dS je dán vztahem (4.24) a je stejně jako Dopplerův faktor $\mathcal{D}$ závislý na úhlech θ, ϕ. Integrace se provádí pro část plochy přivrácenou k pozorovateli $S/2$.

Pokud je expanzní rychlost v_0 zanedbatelná ve srovnání s rychlostí světla, pak F_ν bude mít tvar spektra absolutně černého tělesa. Při vyšších rychlostech bude profil stále více odlišný od termálního spektra. Podobný příklad lze nalézt například v případě spektra akrečního disku (Frank, Kind and Raine (2002)). Je to důsledek složení výsledného spektra ze spekter jednotlivých elementů, které jsou v různém časovém vývoji, s různými rychlostmi a různým časovým zpožděním.

Výsledkem numerické integrace (4.29) je Obr. 4.7. Parametry použité během výpočtu byly: $v_0 = 0.99c, T_0 = 10^6$ K, $R_0 = 10^{13}$ cm, $\tau_0 = 10^4, \tau_h = 10, t_s = 10^6$ (časy jsou v relativních jednotkách). Spektrum absolutně černého tělesa je vykreslené pro teplotu 10^4K.

Optickou část spektra dosvitů lze úspešně aproximovat mocninným zákonem ve tvaru

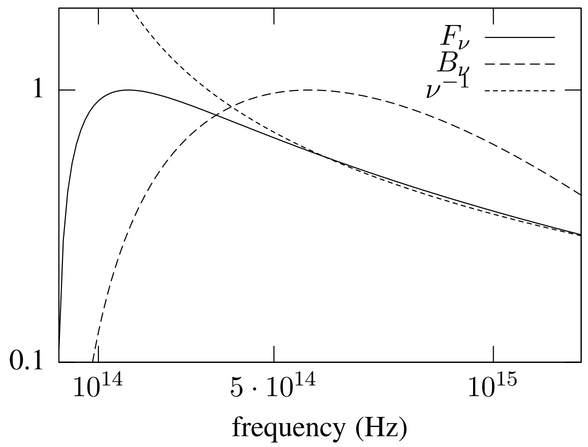
$$\mathcal{F}_\nu \propto \nu^{-\kappa} \tag{4.30}$$

kde κ je spektrální index. Jeho typické hodnoty jsou v rozsahu $0.5 - 1.5$ (Greiner (2004)).

Tato jednoduchá aproximace je vhodná pro hrubší analýzu světelných křivek, ale na vysvětlení podobnějších rysů, například spektrálních čar, bude vhodější použít komplexnější model.

4.8. Výpočet světelné křivky

V této části se zaměříme na výpočet světelné křivky dosvitu v případě, že zářivý výkon může být podobně jako v případě supernov aproximována radiační difuzí záření ve vnějších vrstvách obálky.



Obrázek 4.11: Normalizovaný spektrální profil relativisticky expandující koule F_ν, absolutně černého tělesa B_ν a mocninná aproximace $\propto \nu^{-1}$ v optické části spektra. Parametry jsou uvedeny v textu.

Substituce (4.28) do (3.39), její užití v (3.10) a substituce do (4.3) dává

$$L_\nu(t) = 2\pi c \frac{R_0 E_0}{\kappa_0 M}(\alpha^2 I_M)\phi_\nu(t) \tag{4.31}$$

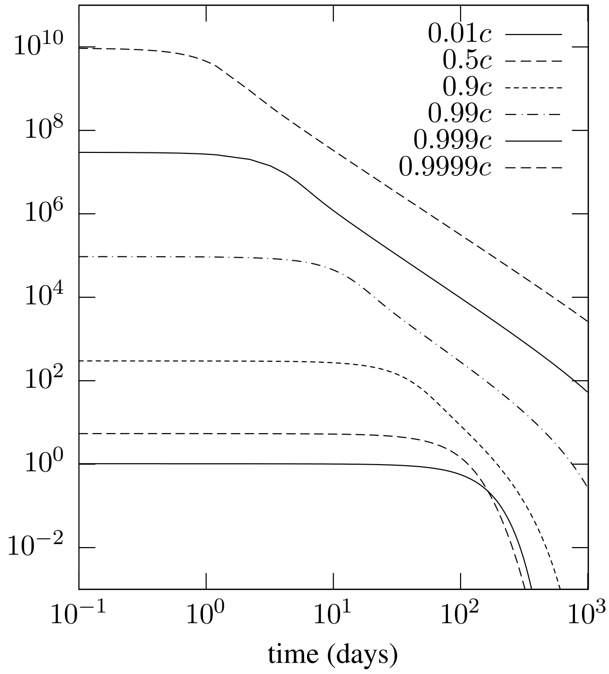
kde bylo použito označení

$$\phi_\nu(t) = \int_0^{\theta_0} \Phi(t)\mathcal{D}^{3-\kappa} \frac{\sqrt{1 - v_0^2/c^2 \cos^2\theta}}{(1 - v_0^2/c^2)^2} \cos\theta \, \mathrm{d}\theta \tag{4.32}$$

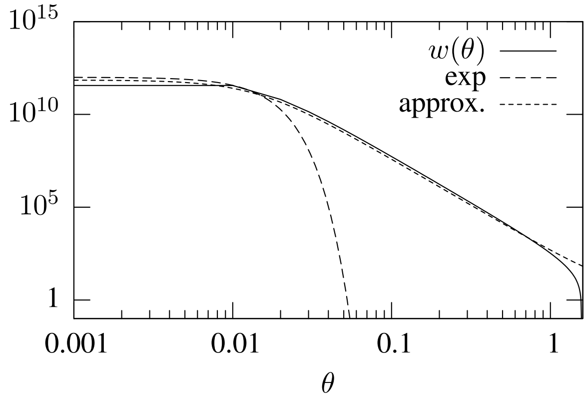
a explicitní závislost pro $t(v_0, \theta)$ a $\mathcal{D}(v_0, \theta)$. Čas $t(\theta) = \tau/\mathcal{D}(\theta)$ je počítán v pozorovatelově souřadné soustavě. Výsledné zářivé výkony jsou uvedeny v Obr. 4.12 pro několik hodnot expanzních rychlostí.

Křivky v grafech ukazují určité obecné rysy. Jednoduchá analýza ukazuje, že časová závislost je obsažena v členu $\Phi(\tau/\mathcal{D}(v, \theta))$. Součin $\mathcal{D}^{3-\kappa} d\mathcal{S}$ reprezentuje zesílení světla. V nerelativistickém případě je druhý výraz v (4.32) nezávislý na úhlu takže časová závislost je pouze jednoduchý exponenciální pokles.

Parametry použité pro vygenerování křivek byly: $\tau_0 = 10^3$ dní a $\tau_h = 10$ dní. S ohledem na fyzikální vlastnosti objektu byl počáteční poloměr zvolen jako relativně malý s velikostí srovnatelnou se světelným dnem $\mathcal{R}_0 \approx v_0$ (několik stovek astronomických jendotek). Velká hodnota $\tau_0 \propto \mathcal{R}^2/\lambda$ znamená, že objekt je relativně hustý. Obálka je pravděpodobně teplejší než v případě supernovy.



Obrázek 4.12: Relativní zářivý výkon $\phi_\nu(t)$ pro opticky tlustou obálku (rychlosti: $0.01c, 0.5c, 0.9c, 0.99c, 0.999c, 0.9999c$ a $\kappa = 0$). Ultrarelativistická limita je přímka pro $\phi_\nu \propto -2\log t$. Časové měřítko je v jednotkách $\tau_0 = 10^3$ a $\tau_h = 10$, tedy na podobných škálách jako dny.



Obrázek 4.13: Úhlová závislost $w(\theta)$, její aproximace (označená *approx*) a exponenciální funkce (*exp*). Pro expanzní rychlost $v_0 = 0.9999c$, $\tau_0 = 10^4$, $\tau_h = 10$, $t = 10$, $\kappa = 0$.

4.9. Ultrarelativistická aproximace

Uvedené grafy společně s jejich popisem ukazují základní chování expandující koule. V tomto oddíle se pokusíme odvodit analytickou aproximaci odhalující hlubší zakonitosti chování zdroje při expanzi. Nicméně skutečné zdroje budou ukazovat mnohem bohatší škálu efektů vyplývající z jejich přirozeného původu.

Nejdůležitější změna zářivého výkonu při přechodu od nerelativistických k relativistickým rychlostem je dokumentována na Obr. 4.12. Exponenciální pokles je nahrazen složitým časovým profilem, tak jak se expanzní rychlost blíží k c. V tomto extrémním případě může být světelná křivka modelována v širokém rozsahu mocninným zákonem s mocninnou dvě v případě ultrarelativistické limity. Časové parametry τ_0 a τ_h přestávají mít vliv na sklon této přímky a udávají pouze rozsah, ve kterém se daná approximace uplatní.

Na pochopení profilu světelné křivky potřebujeme provést detailní analýzu algebraických výrazu pod integrálem (4.32). Klíčové faktory jsou dva: časová závislost teploty Φ a časová závislost relativistického zesílení. Obr. 4.13 zobrazuje úhlovou závislost relativistického faktoru:

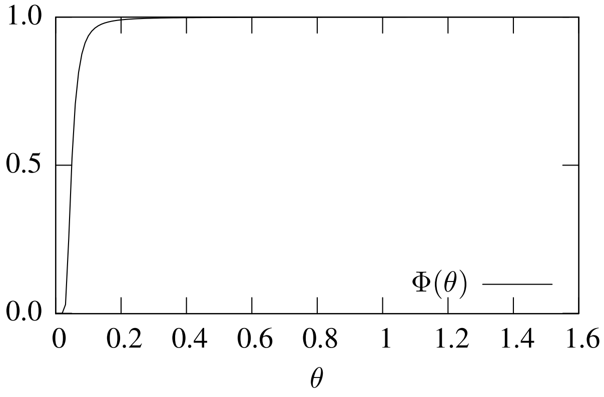
$$w(\theta) \equiv \frac{(1 + (v_0/c)\cos\theta)^{1/2}}{(1 - (v_0/c)\cos\theta)^{5/2-\kappa}} \frac{\cos\theta}{(1 - v_0^2/c^2)^{1/2+\kappa}} \tag{4.33}$$

Můžeme nalézt dobrou aproximaci pro $w(\theta)$ při $v_0 \to c$:

$$w(\theta) \approx \frac{1}{(1 - (v_0/c)\cos\theta)^{5/2-\kappa}(1 - v_0^2/c^2)^{1/2+\kappa}} \tag{4.34}$$

Obr. 4.14 ilustruje tuto závislost pro náhodně zvolené parametry.

Aproximace časové části Φ pro velké hodnoty τ_0 nebo τ_h je exponenciální



Obrázek 4.14: Úhlová závislost $\Phi(\theta)$ pro expansioní rychlosti $v_0 = 0.9999c$, $\tau_0 = 10^4$, $\tau_h = 10$, $t = 10$, $\kappa = 0$.

expanze s omezením na první dva členy

$$\Phi(t) \approx 1 - \delta^2 \left[\frac{t\sqrt{1 - v_0^2/c^2}}{\tau_0(1 - (v_0/c)\cos\theta)} \right] \tag{4.35}$$

Integral (4.32) může být aproximován

$$\phi(t) \approx \int_0^{\pi/2} \Phi(t,\theta) w(\theta)\, \mathrm{d}\theta$$

přičemž Φ je dobře aproximováno skokovou funkcí. V tom případě můžeme použít obdelníkovou metodu numerického výpočtu integrálu. Spodní hranice pro θ_0 je dána podmínkou

$$\frac{1}{2} = \Phi(t, \theta_0) \tag{4.36}$$

a samotná aproximace pak je

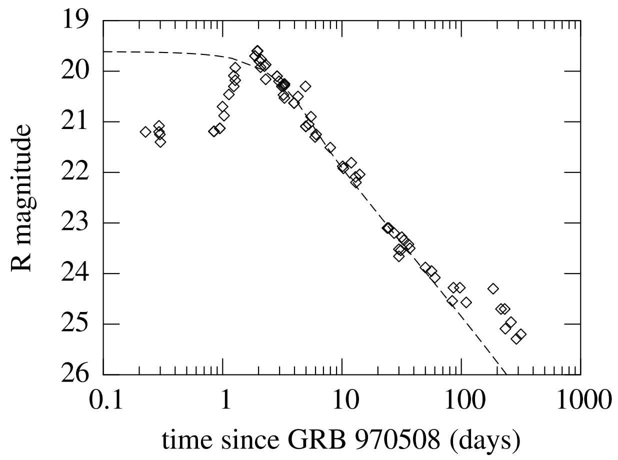
$$\phi(t) = \frac{1}{2} \frac{1 + w(\theta_0)}{\pi/2 - \theta_0} \tag{4.37}$$

Použijeme-li $1 - (v_0/c)\cos\theta_0 = 2\delta^2(t/\tau_0)\sqrt{1 - v_0^2/c^2}$ při (4.36) a aproximaci $\theta_0 = 1/\sqrt{2\delta^2(t/\tau_0)}\sqrt[4]{1 - v_0^2/c^2}$ v (4.33) pro malé θ_0 a $v_0 \to c$ dává

$$\phi(t) \approx \frac{\sqrt{1 + (v_0/c)\cos\theta_0}\cos\theta_0}{(\delta^2)^{2-\kappa}(1 - v_0^2/c^2)^{3/2+\kappa}} \left(\frac{t}{\tau_0}\right)^{-2+\kappa} \tag{4.38}$$

Tato aproximace je vykreslena v Obr. 4.32 jako ultrarelativistická limita.

Jak je vidět, hlavní vliv na tvar časové závislosti je odvozen z profilu w. Ultrarelativistická limita omezí zářivý výkon na poměrně malý kužel, ze kterého vychází



Obrázek 4.15: Světelná křivka dosvitu po GRB 970508. Pozorovaná data mají statistické chyby srovnatelné s velikostí symbolů a jejich hodnoty proto nebyly vyneseny.

záření, jehož časový profil je daný především Dopplerovým faktorem. Vliv časové závislosti Φ je omezen pouze na modelování tvaru křivky na velkých časových škálách. Důležitost faktoru Φ je potlačena extrémě dlouhým časem difuze záření. To může být interpretováno jako extrémně velký počáteční poloměr nebo velmi řídký materiál obálky.

4.10. Aplikace na reálná data

Odvozený výraz pro světelnou křivku dosvitu se pokusíme aplikovat na pozorované křivky několika dosvitů. Specielně se zaměříme na GRB 970508 pro který kromě fotometrických dat existují i spektroskopická pozorování. Tento dosvit je pravděpodobně nejlépe pozorovaný v celé historii pozorování dosvitů a proto jej použijeme jako reprezentativní případ. Navíc pouze pro tento záblesk existuje dostatečné množství obecně přístupných dat.

4.10.1. OA 970508

GRB 970508 se objevil 8.904 května UT 1997 a byl zachycen přístroji na družicích COMPTON a BeppoSAX, z jejichž přesné polohy se podařilo Bondovi (IAUC 6654) nalézt objekt na souřadnicích α = 06$^{\rm h}$ 53$^{\rm m}$ 49.2$^{\rm s}$, δ = +79° 16' 19" (J2000.0), který nejprve pozvolna slábl, poté se náhle zjasnil a po tomto maximu již následoval obvyklý lineární pokles jasnosti.

Světelná křivka, složená z pozorování různých skupin publikovaných v článku Garcia (1998), je vykreslena na obrázku 4.15 společně s proloženou křivkou, která byla získána numerickou integrací výrazu (4.32). Při prokládání teoretické závislosti byly použity hodnoty parametrů uvedené v tabulce 4.2. Z napozorovaných dat jsou vidět tři rozdílné části světelné křivky: Do maxima, kdy teoretická křivka zvolna klesá, vykazují pozorované body konstatní chování s prudkým vzestupem do maxima asi o 1.5 magnitudy. V období asi 3 – 100 dní po záblesku ukazují obě křivky přibližně lineární pokles. V posledním období se pozorovaný pokles opět zpomalil stejně jako teoretická křivka. Další pozorování tohoto dosvitu nejsou známa. Kromě doby těsně po záblesku teoretická křivka velmi dobře popisuje pozorovaná data.

Představa je taková, že při gama záblesku, analogicky s našimi znalostmi o supernovách, vznikne rázová vlna, která stlačí látku. Ta má velkou hustotu a teplotu a zcela určitě v ní neplatí, že tlak plynu převládá nad tlakem záření, jak jsme předpokládali. Proto ani neočekáváme, že bude námi odvozená křivka odpovídat pozorovaným datům. V podstatě jsou možné dva základní scénáře, buď dojde s rozpínáním k pozvolnému přechodu z dominance jednoho typu tlaku na druhý nebo k prudkému. Tomuto druhému by snad mohla odpovídat právě chování světelné křivky tohoto dosvitu.

Výskyt maxima by mohl vést k doměnce, že maximum, a celý průběh křivky, mohlo být způsoběno radioaktivním ohřevem tak, jak je tomu v případě supernov I. typu. Takováto představa vyžaduje sice izotop s poločasem rozpadu přibližně 1.5 dne, což je alespoň teoreticky možné, ale v takovém případě průběh teoretické křivky vůbec neodpovídá lineárnímu poklesu.

Prostřední část křivky dobře reprodukuje napozorovaná data. Ve smyslu výše uvedené interpretace můžeme konstatovat, že světelnou křivku tohoto dosvitu způsobila koule velmi řídkého plynu o počátečním poloměru asi 20 astronomických jednotek rozpínající se rychlostí asi $0.9c$ do okolního prostoru. Jde o velmi řídký a plně ionizovaný plyn, který obsahuje jen zanedbatelné množství radioaktivního materiálu, pokud vůbec nějaký. Teplota byla mimořádně vysoká, řádově desítky až stovky tisíc stupňů. Lze očekávat, že tento objekt bude velmi svítivý i v krátkovlnější oblasti spektra. Přitom je ale třeba mít stále na paměti, že spektrální průběh dosvitů je zatím jen velmi špatně určen (jde o slabé objekty)

V článku Metzger (1997) je prezentováno pozorování spektra tohoto dosvitu přibližně 3 a 4 dny po gama záblesku, tedy v době krátce po maximu. Na získání spektra byl použit 10-metrový Keck II, bohužel silně zastíněný, protože dosvit se nacházel pouhých 25° nad obzorem. Přesto se podařilo pořídit spektrum s poměrně dobrým rozlišením. Spektrální index měl přibližně hodnotu $\kappa = -0.9 \pm 0.3$. Podařilo se zidentifikovat několik spektrálních čar a určit hodnotu $z > 0.835$. Uvedená hodnota spektrálního indexu je interpretována jako spektrum netermálního zdroje, ale přesto v rámci chyb souhlasí s námi odvozenou hodnotou. Spektrum bylo pořizováno v době nedlouho po maximu, kdy ještě pravděpodobně není látka dostatečně blízko termodynamické rovnováhy. Bohužel v době pokračování lineárního poklesu už informace o spektru chybí.

Pouze nepřímo a ve vizuální oblasti daný spektrální index potvrzují pozorování uvedená v Galama et al. (1998b), kde je uvedena závislost hodnoty spektrálního indexu κ na čase získaná pozorováním v B, V, R_c, I_c filtrech různými pozorovacími skupinami (viz tam citovaná literatura). Na základě těchto pozorování se podařilo určit časový vývoj κ tak, že od okamžiku záblesku do asi 2 dní po, index klesal z hodnoty –0.5 na hodnotu –1.2, na které pak setrval. Můžeme tedy konstatovat, že to odpovídá spektroskopickému pozorování uvedenému v předchozím odstavci a také našemu odhadu pro κ.

4.10.2. Další dosvity

Teoretický model můžeme aplikovat na světelné křivky několika dalších osvitů. Z důvodů omezeného množství dat je uveden méně podrobný popis oproti předchozí části. Byly zpracovány všechny dosvity u kterých se podařilo shromáždit víc jak 15 bodů na světelné křivce.

Pokud není uvedeno jinak, použitá data poskytl z kompilaci z literatury a vlastních dat J. Gorosabel (2004). Dosvity jsou uspořádány v pořadí od nejlépe do nejhůře pokryté světelné křivky.

OA 990510 Dalším příkladem je GRB 990510, který je o poznání méně prozkoumán. Přesto jej použijeme jako další příklad, protože má světelnou křivku odlišnou od prostého lineárního poklesu.

GRB 990510 se objevil 10.36743 května UT 1999 na pozici odvozené z fotometrických snímků: α = 13$^{\rm h}$ 38$^{\rm m}$ 07.62$^{\rm s}$, δ = -80° 29' 48.8" (J2000.0). Světelná křivka, sestrojená na základě fotometrických pozorování v R oboru publikovaných původně v GCN cirkulářích a později překalibrovaných v Harrison (1999), je vynesena na obr.4.16.

Na obrázku 4.16 je kromě pozorovaných dat vynesena též teoretická křivka získaná postupem popsaným v oddílu 4.8. Rozptyl dat a taktéž kvalita odhadu parametrů světelné křivky není příliš veliká, ale je pozoruhodné, porovnáním údajů v tabulce 4.2, že k úspěšnému popsání pozorovaných dat stačilo pouze změnit expanzní rychlost, určující jak moc je světelná křivka vertikálně roztažená (tedy její amplitudu) a nulovou hladinu magnitudy, změněnou pravděpodobně jiným počátečním vkladem energie. Za předpokladu stejného zářivého výkonu a stejné extragalaktické extinkce by ze změřené hodnoty z (na základě spektroskopických pozorování vychází hodnota 1.619 ± 0.002) měla být hodnota posuvu mezi nulovými hladinami asi 1.5 magnitudy. To přibližně odpovída, pokud použijeme neověřený přibližný předpoklad, že energie vstupující do expanze je u každého dosvitu stejná.

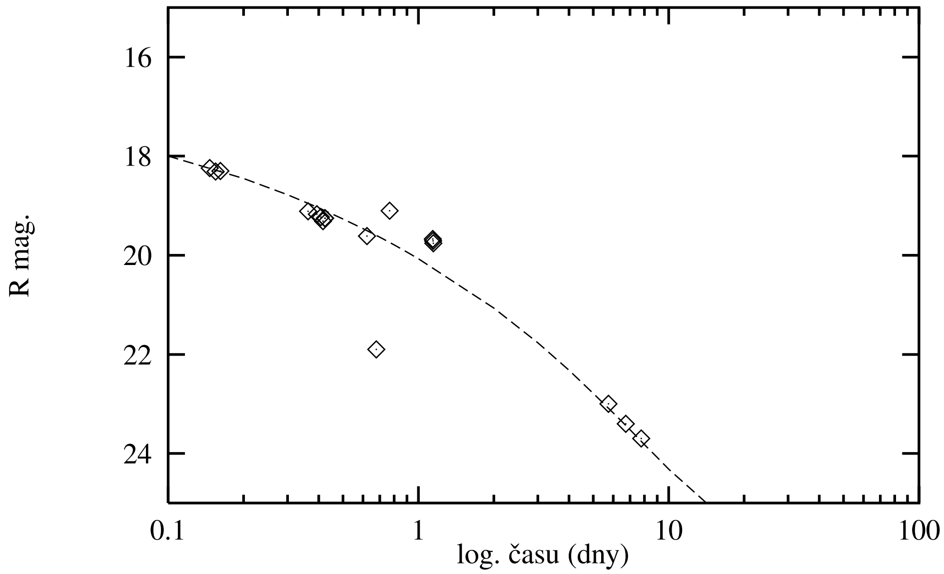
V cirkuláři GCN 323 (a později též v Harrison (1999)) je uvedena empirická, tj. dosud fyzikálně nepodložená, formule popisující pozorovaný tvar světelné křivky:

$$F_\nu(t) = [f_*(t/t_*)^{\alpha_1}][1 - \exp(-J)]/J$$

kde

$$J(t, t_*, \alpha_1, \alpha_2) = (t/t_*)^{\alpha_1 - \alpha_2}$$

a parametry mají hodnoty: $\alpha_1 = -0.88 \pm 0.02, \alpha_2 = -2.5 \pm 0.3, t_* = 1.55 \pm 0.05$ dnů. Takovyto způsob chování se vysvětluje v rámci modelů popisujících op-



Obrázek 4.16: Světelná křivka dosvitu po GRB 990510. Všechna data byla získána z GCN cirkulářů. Některé jsou horší kvality (blíže v textu).

tické dosvity jako záření z široce rozevřených jetů a zlom ve světelné křivce jako okamžik, kdy došlo k chlazení materiálu jetu relativistickými elektrony.

Přítomnost relativisticky vyzařujících elektronů lze v astronomii často dokázat pomocí lineární polarizace radiového nebo optického záření. Pozorování dosvitu po GRB 990510 částečně potvrzuje že záření z povrchu dosvitu bylo polarizované. Data, která získal Covino (1999) vykazují lineární polarizaci v řádu 0.02 %, která je přibližně stejná, jako u supernov. V článku je zmíněno, že polarizace dosvitu je výrazně jiná, než polarizace okolních objektů a proto má pravděpodobně jiný původ než například polarizace pocházející z mezihvězdného prachu.

OA 030329 Dosvit následující za GRB 030329 který nastal 29. března 2003 v 16:05 UT. Světelná křivka v R filtru získaná pozorovací sítí AAVSO International High Energy Network je na Obr. 4.17.

Tvar světelné křivky tohoto dosvitu je odlišný od předchozího případu. Světelná křivka vykazuje pozvolný pokles bez linearní části v období od 1 do 30 dnů a ve druhé fázy pak zjasnění přibližně 2 měsíce po gama záblesku. První fáze může být úspěšně popsána modelem jehož výsledky jsou uvedeny v Tab. 4.2).

Časový vývoj spektra byl studován Matheson et al. (2003). Uvedené hodnoty ukazují mocninné spektra s $\kappa = 0.8 \pm 0.2$ pořízená v 5.64 dní po GRB 030329. Spektrální pozorování neukazují výrazné změny spektrálního indexu v průběhu prvních dvaceti dní. Spektrum se ale výrazně změnilo v 25 dni po záblesku. Rudý posuv určený z absorbčních čar byl odhadnut na $z = 0.168$.

OA 000301C Gama záblesk GRB 000301C byl detekován 31. března 2000 v 09:51:37 UT na souřadnicích $\alpha = 16^{\mathrm{h}}\ 20^{\mathrm{m}}\ 18.6^{\mathrm{s}}$, $\delta = +29°\ 26'\ 36''$ (J2000.0). Tento dosvit po GRB 000301C se nacházel v souhvězdí Herkula a byl detekován IPN. Dosvit byl lokalizován poblíž poměrně jasné hvězdy a proto všechna napozorovaná data ukazují velký rozptyl. Světelná křivka nevykazuje obvyklý mocninný pokles, ale jen ohyb jasnosti. Ten obyčejně poukazuje na menší expanzní rychlosti.

OA 000926 Gama záblesk GRB 000926 byl detekován 26. září 2000 v 23:49:33 UT na souřadnicích $\alpha = 17^{\mathrm{h}}\ 04^{\mathrm{m}}\ 09.62^{\mathrm{s}}$, $\delta = +51°\ 47'\ 11.2''$ (J2000.0).

Světelná křivka tohoto dosvitu je klasický mocninný pokles s ohybem v poslední části, vzhledem k malému rozptylu hodnot bylo možné přesně určit všechny parametry. Tento gama záblesk se nacházel nedaleko předchozího na hranici souhvězdí Herkula a Draka.

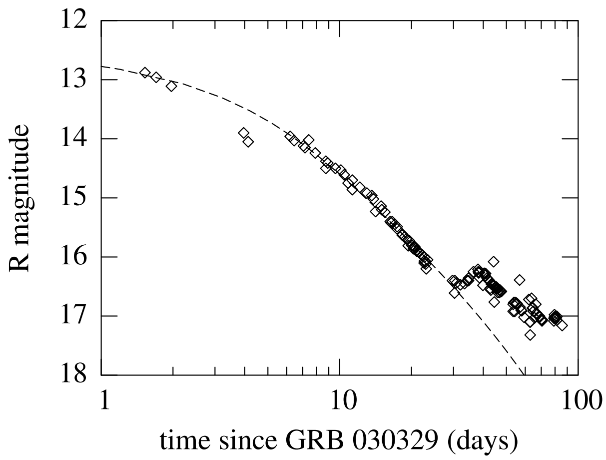
OA 010222 BeppoSAX detekoval tento gama záblesk 22. února 7:23:30 UT na souřadnicích $\alpha = 223.069$ a $\delta = 43.035$ (J2000.0) s chybovým poloměrem $5'$. Ze spektroskopických dat byl určen rudý posuv na $z = 1.476$.

Velmi pěkně pokrytá křivka tohoto dosvitu ukazuje kromě mocninné části i konstantní v zápětí po gama záblesku. Protože se podařilo zachytit ohyb z konstantní do klesající části, je určení obou časových parametrů poměrně přesné. Shodou okolností byl tento záblesk opět pozorován v podobné oblasti oblohy jako předchozí a to sice v horní části souhvězdí Bootesa.

OA 980519 Gama záblesk detekovaný BeppoSAX (IAUC 6910). Špatně pokrytá světelná křivka kterou se podařilo v rozumné míře nafitovat jedině s extrémě nízkou hodnotou spektrálního indexu. To je v rozporu se spektrálními měřeními uvedenými v Janusen et al (2001) kde se pro něj uvádí hodnota $\kappa = 0.81 \pm 0.01$.

OA 980703 Podobně jako předchozí případ jen malá část křivky odpovídá teoretickému modelu. Naštěstí jsou poslední 3 body považovány za horní detekční limity než korektní měření a to vzhledem k přítomnosti mateřské galaxie tohoto dosvitu.

OA 990123 Dosvit je mimořádný tím, že půl minuty po začátku mateřského gama záblesku byl na jeho pozici pozorován velmi jasný optický transient. První body v grafu 4.23 zobrazují právě tento transient. Jeho jasnost velmi rychle klesala a asi po jedné desetině dne (po asi dvou hodinách) se dostala na hodnoty srovnatelné s ostatními dosvity. Při aplikaci modelové křivky nebyla uvažována právě počáteční fáze neboť se nepodařilo nalézt pro celý časová průběh dostatečně přesné řešení. Z toho usuzujeme na to, že počáteční zjasnění mohlo být způsobeno jiným mechanismem.

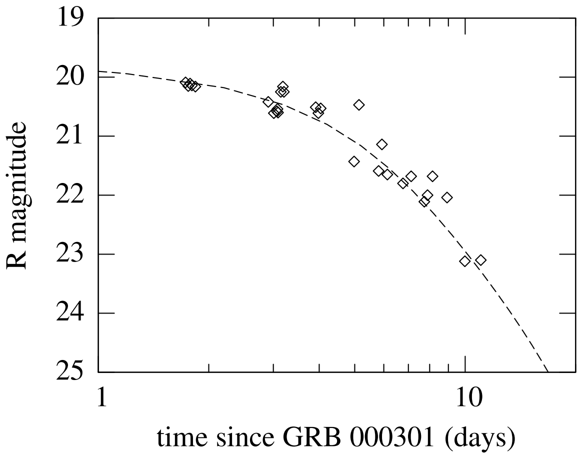


Obrázek 4.17: Světelná křivka OA 030329. Kosočtverce reprezentují data v R filtru (chyby jsou srovnatelné s velikostí symbolu). Přerušovaně je vyznačen model podle Tab.4.2.

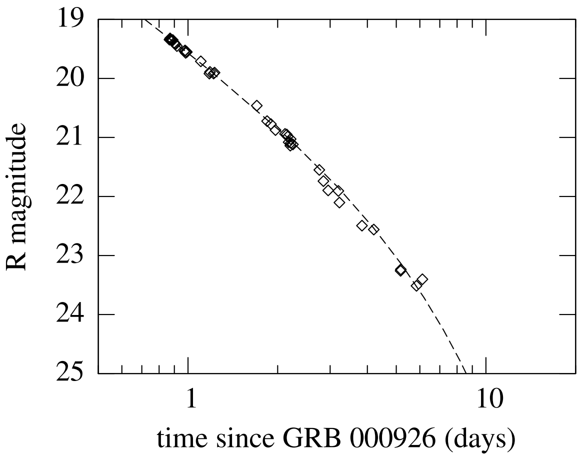
OA 990712 Tento dosvit opět v konečné fázi neodpovídá teoretickému modelu. Opět jde o neshodu pozorování a fitu v poslední fázi.

OA 991216 Světelná křivka tohoto dosvitu přesně odpovídá mocninnému poklesu neboť se podařilo zachytit právě lineární část poklesu. Model dobře popisuje pozorovaná data, ale časové parametry obsahují pravděpodobně velkou chybu protože na křivce nejsou zachytné body v podobě ohybu.

Statistický odhad parametrů Parametry byly odhadovány stejnou procedurou jako v případě supernov, tedy fitovány Marquard-Levenbergovým algoritmem. Odhady statistických parametrů pak byly brány jako běžným postupem z inverzní matice druhých derivací. Tento postup je korektní v případě, že veličiny jsou na sobě nezávislé (Press et al (1986)), což v tomto případě splněno nebylo a proto jsou statistické odhady nejistot parametrů uvedeny pouze formálně. Plná analýza chyb by vyžadovala uvedení celé kovarianční matice pro každou křivku, což považuji v teoretické práci za zbytečné. I přesto může být věrohodnost v některých případech horší než by vyplývalo z prosté analýzy statistických chyb. Důvodem je, že jen v málo případech je světelná křivka dostatečně pokrytá a tím je ovlivněno určení některých parametrů. Vzhledem k charakteru křivek a modelů byla často modelována jen část světelné křivky. To je opodstatněné jen v případě, že očekáváme že příslušná část křivky může být způsobena nějakým alternativním efektem.



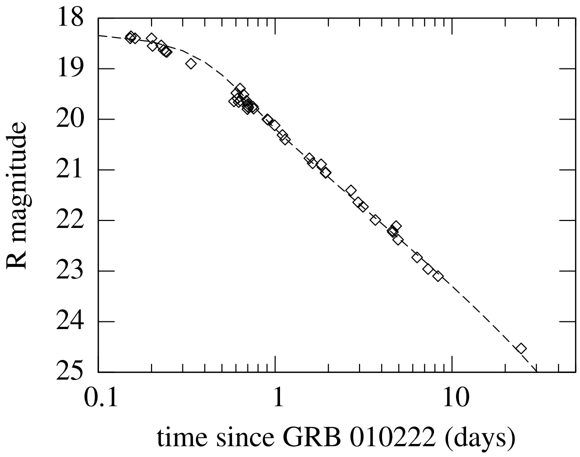
Obrázek 4.18: Světelná křivka OA 000301. Kosočtverce reprezentují data v R filtru (chyby jsou srovnatelné s velikostí symbolu). Přerušovaně je vyznačen model podle Tab.4.2.



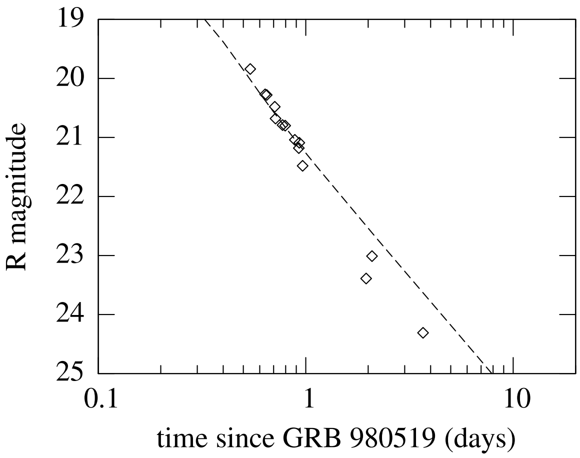
Obrázek 4.19: Světelná křivka OA 000926. Kosočtverce reprezentují data v R filtru (chyby jsou srovnatelné s velikostí symbolu). Přerušovaně je vyznačen model podle Tab.4.2.

dosvit	v_0/c	τ_0 (dny)	τ_h (dny)	m_0	κ
970508	0.9995 ± 0.0002	$(1.1 \pm 0.3) \cdot 10^4$	10 ± 2	-11.5 ± 0.1	0.9^*
990510	0.97 ± 0.02	$(3.0 \pm 0.4) \cdot 10^4$	20 ± 1	23.0 ± 0.1	1.1^*
030329	0.96 ± 0.02	$(2.0 \pm 0.1) \cdot 10^2$	$(2 \pm 1) \cdot 10^3$	5.7 ± 0.5	1.1^*
000301C	0.78 ± 0.01	$(1.8 \pm 0.4) \cdot 10^2$	5 ± 1	2.1 ± 0.2	1.00 ± 0.05
000926	0.98 ± 0.01	$(2.0 \pm 0.4) \cdot 10^2$	0.1 ± 0.02	0.1 ± 0.1	0.8 ± 0.03
010222	0.998 ± 0.001	$(2.0 \pm 0.5) \cdot 10^3$	0.4 ± 0.02	7.1 ± 0.2	0.9 ± 0.05
980519	0.9995 ± 0.0001	$(1.8 \pm 0.2) \cdot 10^2$	10 ± 3	11.4 ± 0.5	0.4 ± 0.1
980703	0.999 ± 0.001	$(1.8 \pm 0.2) \cdot 10^3$	0.1 ± 0.03	7.7 ± 0.5	1.2 ± 0.05
990123	0.999 ± 0.003	$(2.8 \pm 0.5) \cdot 10^3$	1.0 ± 0.5	7.6 ± 0.3	1.0 ± 0.1
990712	0.999 ± 0.002	$(1.8 \pm 0.4) \cdot 10^3$	0.1 ± 0.05	7.4 ± 0.4	1.3 ± 0.2
991216	0.999 ± 0.001	$(1.8 \pm 0.3) \cdot 10^3$	0.1 ± 0.1	6.9 ± 0.5	0.8 ± 0.1

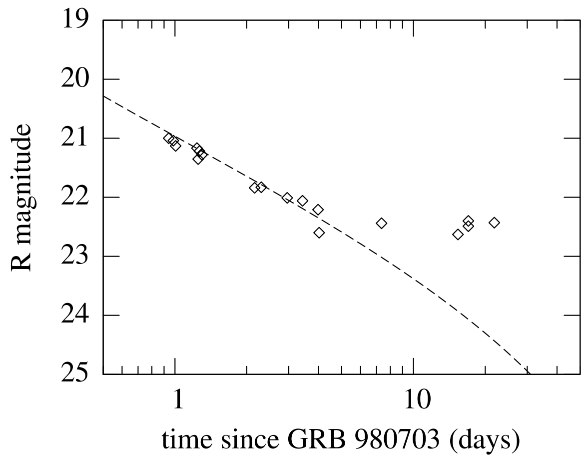
Tabulka 4.2: Parametry světelných křivek dosvitů s dobře pokrytou světelnou křivkou v R filtru. Hodnoty κ označené hvězdičkou byly získané spektroskopicky a byly považovány za konstantní (reference jsou uvedeny v textu). Pořadí v tabulce je dáno kvalitou pokrytí světelné křivky.



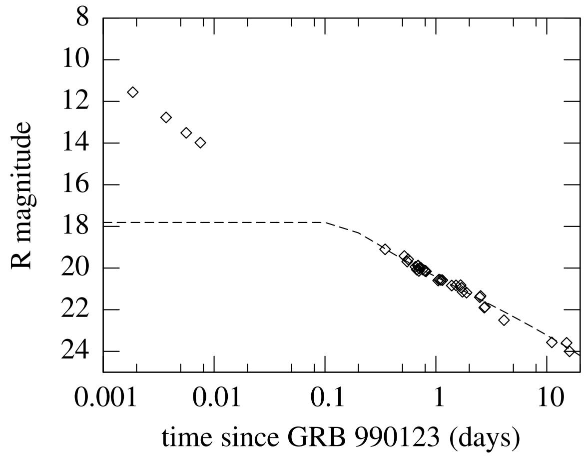
Obrázek 4.20: Světelná křivka OA 010222. Kosočtverce reprezentují data v R filtru (chyby jsou srovnatelné s velikostí symbolu). Přerušovaně je vyznačen model podle Tab.4.2.



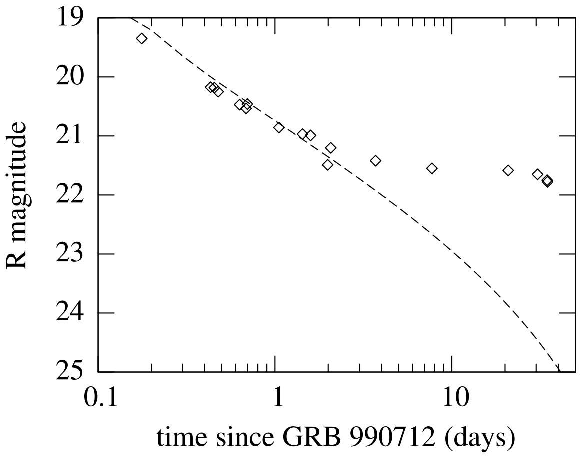
Obrázek 4.21: Světelná křivka OA 980519. Kosočtverce reprezentují data v R filtru (chyby jsou srovnatelné s velikostí symbolu). Přerušovaně je vyznačen model podle Tab.4.2.



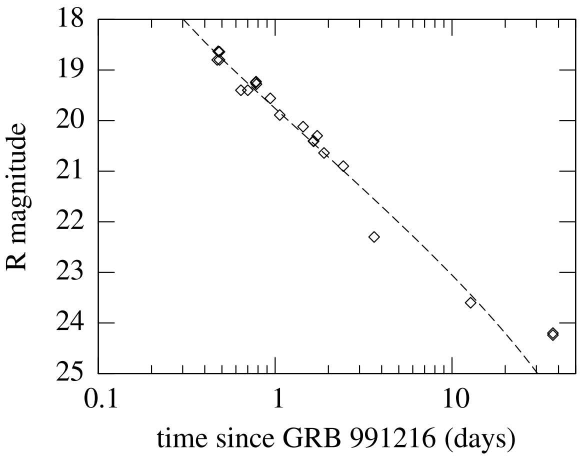
Obrázek 4.22: Světelná křivka OA 980703. Kosočtverce reprezentují data v R filtru (chyby jsou srovnatelné s velikostí symbolu). Přerušovaně je vyznačen model podle Tab.4.2. Poslední body představují limity, kdy byl objekt pod detekčním limitem.



Obrázek 4.23: Světelná křivka OA 990123. Kosočtverce reprezentují data v R filtru (chyby jsou srovnatelné s velikostí symbolu). Přerušovaně je vyznačen model podle Tab.4.2. První body nebyly pro použity, neboť je pravděpodobné, že jsou důsledkem jiného fyzikálního mechanizmu.



Obrázek 4.24: Světelná křivka OA 990712. Kosočtverce reprezentují data v R filtru (chyby jsou srovnatelné s velikostí symbolu). Přerušovaně je vyznačen model podle Tab.4.2.



Obrázek 4.25: Světelná křivka OA 991216. Kosočtverce reprezentují data v R filtru (chyby jsou srovnatelné s velikostí symbolu). Přerušovaně je vyznačen model podle Tab.4.2.

KAPITOLA 5.

ZÁVĚR

Fakta jsou pro vědce nezajímavá,
pokud nepřispívají k teoriím
a k zobecňování.
V. Wigglesworth (1899 – 1994),
fyziolog hmyzu

V duchu této Wigglesworthovy myšlenky se nesl celý tento text. Astronomie gama záblesků je v současnosti rychle se rozvíjející obor a není snadné jej vidět v celé šíři. Nové myšlenky a hypotézy vznikají mnohem rychleji, než je může sledovat obyčejný smrtelník. Pozadu v rychlosti získávání nových dat nezůstávají ani pozorování a tak je informací různého typu i druhu nadbytek. Na to, abychom se v nepřeberném množství dat vyznali, si musíme začít tvořit model jevu se kterým se setkáváme.

Tato práce je jednomu z možných modelů, který je schopen popsat světelné křivky dosvitů, věnována. Základem je model relativisticky expandující koule tvořené ideálním plynem, v níž dominuje tlak záření nad tlakem plynu, podobně jako je tomu u modelu supernov. Právě na jeho základě byl vytvořen i tento model. Je ukázáno, že takováto představa dobře popisuje mocninný pokles, jak je vidět z obrázku 4.15. V této kapitole je v diskuzi probráno, na co lze z mého modelu usuzovat a také jsou diskutovány některé důsledky, které z něj lze vydedukovat.

Kapitola věnovaná světelným křivkám supernov vychází z prací Arnettových. Přesto užívám poněkud jiné postupy než D.Arnett. Používám hydrodynamických rovnic ve spojení s rovnicí pro změnu entropie oproti původnímu prvnímu termodynamickému zákonu z důvodu snadného zobecnění do relativistické oblasti.

Nicméně oba postupy jsou při dějích odehrávajících se v obálce supernovy ekvivalentní. Z matematického hlediska je čistější vycházet z úplných rovnic hydrodynamiky, avšak z hlediska prvního termodynamického zákona jde o podstatně názornější pohled. Jsou zde (pokud je autorovi známo) nově odvozeny vztahy vedoucí k výpočtu teploty obálky. Je tu uvedeno nové aproximativní řešení a též uvedena aplikace teorie na světelnou křivku dvou konkrétních supernov.

Kapitola o světelných křivkách dosvitů je napsána zcela samostatně bez jakýchkoliv vodítek. Experimentální údaje jsou získány v převážné většině z cirkulářů GCN (The GRB Coordinates Network, `http://lheawww.gsfc.nasa.gov/docs/gamcosray/legr/bacodine/gcn_main.html`). Přestože o relativistických změnách zářivého výkonu a o geometrii je pojednáno v řadě prací, jsou zde nově jsou odvozeny výrazy pro plošné elementy povrchu relativistické koule a ilustrační obrázky.

Jádrem této práce, která vychází z mého modelu, jsou vzorce popisující spektrum dosvitu (4.7.), světelnou křivku (4.12) a ultrarelativistickou aproximaci světelné křivky (4.9.). Tyto vzorce umožnily získat zcela nové výsledky při popisu světelných křivek dosvitů.

Všechny tyto nové výsledky jsou založené na kombinaci idei, které dosud nikdo jiný nepoužil. Jde o kombinaci relativistické expanze popisující geometrii objektu a termálního chlazení udávající časovou závislost zářivého výkonu. Ostatní modely používají rozdílné mechanismy chlazení (Waxman (2003)).

V dodatku jsou z jednotného hlediska spinorového počtu odvozeny všeobecně známé relativistické vztahy. Takovéto odvození neobsahuje žádná ze známých základních příruček teorie relativity.

Po tomto obsahovém shrnutí se budeme věnovat diskuzi několika zajímavých aspektů dosvitové astrofyziky z hlediska mého modelu.

Stále otevřený (i když v rozporu s tím, co bylo řečeno výše) je problém korelací mezi supernovami a gama záblesky. Řada badatelů o takové spojitosti uvažuje, a to právě z důvodů zpozorování SN 1998bw v těsné blízkosti přesné polohy udané pro GRB 980425 a navíc v čase, kdy lze zpozorování dosvitu očekávat. Nicméně tato supernova neměla žádné jiné charakteristiky shodné s ostatními dosvity (například spektrum nebo světelnou křivku).

V úvodu v tabulce 1.1 jsou uvedeny některé vlastnosti dosvitů. Vidíme, že často se pozoruje dosvit na pozadí nějaké galaxie. Ovšem část dosvitů se též pozoruje bez přítomnosti mateřské galaxie. Nelze tedy s jistou předpokládat, že dosvity vznikají v galaxiích, ale lze to považovat za poměrně pravděpodobné. Zatím ale není jasné proč některé, přibližně stejně jasné gama záblesky, mají mateřskou galaxii a jiné stejně jasné nikoliv. Hypotézy které by mohly osvětlit tento rozpor jsou v principu dvě. První předpokládá, že je to jen projev nedostatečné citlivosti našich přístrojů. Druhá pak, že galaxie ve kterých gama záblesky (a následně dosvity) vznikají jsou k nám natočené pod různým úhlem a přitom vidíme nebo nevidíme projevy centrální části galaxie podobně jako je tomu v případě aktivních galaktických jader (Urry (1995)).

V případě, že existuje přímá souvislost mezi galaxiemi a gama záblesky a přitom víme, že galaxie jsou po obloze rozloženy nerovnoměrně (sdružují se například do kup galaxií), musíme nutně předpokládat, že gama záblesky jsou po obloze rozloženy též nerovnoměrně. To je ale v rozporu s pozorováními. Ty jasně naznačují (Fishman and Meegan (1995)), že rozložení gama záblesků je naprosto rovnoměrné. Přesnost pozorování poloh většiny gama záblesků je ovšem velmi malá (Greiner (2004) udává přibližně dvě stě přesně lokalizovaných záblesků) a proto nelze vyloučit, že tyto fluktuace v rozložení gama záblesků po obloze existují ale zatím jsou mimo možnosti naší pozorovací techniky.

Poslední sloupec v tabulce 1.1 udává u některých dosvitů jejich vzdálenost od jádra mateřské galaxie. Jádro je určováno jako fotometrické těžiště dané galaxie a jde proto o přibližný údaj. Ten může být nepřesný, zejména v případě slabé galaxie bez výrazného jádra. I přesto lze usoudit, že gama záblesky pravděpodobně nekoincidují s jádry galaxií. Na druhé straně, porovnání vzdáleností od jádra u dosvitů a u supernov (v legendě k tabulce zmiňované 1998bw) ukazuje, že dosvity leží výrazně blíže ke středu galaxií než supernovy.

Přítomnost mateřské galaxie na jejímž pozadí se dosvit jeví má důležité implikace na světelnou křivku dosvitu. Jde především o určování jasnosti dosvitu kdy je nutné od sebe odlišit světlo z dosvitu a světlo z mateřské galaxie. Běžný postup, kdy se odečte světlo od galaxie bez dosvitu, je v době kdy je dosvit viditelný nemožný (nebo jde jen o přibližný odhad) a korekní odečet jde provést až po definitivním pohasnutí dosvitu. V praxi se bohužel běžně užívá pouze přibližný odhad což může mít zásadní vliv na světelnou křivku dosvitu, především je-li jeho jasnost srovnatelná s jasností mateřské galaxie. Důsledkem může být větší rozptyl dat jak se můžeme přesvědčit na Obr. 3.9 v druhé části křivky supernovy 2003du nebo deformace světelné křivky například u OA 980703 na Obr. 4.22.

Přesně lokalizovaných gama záblesků u kterých byl pozorován dosvit je menšina oproti zábleskům pozorovaným bez dosvitu. Z asi dvou stovek do dnešní doby určených přesných poloh gama záblesků v pouhých čtyřiceti případech došlo k objevu dosvitu. V ostatních nebyl vůbec zidentifikován jakýkoliv optický protějšek. Jistá část těchto pozorování pravděpodobně nebyla takové kvality, použité přístroje neměly dostatečný dosah nebo bylo pozorování provedeno příliš pozdě na to, aby zachytily dosvit a u další části případů můžeme očekávat, že se k nám světlo nedostalo díky silné mezihvězdné absorbci v prachu a plynu v mateřské nebo naší galaxii. Celkově nelze nedostatek dosvitů přičítat pouze těmto důvodům a proto existuje hypotéza tzv. temných dosvitů (dark afterglow) které nejsou vůbec viditelné (Reichart (2001)). Z hlediska mého modelu jde pravděpodobně o dosvity s malou expanzní rychlostí a proto není jejich světlo dostatečně relativisticky zesíleno tak abychom je mohli detekovat. Jednoduchý odhad zesílení na základě myšlenek mé práce podle (4.5) dává poměr intenzity pro rychlosti $0.5c$ a $0.9999c$ poměr Dopplerových faktorů $141.4/1.73$ odkud pro rozdíl magnitud dostáváme asi 4.7. V praxi tedy kombinace několika efektů může zeslabit dosvit v maximu z 18 na 23 nebo víc, čímž je pro nás dosvit prakticky neviditelný. Tato hypotéza tak nabízí možnost, že ne všechny dosvity mají extrémní expanzní rychlosti a nevyžadují tak obrovské množství energie vstupující do procesu.

Světelné křivky vybrané na ověření mého modelu dosvitu byly vybrány tak aby pokrývaly co největší časový interval a co nejobecnější rysy. Z literatury byla shromážděna desítka světelných křivek (obrázky 4.15 až 4.25), které obsahují víc jak 15 bodů. Nějvíce a nejbohatěji je pokrytá křivka OA 970508. Za ní následují dobře pokryté křivky OA 030329, OA 010222, OA 000926 a OA 990123. Nakonec hůře pozorované byly křivky ostatních OA 990510, OA 000301, OA 980519, OA 980703, OA 990712 a OA 991216. Každá pozorovaná křivka byla použita na fitování modelové křivky jak je popsáno v paragrafu 4.10.2. Výsledky jsou uvedeny v Tab. 4.2.

Obecně můžeme shrnout, že u dobře pokrytých křivek je shoda po nafitování velmi dobrá ale ne vždy je dokonale reprodukována celá světelná křivka. Důvodů může být několik. Za velmi pravděpodobné lze považovat skutečnost, že zjednodušení modelu na sférickou expanzi bez vlivu okolního materiálu nemusí vždy odpovídat situaci. Deformace světelné křivky pak mohou být interpretovány právě jako vliv okolního prostředí. Tuto hypotézu podporuje též fakt, že se rysy nepopsané mojí světelnou křivkou, na křivkách neopakují vyjma konečné fáze.

Zcela mimo rámec uvedeného modelu je přítomnost malého zjasnění (vrcholu) na konci světelných křivek např. OA 970508, OA 030329 často označované jako pozdní supernova jak bylo diskutováno v Úvodu. Tento vrchol není popsaný předkládaným modelem. Nicméně nelze vyloučit, že podobně jako u supernov, kdy konečná fáze není díky nedokonalé aproximaci atmosféry dobře popsána, je důvodem přílišné zjednodužšení modelu. V našich výpočtech jsme jako povrch ze kterého k nám přichází záření brali hranici danou Eddingtonovou approximací (effektivní poloměr). V této vzdálenosti pak užívali rychlost použitou v Dopplerově faktoru a z ní nakonec počítali výsledný zářivý výkon. Nebylo to ale zcela korektní. Místo rychlosti v efektivním poloměru je pravděpodobně korektnější vzít fotosférickou rychlost. Její aplikace má pak vliv především v pozdějších fázích světelné křivky, kdy je velký rozdíl mezi fotometrickým a geometrickým poloměrem díky prostorovému průběhu teploty, a nelze vyloučit, že může vysvětlit pozorovaný vrchol. Započítat ovšem vliv atmosféry dosvitu je velmi náročné, nicméně může jít o potenciální cestu na zdokonalování tohoto modelu dosvitů.

Zajímavé závěry můžeme dostat, pokud srovnáme veličiny vypočtené ze světelné křivky dosvitu a supernov. Řádový odhad pro počíteční poloměr $\mathcal{R}_0$ dosvitu OA 970508 je 10^{11} cm a pro OA 030329 pak 10^{13} cm tak jak lze odvodit z (3.49) se znalostí expanzní rychlosti a fitovaného parametru τ_h podle Tab. 4.2. Porovnání s SN 2003du (10^{14} cm, Tab. 3.2) ukazuje, že poloměry dosvitů jsou podstatně menší, než je tomu v případě supernov ale větší než poloměr Slunce. Přestože hodnota parametru τ_h je řádově stejná jak pro supernovy tak pro dosvity je podstatně menší poloměr důsledek extrémní expanzní rychlosti. Malý počáteční poloměr ($\sim R_\odot$ pro OA 970508, $\sim 10^3 R_\odot$ pro OA 030329) znamená, že mateřský objekt (přesněji poloměr rozplývající se rázové vlny) měl velikost srovnatelnou s velikostí velkých hvězd.

Z odhadu $\mathcal{R}_0$ můžeme dostat hodnoty pro počáteční hustotu. Rovnice (3.46) dává pro OA 970508 $\varrho_0 = 10^{-8}$ g/cm^3 a $\varrho_0 = 10^{-14}$ g/cm^3 v případě OA 030329. Vidíme, že hustoty jsou velmi rozdílné a že hustota v případě OA 970508 nesplňuje předpoklad o opacitě materiálu. Je velmi pravděpodobné, že komplikovaný profil v počáteční fázi může být výsvětlen právě tímto způsobem. S přibývajícím časem hustota objektu klesá a tak se i předpoklad o o hustotě a opacitě stává korektní, což může znamenat, že se světelná křivka chová podle předpokládaného modelu.

V případě znalostí těchto veličin se můžeme pokusit odhadnout počáteční energii, protože podle (3.64) víme, že svítivost je úměrná třetí mocnině Dopplerova faktoru, tedy $\Phi(0) \sim \mathcal{D}^3$ za předpokladu počáteční teploty 10^6 K (odpovídající počáteční teplotě u supernov). Počáteční energie tedy byly pro 10^{47} erg ($\mathcal{D}^3 \sim 10^4$) a 10^{51} erg ($\mathcal{D}^3 \sim 10^2$) pro OA 030329. Jde o velmi velké množství energie, ale je ve shodě s odhady pro energii uvolněnou při výbuchu gama záblesku.

Pokud bychom byli schopni odvodit z parametrů světelné křivky obecné hodnoty jako například celkovou uvolněnou energii pak by bylo alespoň teoreticky možné použít dosvity na určení vzdáleností v raném vesmíru. Podobně jako je tomu v případě supernov typu Ia.

Jinou pozorovací charakteristinou dosvitů jsou jejich spektra. Spektrum je v optickém oboru ploché během dlouhé časové periody jak ukazuje například Matheson et al. (2003) nebo na základě čtyřbarevné fotometrie Šimon et al. (2001). Oba tyto experimentální závěry jsou ve shodě s uvedeným modelem přičemž jasně ukazují na netermální charakter spektra. To je důsledek toho, že výsledné spektrum je složené ze spekter elementů sice vyzařujících jednotlivě jako absolutně černé těleso, ale v různých fázích časového vývoje. Barevná fotometrie společně s pečlivě odvozeným modelem může odhalit detailní fyzikální charakteristiky objektu v případě, že spektrální analýza není k dispozici.

Při zpracování a následné interpretaci pozorovacích dat jsem došel k několika obecným závěrům týkající se obecných zákonitostí průběhů světelných křivek dosvitů. V dalším uvádím stručný popis několika zajímavých důsledků přímo vyplývajících z mého modelu pro dosvity.

Na první pohled lze odhadnout expanzní rychlost. Čím delší a přímkovější je světelná křivka, tím větší rychlostí objekt expanduje. Lze to demonstrovat například na srovnání křivek z Obr. 4.20 a Obr. 4.15 s Obr. 4.17 a Obr. 4.19. Je to důsledkem kombinace relativistické dilatace času a Dopplerovské modifikace svítivosti jak je popsáno v odstavci (4.9.) o ultrarelativistické aproximaci světelné křivky.

Důsledkem ultrarelativistické aproximace podle vztahu (4.38) je, že sklon výsledné světelné křivky (tedy mocninný index α) je dán pouze spektrálním indexem κ bez ohledu na na časový vývoj expanze prostřednictvím parametrů τ_0 a τ_h. Jinak řečeno, rychlost relativistického ochlazování takového objektu nezávisí na tepelné difuzi, ale pouze na počáteční teplotě. Ta určuje průběh spektra objektu a tedy přímo spektrální index κ. Pokud bude mít plyn zahřátý rázovou vlnou u dosvitu přibližně stejnou teplotu bude i sklon výsledných přímek podobný.

V případě supernov je časový vývoj dán naopak pouze časovými konstantami. Při ochlazování supernovy proti sobě působí dva mechanismy. První ochlazuje plyn v obálce díky expanzi a vyzařování. Proti tomu působí jako zdroj tepla radioaktivní rozpad prvků v obálce, který zahřívá plyn a proto je pár dní po výbuchu již dominujícím zdrojem pouze radioaktivní rozpad (viz srovnání $\tau_h < t_1, t_2$ v Tab. 3.2). U dosvitů jsme zdroj radioaktivního zahřívání pro modelování světelné křivky nepotřebovali. Proto předpokládáme, že radioaktivní zahřívání v takovém případě neexistuje a my pozorujeme pouze prudký pokles jasnosti na rozdíl od případu supernov.

Předkládaná práce může otevřít dveře k poznání hlubší podstaty dosvitů která nám možná umožní porozumět i samotným gama zábleskům.

DODATEK A.

POPIS RELATIVISTICKÝCH POHYBŮ

První vědecký článek zabývající se relativistickými pohyby zdrojů a oznamující výsledky několikaletého interferometrického pozorování radioteleskopy na velkých základnách, kompaktních rádiových zdrojů je Cohen (1971). V tomto článku je prezentováno pozorování jader kvasarů a je ukázáno, že v jejich těsném okolí se objevují svítící zdroje, které se jeví tak, jako by byly vyvrženy z jádra a pohybovaly se nadsvětelnou rychlostí. Vykreslení izofot těchto zdrojů ukázalo, že nejen tyto objekty, ale i samotné jádro je silně deformované v jednom směru.

Podrobnější rozbor popsaný v článku Kellerman (1981) ukázal, že případnou nadsvětelnou rychlost nelze bez dodatečných předpokladů vysvětlit pozorovacími chybami (a to jak statistickými, tak metodickými) a je třeba uvažovat o jiném řešení. Vzniklo několik zajímavých teorií, jejichž přehled lze získat například v Kellerman (1981), mezi nejzajímavější patří: pohyb tachyonů, světelná echa ("prasátka"), gravitační čočkování nebo hrubá chyba v určování vzdáleností. Protože každý takovýto experiment podrobuje významné zkoušce také teorii relativity (v tomto případě speciální) je jeho vysvětlení z teoretického hlediska obvzláště zajímavé.

Nadsvětelná rychlost vzniká tehdy, když nevhodně interpretujeme pozorovací data nebo nerozlišujeme některé důležité věci. Experimentálně lze například pozorovat vzdalování jistého objektu od jádra 3C 273 viz Pearson et al.(1981). Z obrázku, publikovaném v tomto článku, lze zjistit, že jádro kvasaru a objekt měly v následujících epochách takovéto vzájemné úhlové vzdálenosti: 1977.5 – 5.6 mas[1], 1980.5 – 7.8 mas. Na základě předpokladu, že jde o rovnoměrný pohyb dostáváme úhlovou rychlost ω = 0.73 mas/rok. Ze známého rudého posuvu 3C 273

[1] 1 mas (mili-arcsecond) ≡ 0.001"

(NED (2004)): $z = 0.16$ a použití současně uznávané hodnoty Hubbleovy konstanty H_0 = 75 (km/s)/Mpc, spočteme vzdálenost kvasaru na D = 650 Mpc. Rychlost, kterou pak odvodíme z pozorování dostáváme jako $v = \omega D \approx 7c$. Vypočetli jsme tedy nadsvětelnou rychlost.

A.1. Spinory

16. října 1843 přišel W. Hamilton na jednoduchý vztah, který umožňuje zavést účinný matematický aparát k popisu skládání rotací geometrických objektů v prostoru MTW (1973). Podařilo se mu zobecnit pojem komplexního čísla na 4-rozměrný prostor pomocí čísel označovaných jako kvarteriony. Podobně jako komplexní čísla zapisujeme ve tvaru

$$Z = x + \mathrm{i}y$$

pro které platí podmínka

$$\mathrm{i}^2 = -1$$

zavedl Hamilton kvarteriony jako

$$X = t + \mathbf{i}x + \mathbf{j}y + \mathbf{k}z$$

podmínkami

$$\mathbf{i}^2 = \mathbf{j}^2 = \mathbf{k}^2 = \mathbf{i}\,\mathbf{j}\,\mathbf{k} = -1$$

mezi jednotlivými složkami kvarterionů. V současné době se toto značení běžně nepoužívá. K popisu rotací se užívá spinorového formalizmu dobře propracovaného v kvantové mechanice a z relativistického hlediska dobře popsané například v MTW (1973). Místo složek $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$, $\mathbf{k}$ se používají Pauliho spinové operátory následujícím způsobem

$$\mathsf{X} = t + \mathbf{x} \cdot \sigma \tag{A.1}$$

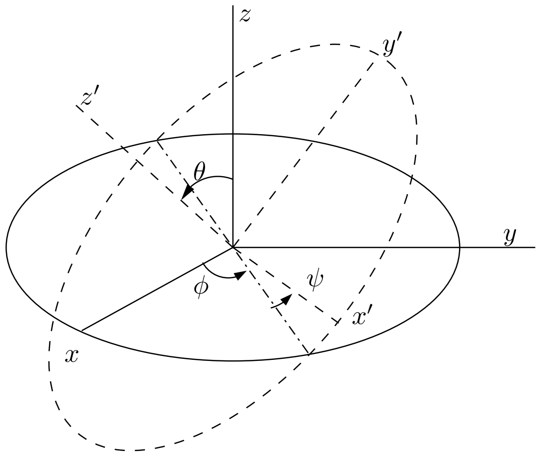
$$\mathsf{X} = t + x\sigma_x + y\sigma_y + z\sigma_z = \begin{pmatrix} t+z & x-\mathrm{i}y \\ x+\mathrm{i}y & t-z \end{pmatrix} \tag{A.2}$$

kde:

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \mathrm{i}\,\mathbf{i}, \quad \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -\mathrm{i} \\ \mathrm{i} & 0 \end{pmatrix} = \mathrm{i}\,\mathbf{j}, \quad \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = \mathrm{i}\,\mathbf{k} \tag{A.3}$$

X obsahuje složky obyčejného čtyřvektoru $X = (t, x, y, z)$ a jde o spinor. Lorentzova transformace je určena operátorem L:

$$\mathsf{L} = \cosh(\alpha/2) + (\,\mathbf{n} \cdot \sigma)\sinh(\alpha/2) = \exp(\,\alpha \cdot \sigma/2) \tag{A.4}$$



Obrázek A.1: Úhly rotace.

Funkce $\sinh(\alpha/2)$ a $\cosh(\alpha/2)$ označují běžné transformace rychlosti

$$\begin{aligned} 1/\sqrt{1-v^2} &= \cosh\alpha \\ v/\sqrt{1-v^2} &= \sinh\alpha \\ v &= \tanh\alpha \end{aligned} \tag{A.5}$$

kde v je rychlost vyjádřená v jednotkách rychlosti světla, tj $c = 1$. Pro transformaci mezi vzájemně se pohybujícími souřadnými soustavami proto můžeme použít vztah

$$\mathsf{X}' = \mathsf{L}\,\mathsf{X}\,\mathsf{L}^{\star}$$

který platí pouze pokud jsou osy systémů, nad kterými se provádí transformace rovnoběžné. Operace označená jako $\star$ odpovídá transponování a komplexnímu sdružení:

$$\mathsf{L}^{\star} \equiv \overline{\mathsf{L}^T}$$

V případě, že jsou vůči sobě systémy libovolně natočené, je nutné užít celou původní Hamiltonovu ideu. Obecný rotační operátor má tvar

$$\mathsf{R} = \cos(\theta/2) - \mathrm{i}(\,\sigma\cdot\mathbf{n})\sin(\theta/2) = \exp[-\mathrm{i}(\theta/2)(\,\sigma\cdot\mathbf{n})] \tag{A.6}$$

kde θ je úhel otočení a $\mathbf{n} = (\cos\alpha, \cos\beta, \cos\gamma)$ je jednotkový vektor udávající směr osy otočení a úhly α, β, γ jsou úhly mezi osou otočení a souřadnicovými osami. Často nabývají směrové vektory pouze hodnot 0,1 neboť provádíme transformace kolem souřadnicových os.

Transformace mezi vektory v původní souřadné soustavě X a otočené soustavě X' je pak dána vztahem:

$$\mathsf{X}' = \mathsf{R}\,\mathsf{X}\,\mathsf{R}^{\star}$$

Matici R lze snadno po jednoduchých úpravach zapsat v ekvivalentním tvaru

$$\mathsf{R} = \begin{pmatrix} \cos\frac{\theta}{2}\cdot \mathrm{e}^{\mathrm{i}(\phi+\psi)/2} & \sin\frac{\theta}{2}\cdot \mathrm{e}^{-\mathrm{i}(\phi-\psi)/2} \\ -\sin\frac{\theta}{2}\cdot \mathrm{e}^{\mathrm{i}(\phi-\psi)/2} & \sin\frac{\theta}{2}\cdot \mathrm{e}^{-\mathrm{i}(\phi+\psi)/2} \end{pmatrix} \tag{A.7}$$

Význam jednotlivých úhlů je patrný z obrázku Obr. A.1.

Obecná Lorentzova transformace je pak dána složením obou základních

$$\mathsf{T} = \mathsf{L}\,\mathsf{R} = \exp[(\alpha - \mathrm{i}\theta\,\mathbf{n})\cdot\sigma/2] \tag{A.8}$$

která již popisuje naprosto obecnou transformaci.

Transformované složky čtyřvektoru ve vztahu

$$\mathsf{X}' = \mathsf{T}\,\mathsf{X}\,\mathsf{T}^{\star} \tag{A.9}$$

dostaneme zpětně pomocí následující transformace:

$$t = \frac{1}{2}(\mathsf{X}_{11} + \mathsf{X}_{22}) \tag{A.10a}$$

$$x = \frac{1}{2}(\mathsf{X}_{12} + \mathsf{X}_{21}) \tag{A.10b}$$

$$y = \mathrm{i}\frac{1}{2}(\mathsf{X}_{12} - \mathsf{X}_{21}) \tag{A.10c}$$

$$z = \frac{1}{2}(\mathsf{X}_{11} - \mathsf{X}_{22}) \tag{A.10d}$$

která platí jak pro souřadnice před transformací, tak po ní, tedy jak pro čárkované, tak pro nečárkované veličiny.

Některé vlastnosti spinorů Velikost čtyřvektoru lze vypočíst z jeho skalárního součinu se sebou samým. Například velikost dvou dimenzionálního vektoru $\mathbf{x} = t\,\mathbf{i} + x\,\mathbf{j}$) se vypočte jako:

$$\mathbf{x}\cdot\mathbf{x} = t^2\,\mathbf{i}^2 + x^2\,\mathbf{j}^2 = t^2 + x^2$$

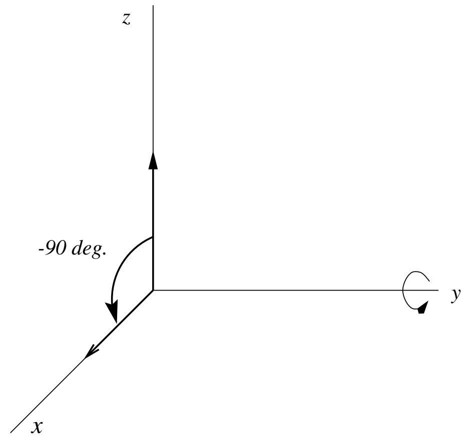
Přesně stejné výsledky musíme dostat i v případě, že nepoužíváme standardní vektorový počet, ale vyjádření pomocí spinorů (fyzikální veličiny nezávisí na volbě matematického formalismu). Pokus o analogický výpočet ale skončí krachem neboť pokud zvolíme $X = (t, x, 0, 0)$ máme

$$\mathsf{X} = \begin{pmatrix} t & x \\ x & t \end{pmatrix}$$

a *nesprávný* skalární součin vede k výsledku

$$\mathsf{X}\cdot\mathsf{X} = (t + x\sigma_x)(t + x\sigma_x) = t^2 + tx\sigma_x + tx\sigma_x + x^2\sigma_x^2 =$$
$$= t^2 + tx\sigma_x + tx\sigma_x + x^2$$

který ovšem $\neq t^2 + x^2$ a neodpovídá tedy obyčejnému kvadrátu. Jak vidíme, členy s σ jsou navíc. Vyřešit tento problém se podařilo Dirakovi (Dirak (1930)).



Obrázek A.2: Rotace v prostoru. Počáteční vektor ve směru osy z je otočen o 90° kolem osy y v záporném smyslu.

A.2. Použití spinorů

Na první pohled se může zdát použití spinorů zbytečná komplikce, ale neexistuje jiný obecně použitelný aparát, který by z jednotného hlediska umožňoval používat současně transformaci rotace i Lorentzovu transformaci.

Rotace v prostoru Jednoduchý případ použití spinorů je rotace v prostoru. Představme si situaci zobrazenou na obrázku A.2. Zde je čtyřvektor X se složkami

$$X = (0, 1, 0, 0)$$

tedy prostorová část tohoto vektoru směřuje podél osy x a je totožná s vektorem **i** v kartézké bázi. Z tohoto vektoru vypočteme spinor

$$\mathsf{X} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Máme za úkol otočit tento vektor kolem osy y v rovině xz o $-90°$. Otočení můžeme provést pomocí rotačního operátoru ve tvaru

$$\mathsf{R} = \begin{pmatrix} \cos\frac{\theta}{2} & -\sin\frac{\theta}{2} \\ \sin\frac{\theta}{2} & \cos\frac{\theta}{2} \end{pmatrix}$$

platící tedy pro $\phi = \psi = 0$ a $\theta = 90°$. Z $\mathsf{X}' = \mathsf{R}\,\mathsf{X}\,\mathsf{R}^\star$ tedy dostáváme

$$\begin{pmatrix} \cos\frac{\theta}{2} & -\sin\frac{\theta}{2} \\ \sin\frac{\theta}{2} & \cos\frac{\theta}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\frac{\theta}{2} & \sin\frac{\theta}{2} \\ -\sin\frac{\theta}{2} & \cos\frac{\theta}{2} \end{pmatrix}$$

pro výsledek

$$\begin{pmatrix} z' & x' - \mathrm{i}y' \\ x' + \mathrm{i}y' & -z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sin\theta & \cos\theta \\ \cos\theta & \sin\theta \end{pmatrix}$$

z takto určeného X' snadno dostaneme prostorové složky vektoru použitím (A.10a) hodnoty

$$\mathbf{X} = (0, 0, \cos\theta, -\sin\theta) \stackrel{\theta=-\pi/2}{=} (0, 0, 0, 1)$$

jak očekáváme. Otočení přitom bylo v záporném směru úhlu θ. Časovou souřadnici nemusíme volit rovnu nule. Analogický postup s nenulovým t by vedl ke stejnému výsledku a rovnosti času původního a transformovaného. Čisté prostorové rotace nemění hodnoty časových souřadnic.

Lorentzova transformace Velmi jednoduché je použití spinorového formalismu v případě základní Lorentzovy transformace, kdy se zajímáme o hodnoty souřadnic a časů ve vzájemě se rovnoběžně pohybujících souřadnicových soustavách. V tomto případě dostáváme pro trasformaci složek čtyřvektoru v souřadné soustavě K

$$(t, x, y, 0) \qquad \rightarrow \qquad \begin{pmatrix} t & x - \mathrm{i}y \\ x + \mathrm{i}y & t \end{pmatrix}$$

do soustavy K' pohybující se podél osy x rychlostí v transformační matici

$$\mathsf{L} = \begin{pmatrix} \cosh\alpha/2 & \sinh\alpha/2 \\ \sinh\alpha/2 & \cosh\alpha/2 \end{pmatrix}$$

podle rovnice $\mathsf{X}' = \mathsf{L}\,\mathsf{X}\,\mathsf{L}^\star$

$$\mathsf{X}' = \begin{pmatrix} \cosh\frac{\alpha}{2} & \sinh\frac{\alpha}{2} \\ \sinh\frac{\alpha}{2} & \cosh\frac{\alpha}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t & x - \mathrm{i}y \\ x + \mathrm{i}y & t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cosh\frac{\alpha}{2} & \sinh\frac{\alpha}{2} \\ \sinh\frac{\alpha}{2} & \cosh\frac{\alpha}{2} \end{pmatrix}$$

dostáváme spinor a z něj čtyřvektor

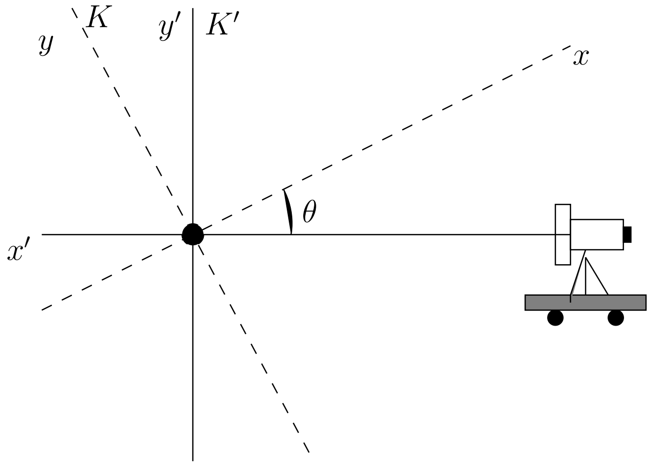
$$\begin{pmatrix} t\cosh\alpha + x\sinh\alpha & t\sinh\alpha + x\cosh\alpha - \mathrm{i}y \\ t\sinh\alpha + x\cosh\alpha + \mathrm{i}y & t\cosh\alpha + x\sinh\alpha \end{pmatrix} \quad \rightarrow$$

$$\rightarrow \quad (t\cosh\alpha + x\sinh\alpha, t\sinh\alpha + x\cosh\alpha, y, 0)$$

a nakonec známé vztahy:

$$\begin{aligned} t' &= \frac{t - vx}{\sqrt{1 - v^2}} \\ x' &= \frac{x - vt}{\sqrt{1 - v^2}} \\ y' &= y \\ z' &= 0 \end{aligned}$$

Prostorová souřadnice x a čas t se mění ve směru pohybu. Kolmá souřadnice y zůstává nezměněna. Analogický výpočet s nenulovým z by vedl k očekávanému závěru, že také druhá kolmá souřadnice zůstává zachována.



Obrázek A.3: K Lorentzově transformaci otočených souřadnic. Pohybující se pozorovatel je symbolizován vlakovým vagonem.

Lorentzova transformace otočených souřadnic Dalším krokem je složení obou předchozích transformací.

Předpokládejme, že objekt je ve své souřadné soustavě K v klidu a pozorovatel, který své souřadnice měří vůči soustavě souřadnic K', se vůči objektu pohybuje libovolnou rychlostí v a navíc jsou osy souřadnic obou systémů otočené o úhel θ v rovině xy (tj kolem osy z) měřený vůči K tak, jak je naznačeno na obrázku A.3. V takovém případě je obecný tvar čtyřvektoru souřadnice a odpovídající spinor ve tvaru

$$(t, x, 0, 0) \qquad \rightarrow \qquad \begin{pmatrix} t & x \\ x & t \end{pmatrix}$$

Transformační matice popisující vztah mezi souřadnicemi spinoru X a spinoru X' je podle vztahu (A.8)

$$\mathsf{T} = \mathsf{L}\,\mathsf{R} = \begin{pmatrix} \cosh\alpha/2 & \sinh\alpha/2 \\ \sinh\alpha/2 & \cosh\alpha/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\theta/2 & \sin\theta/2 \\ -\sin\theta/2 & \cos\theta/2 \end{pmatrix}$$

a výsledkem jejich vynásobení je spinor

$$\mathsf{T} = \begin{pmatrix} \cosh\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\theta}{2} - \sinh\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\theta}{2} & \cosh\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\theta}{2} + \sinh\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\theta}{2} \\ \sinh\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\theta}{2} - \cosh\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\theta}{2} & \sinh\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\theta}{2} + \cosh\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\theta}{2} \end{pmatrix}$$

jehož použití v rovnici $\mathsf{X}' = \mathsf{T}\,\mathsf{X}\,\mathsf{T}^\star$ dává

$$\mathsf{X}' = \begin{pmatrix} t\cosh\alpha - x\sinh\alpha\cos\theta + x\sin\theta & t\sinh\alpha - x\cosh\alpha\cos\theta \\ t\sinh\alpha - x\cosh\alpha\cos\theta & t\cosh\alpha - x\sinh\alpha\cos\theta - x\sin\theta \end{pmatrix}$$

zpětným dosazením za hyperbolické funkce dostaneme vztahy mezi transformovanými a původními souřadnicemi:

$$t' = \frac{t - vx\cos\theta}{\sqrt{1-v^2}} \tag{A.11a}$$

$$x' = \frac{vt - x\cos\theta}{\sqrt{1-v^2}} \tag{A.11b}$$

$$y' = 0 \tag{A.11c}$$

$$z' = x\sin\theta \tag{A.11d}$$

Je vidět, že se v pohybující se soustavě objevila další nenulová složka. Tvaru jednotlivých členů lze porozumět tak, že otočení soustavy souřadnic je podobné transformaci

$$\begin{aligned} x' &= x\cos\theta \\ y' &= x\sin\theta \end{aligned}$$

složené s Lorentzovou transformací. Také je ale zřejmé, že použití masivního spinorového formalismu umožnilo vyřešit nejasnosti, které by se objevily, kdybychom tento případ řešili úvahou. Na první pohled totiž není patrné, jestli se nemá člen s relativistickou odmocninou objevit také u z' složky nebo jestli nesymetrické vystupování $\cos\theta$ odpovídá správné transformaci. Snadno ale můžeme ověřit, že transformované souřadnice jsou invariantní vůči Lorentzove transformaci, tj. platí že $t'^2 - x'^2 = t^2 - x^2$.

A.3. Relativistické pohyby

Vzorce (A.11a) mají řadu praktických aplikací. Zaměříme se na případ, kdy ze zdroje ležícím v počátku systému K vyzařuje světlo do všech směrů. V tomto případě máme $x = t$. Pak můžeme poslední rovnice přepsat do tvaru

$$\begin{aligned} t' &= \frac{t(1 - v\cos\theta)}{\sqrt{1-v^2}} \\ x' &= \frac{t(v - \cos\theta)}{\sqrt{1-v^2}} \\ y' &= 0 \\ z' &= t\sin\theta \end{aligned}$$

popisující situaci, jak by ji viděl pozorovatel v klidu a vůči němu se rychlostí srovnatelnou s rychlostí světla pohyboval zdroj.

Dopplerův zjev První jednoduchý důsledek je vztah mezi časem měřeným pozorovatelem a časem zdroje. Ten lze přímočaře použít k popsání Dopplerova zjevu, neboť $\nu = 1/t$ a pro frekvenci vyzařovanou a detekovanou platí vztah

$$\nu' = \nu \frac{\sqrt{1 - v^2}}{1 - v \cos\theta}$$

přímo vyplývající z relativistických transformací souřadnic.

Aberace Zajímavé závěry dají naše vztahy pro transformace úhlů. Otočení souřadnic jsme udávali úhlem mezi osami systémů K a K', ale měřeným v systému K, tedy ne tak, jak to sleduje pozorovatel. Z jeho hlediska se tangens úhlu mezi systémy jeví jako

$$\tan\theta' = \frac{z'}{x'} = \frac{\sqrt{1 - v^2}\sin\theta}{v - \cos\theta}$$

a podobné relace dostáváme pro sinus a kosinus:

$$\cos\theta' = \frac{v - \cos\theta}{1 - v\cos\theta}$$

$$\sin\theta' = \frac{\sqrt{1 - v^2}}{1 - v\cos\theta}\sin\theta$$

Aberace světla je popsána právě těmito vztahy. Pro světlo hvězdy dopadající na zemský povrch platí přiblížení $\Delta\theta' = v\sin\theta$ (rychlosti stále vyjadřujeme v jednotkách rychlosti světla, rychlost oběhu Země kolem Slunce je asi jedna setina c).

Interpretace těchto vztahů jasně ukazuje, že relativistické předměty jsou nejen zkrácené ve směru pohybu, ale i "splácnuté", protože v případě, že $v \to 1$ měří pozorovatel úhel menší než by byl úhel z pohledu zdroje. Numerický odhad dává pro $\theta = 60°, v = 0.99c$ hodnotu $\theta' \approx 14°$.

Skládání rychlostí Další zajímavá aplikace je výpočet transverzální (kolmé k pohledu pozorovatele) rychlosti. Protože je rychlost definována jako změna souřadnice za čas, musíme v tomto případě uvážit také, jaké změny bude mít na pozorované rychlosti změna časové souřadnice.

Derivace složek souřadnic podle vlastního času t je při použití označení $\partial x'/\partial t \equiv v'$:

$$\begin{aligned}
\frac{\mathrm{d}t'}{\mathrm{d}t} &= \frac{1 - vv'\cos\theta}{\sqrt{1 - v^2}} \\
\frac{\mathrm{d}x'}{\mathrm{d}t} &= \frac{v - v'\cos\theta}{\sqrt{1 - v^2}} \\
\frac{\mathrm{d}y'}{\mathrm{d}t} &= 0 \\
\frac{\mathrm{d}z'}{\mathrm{d}t} &= v'\sin\theta
\end{aligned}$$

Nejde ale zatím o čtyřrychlost, protože tyto složky nesplňují základní normalizační podmínku $v_{t'}^2 - v_{x'}^2 - v_{y'}^2 - v_{z'}^2 = 1$, protože se tento výraz rovná $(1 - v'^2)$. Dělení tímto členem pak dává čtyřrychlost ve tvaru

$$
\begin{aligned}
v_{t'} &= \frac{1 - vv'\cos\theta}{\sqrt{1-v^2}\sqrt{1-v'^2}} \\
v_{x'} &= \frac{v - v'\cos\theta}{\sqrt{1-v^2}\sqrt{1-v'^2}} \\
v_{y'} &= 0 \\
v_{z'} &= \frac{v'\sin\theta}{\sqrt{1-v'^2}}
\end{aligned}
$$

Nyní již můžeme ze složek čtyřrychlosti spočíst obyčejnou tří-rozměrnou rychlost, neboť víme, že pro vztah mezi nimi platí obecný tvar

$$
v = \left(\frac{1}{\sqrt{1-v^2}}, \frac{v_x}{\sqrt{1-v^2}}, \frac{v_y}{\sqrt{1-v^2}}, \frac{v_z}{\sqrt{1-v^2}} \right)
$$

takže složky obyčejné rychlosti dostáváme ze složek čtyřrychlosti dělením 0-tým členem:

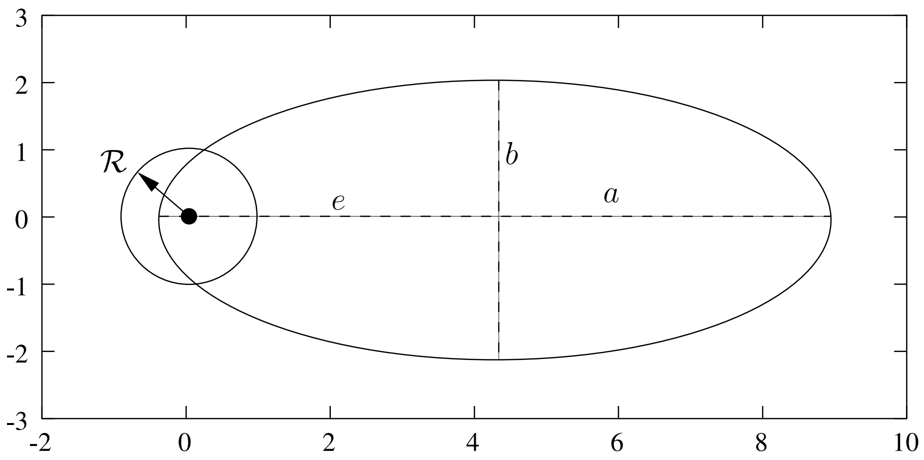
$$
\begin{aligned}
v_x &= \frac{v - v'\cos\theta}{1 - vv'\cos\theta} \\
v_y &= 0 \\
v_z &= \frac{v'\sin\theta}{1 - vv'\cos\theta}\sqrt{1-v^2}
\end{aligned}
$$

Nadsvětelné pohyby Poslední případ, na který se zaměříme, je složení dvou Lorentzových transformací. Na již studovaný případ relativistického rozpínání obálky je nutné pohlížet z několika pohledů. Nejprve uvážíme, že obálka se rozpíná rovnoměrně tak, že v libovolné ose procházející počátkem rozpínání platí pro čas měřený v počátku t a na okraji (vlastní čas obálky) τ relace

$$
t = \frac{v\tau}{\sqrt{1-v^2}},
$$

Tuto znalost můžeme využít v transformaci mezi počátkem rozpínání a pozorovatelem dosazením do (A.11a) a s odečtením konstatních časových a prostorových příspěvků, souřadnice měřené pozorovatelem

$$
\begin{aligned}
x' &= \frac{v^2\tau}{1-v^2} - \frac{v\tau\cos\theta}{1-v^2} \\
y' &= 0 \\
z' &= \frac{v\tau\sin\theta}{\sqrt{1-v^2}}
\end{aligned}
$$



Obrázek A.4: Vliv relativistické expanze na tvar pozorované obálky. Pozorovatel se dívá z nekonečna vpravo. V počátku souřadnic je zakreslena kružnice s jednotkovým poloměrem. Elipsa odpovídající v = 0.99c má jedno ohnisko také v počátku souřadnic. Obrázek je počítán pro t = 0. Velká poloosa je $a = v/(1-v^2)$, malá $b = v/\sqrt{1-v^2}$ a excentricita $e = v^2/(1-v^2)$ odpovídá vzdálenosti středu elipsy od počátku rozpínání.

Tyto vzorce už jsou totožné (až na znaménko u x) se vzorci (4.23) odvozenými dříve jinou technikou.

Některé z myšlenek uvedených v této kapitole jsou shrnuty na obrázku A.4, který zobrazuje obálku hypotetického dosvitu pozorovanou z nadhledu nebo ze strany. Podařilo se nám na základě relativistických transformací objasnit "nadsvětelné" pohyby pozorované v některých případech (o kterých byla zmínka na začátku této kapitoly). Je zřejmé, že jejich název byl zvolen na základě nevhodného modelu a nemá hlubší význam.

Reference

Abramowitz M., Stegun, I.A.: Handbook of Mathematical Functions, National Bureau of standards, Applied math. series 55, 1964

Allen, C.W.: Astrophysical Quantities, The Athlone Press, London, 1976

Akerlof et al.: Observations of contemporaneous optical radiation from γ-ray burst, Nature **398**, 400 – 402, (1999)

Arnett, W.D.: Astrophys. J. **237**, 541 — 549 (1980)

Arnett, W.D.: Astrophys. J. **253**, 785 — 797 (1982)

Arnett, W.D., Fu, A.: Astrophys. J. **340**, 396 — 425 (1989)

Arnett, W.D.: Supernovae and Nucleosynthesis, Princeton University Press, 1996

Berger et al: Astrophys. J. **581**, 981 (2002)

Bersier et al: astro-ph/0206465

Blandford, R.D., McKee, C.F.: Phys. of Fluids **19**, 1130 — 1138, (1976)

Bloom et al.: astro-ph/9807314

Bloom et al.: GCN notice No **1389**, (2002)

Bloom et al.: `http://cfa160.cfa.harvard.edu/~jsbloom/grb011121/`

Bloom et al.: GCN notice No **1135**, (2001)

Bloom et al.: astro-ph/0303478

Bond, H. : IAU Circ. No **6654**

Burud et al.: GCN notice No **1536**, (2002)

Burud et al.: GCN notice No **1213**, (2001)

Cohen, M.H. et. al : Astroph. J., **170**, 207 – 217, (1971)

Chandrasekhar, S. : An Introduction to the Stellar Structure, Dover Publications, Inc., ed. 1967

Chevalier, R. A., Li, Z.Y. : Astrophys. J. **536** 195 — 212 (2000)

Covino S., et al. : GRB 990510: lineary polarized radiation fom a fireball, Astron. Astro. **348**, L1 – L4 (1999)

Costa, E., et al.: IAU Circ. No **6649** (1997)

Dirak P. A. M. : The Principles of the Quantum Mechanics, The Clarendon Press, Oxford 1930

Diercks, A. H. et al.: The Optical Afterglow of GRB 971214: R and J Photometry, Astrophys. J. **503**, L105, (1998)

Djorgovski et al.: GCN Circ. No **114**, (1998)

Djorgovski et al.: GCN Circ. No **41**, (1998)

Dullighan et al.: GCN notice No **2384**, (2003)

Dullighan et al.: GCN notice No **2336**, (2003)

Fenimore, E. E., Madras C. D., Nayakshin, S. I.: Expanding Relativistic Shells and Gamma-Ray Burst Temporal Structure, Astrophys. J. **473**, 998 — 1012, (1996)

Fishman, G.J., Meegan C. A.: Gamma-ray bursts, Ann. Rev. Astron. Asrophys. **33**, 415 – 458, (1995)

Frank, J., King, A., Raine, D.: Accretion power in astrophysics, Cambridge University Press, 2002

Fruchter, A. S. et al.: The Fading Optical Counterpart of GRB 970228, Six Months and One Year Later, preprint (astro-ph/9807295).

Fruchter, A. S. et al.: IAU Circ. No **6747** (1997)

Fruchter, A. S. et al.: GCN Circ. No **151**, (1997)

Fruchter, A. S. et al.: GCN Circ. No **1087**, (2001)

Fruchter at al: `http://www.stsci.edu/~fruchter/GRB/991208`

Fruchter at al: `http://www-int.stsci.edu/~fruchter/GRB/990712/`

Fynbo et al.: GCN notice No **2403**, (2003)

Galama, T.J. et al.: An unusual supernova in the error box of the γ-ray burst of 25 April 1998, Nature **395**, 670, (1998)

Galama, T.J. et al.: Optical Follow-up of GRB 970508, Astrophys. J. **497**, L13 – L16, (1998)

Galama, T.J. et al.: The effect of magnetic fields on γ-ray bursts inferred from multi-wavelength observations of the burts of 23 January 1999, Nature **398**, 394 – 399, (1999)

Gorosabel et al.: GCN notice No **1542**, (2002)

Gorosabel, J.: soukromé sdělení

Garcia et al.: Power-Law Decays in the Optical Counterparts of GRB 970228 and GRB 970508, Astrophys. J. **500**, L105 – L108, (1998)

Gintzburg : Teoreticeskaja fizika i astrofizika, Nauka, Moskva, 1975

Greiner, J.C.: `http://www.mpe.mpg.de/~jcg/grbgen.html`

Groot et al.: The Rapid Decay Of The Optical Emission From GRB 980326 And Its Possible Implications, Astrophys. J **502**, L123 – L127, (1998) Gruzinov, A., Waxman, E.: Gamma-Ray Burst Afterglow: Polarization and Analytic Light Curves, Astrophys. J. **511**, 852 – 861, (1999)

Harkness, R.P., Wheeler, J.C.: Classification of Supernovae, In Supernovae, Springer-Verlag 1990

Harrison et al.: Optical and Radio Observations of the afterglow from GRB 990510: Evidence for a jet, Astrophys. J. **523**, L121 – L124, (1999)

Harrison et al.: GCN Circ. No **1088**, (2000)

Hjorth et al.: GCN notice No **1329**, (2002)

Hollan, J: Veličiny a jednotky v astrnonomii, zvláště v astronomické fotometrii, `http://astro.sci.muni.cz/pub/hollan/a_papers/si_fot/si_fot.pdf`

Hudec, R.: soukromé sdělení

Hudec, R., Hudcova, V., Hroch, F.: Searches for possible supernovae — GRBs correlations, Astron. Astrophys. Suppl. **138**, 475 – 476, (1999)

Hornoch, K.: soukromé sdělení

Hroch, F., Hudec, R., Rezek, T.: Search for correlations between the BeppoSAX and RXTE GRBs locations and historical supernovae, Astron. Astrophys. Suppl. **138**, 473, (1999)

`http://www.esa.int/export/esaMI/Integral/`

Iwamoto K. et al.: A hyperova model for the supernova associated with the γ-ray burst of 25 April 1998, Nature **395**, 672, (1998)

Jaunsen et al: Astrophys. J. **546**, 346 (2001)

Katz, J. I.: Two Populations and Models of Gamma-Ray Bursts, Astrophys. J. **422**, 248 – 259, (1994)

Kembhavi, A. K., Narlikar, J. V.: Quasars and active galactic nucley: an introduction, Cambridge University Press, (1999)

Kellerman, K. I., Pauliny-Toth, I. I. K.: Compact Radio Sources, In Ann. Rev. Astron. Astrophys. **19**, 373 – 410, (1981)

Kippen R. M. et al.: On the association of gamma–ray bursts with supernovae, Astrophys. J. **506**, L27 – L30, (1998)

Kirshner, R.P.: Supernova Light Curves, In Supernovae, Springer-Verlag 1990

Klebesadel, R. W., Strong, I. B., Olson, R. A.: Observations of gamma-ray bursts of cosmic origin, Astrophys. J. **182**, L85 – L88, (1973)

Kotak, R., Meike W. P. S.: IAUC 8122

Kulkarni et al.: The afterglow, redshift and extreme energetics of the γ-ray burts of 23 January 1999, Nature **398**, 389 – 394, (1999)

Levan et al.: GCN notice No **2238**, (2002) Levan et al.: `http://www-int.stsci.edu/~fruchter/GRB/020903/`

Landau, L. D., Lifšic, E.M. : Gidrodynamika, Nauka, Moskva, 1988

Lenc, M.: soukromé sdělení

Liebundgut, B.: Light Curves of Supernovae, In IAU Coll. 145, 1993

Malesani, D.: `http://www.sissa.it/~malesani/GRB/020903`

Matheson, T. et al.: Astrophys. J. **599**, 394 – 407 (2003)

Matz, S. M. et al.: Nature **331**, 416 (1988)

Rees, M. J.; Meszaros, P.: Relativistic fireballs — Energy conversion and time-scales, M.N.R.A.S **258**, 41, (1994)

Metzger et al.: Spectroscopic study of the optical counterpart to the γ-ray burst of 8 May 1997, Nature **387**, 878, (1997)

Mihalas, D.: Stellar Atmospheres, Freeman and Comp., San Francisko, 1978

More, J., Garbow, B., Hillstrom, K: `http://www.netlib.org/minpack`

Misner, Ch. W., Thorne, K. S., Wheeler, J. A.: Gravitation, Freeman and Comp., San Francisko 1973

NASA/IPAC Extragalactic Database: `http://nedwww.ipac.caltech.edu/`

Odewahn et al.: GCN Circ. No **201**, (1999)

Paczyński, B.: Are Gamma-Ray Bursts in Star-Forming Regions? Astrophys. J. **494**, L45 – L48, (1998)

Pearson, T. J. et al.: Nature **290**, 365 (1981)

Piran, T., Shemi, A., Narayan, R.: Hydrodynamics of relativistic fireballs, Mon. Not. R. Astron. Soc. **263**, 861 – 867, (1993)

Press, W. H., Flannery, B. P.,Teukolsky, S. A., Vetterling, W. T.: Numerical Recipes, Cambridge University Press, (1986)

Rees, M.J.: Nature **211** (1966)

Rees, M.: Studies in Radio Source Structure, MNRAS **135**, 345 – 360, (1967)

Reichart, D. E.: GRB 970228 Revisted: Evidence for a supernova in the light curve and late spectral energy distribution of the afterglow. Astrophys. J. **521**, L111 – L115, (1999)

Reichart, D. E., Yost, R.: astro-ph/0107545

Sokolov et al.: GCN Circ. No **147**, (1998)

Sokolov et al.: GCN Circ. No **148**, (1998)

Schwartz, M., Holvorcem, P. R. : IAUC 8121

Simon, V., Hudec, R., Pizzichini, G., Masetti, N.: Astronom. Astrophys. **377**, 450 – 461 (2001)

Smith et al: Astrophys. J. **123**, 2121 (2002)

Stanek et al.: GCN Circ. No **766**, (2000)

Rykoff et al: Astrophys. J. **601**, 1013 (2003)

Smith et al: Astrophys. J. **123**, 2121 (2002)

Urry, C. M., Padovani, P.: Unified Schemes for Radio-Loud Active Galactic Nuclei, PASP **107**, 803 – 845, (1995)

Wang, L., Wheeler J.G.: The supernova–gamma–ray burst connection, Astrophys. J. **504**, L87 – L90, (1998)

Waxman, E.: in Supernovae and Gamma-Ray Bursters, ed. by K. Weiler, Lecture Notes in Physics, **598**, Berlni, New York, Springer (2003)

Weinberg, S.: Gravitation and Cosmology, J. Wiley and Sons, Inc., 1972

Wheeler, J.C.: Introduction to Supernovae, Jerusalem Winter School for Theoretical Physics, 1989

Wheeler, J. C., Piran T., Weinberg S.: Supernovae, Jerusalem Winter School for Theoretical Physics, World Scientific Publishing Co., Singapore, Teaneck (1990)

Wheeler, J.C.: Conference Summary Supernovae and GRBs, (astro-ph/9909096)

Woosley, S. E., Eastman, R. G., Schmidt, B. P.: Gamma-Ray Bursts and Type Ic Supernova: SN1998bw, preprint (astro-ph/9806299).