Obsah

KAPITOLA 1.

ÚVOD

Současnou astronomickou vědou otřásají gama záblesky. Od svého objevu, který byl publikován před třiceti lety v článku Klebesadel, Strong a Olson (1973), představují jednu z největších záhad současné astronomie. Přitom jde o velmi intenzivní záblesky primárně pozorované v gama oblasti o energiích větších než několik keV s nejčastějším trváním několika desítek sekund. Pozorované gama záblesky se objevují nečekaně, ale obvykle ne častěji než jednou denně. Záblesky přicházejí z libovolného směru na obloze. Přitom není jasné co jsou a proč mají takové vlastnosti, jaké mají.

Sprška gama fotonů je největším a nejdůležitějším projevem gama záblesku. Přesto mají některé záblesky projevy i v nízkoenergetické oblasti spektra. Některé z gama záblesků jsou pozorovány v rentgenové oblasti. To umožňuje přesnější lokalizaci, protože současné gama "dalekohledy" umístěné na oběžné dráze pracují vesměs na principu triangulace — polohu zdroje určují ze zpoždění příchodů signálu do jednotlivých detektorů nebo k jednotlivým družicím. Naproti tomu rentgenové dalekohledy mají (více méně) běžnou optiku s nesrovnatelně větším rozlišením. Detekce rentgenových fotonů od gama záblesků a přesnější lokalizace se podařila do dnešní doby v necelých třech desítkách případů. Několik z nich bylo pozorováno i opticky, což vedlo v roce 1997 k objevu dosvitů.

Zásadní pokrok v pozorování gama záblesků byl způsoben vypuštěním družice Beppo-SAX, která nese na své palubě detektory gama fotonů i rentgenový teleskop a je schopna v případě zachycení gama záblesku dostatečně rychle zahájit pozorování rentgenovým dalekohledem, a pokud je objekt aktivní i na větších vlnových délkách, zachytit jej a tak výrazně zpřesnit polohu. V před-Beppo-SAXovské éře bylo sice určení přesné polohy také možné na základě meziplanetární sítě, ale tento postup trval tak dlouho, že naděje na zachycení dosvitu byla mizivá.

Každý gama záblesk (GRB — gamma ray burst) je označován v astronomických katalozích datem, kdy nastal. Například GRB 970228 byl detekován 28. února 1997. Pozoruhodné na tomto gama záblesku bylo to, že se poprvé podařilo určit jeho přesnou polohu a následně pozorovat v udaném daném místě velmi slabý, rychle slábnoucí, objekt. Takovémuto objektu se odborně říká "dosvit" Dosvit se projevuje nejen v rentgenové a optické oblasti, ale je často pozorovatelný i rádiově. Obecně jsou optické protějšky gama záblesků již dlouhou dobu předmětem zkoumání, ale dosvity od GRBů se pozorují relativně velmi krátkou dobu.

Dosvit a gama záblesk jsou dva různé jevy, pravděpodobně souvisejícího původu. Příkladem typického chování obou jevů může být GRB 990123. V tomto případě měl gama záblesk trvání necelých sto sekund se dvěma výraznými vrcholy a následným pozvolným sestupem v rozsahu energií několika desítek až tisíc keV. Po této době již nebylo možné tento objekt v gama oboru vůbec zachytit. Oproti tomu dosvit, pozorovaný v optické oblasti, zjasňoval asi 30 s po okamžiku detekce prvního zvýšeného toku gama a přibližně od této doby se začal s naprosto rozdílným časovým průběhem zeslabovat. Toto zeslabování bylo možné pozorovat ještě několik desítek dní po GRBu. Z těchto důvodů nelze vzájemně zaměňovat gama záblesky a dosvity, jak by se mohlo na první pohled zdát. Jak již bylo řečeno, v době maxima dosvitu už nemusí být gama záblesk vůbec vidět.

Vzhledem k tomu, že astronomie gama záblesků je relativně mladý obor, názvosloví ještě není zcela ustálené, ale obvykle se označením OT (prompt optical afterglow) myslí optická emise tesně po čase GRBu a pod pojmem OA (delayed optical afterglow) pak optický dosvit, tedy pomalu a dlouho se zeslabující objekt. Zvláště komplikovaná situace je při překladu takovýchto nových názvů do cizích jazyků, v našem případě do češtiny. V této práci používáme termíny, které navrhl J. Grygar (Hudec (1996–99)). Samotný název "gama záblesk", pocházející pravděpodobně od Z. Urbana, je vyloženě nevhodný, protože budí dojem, že jde o krátkotrvající jev, což často není pravda (rekord v délce drží podle článku Fishman and Meegan (1995) jeden a půlhodinový záblesk). Vhodnější by asi bylo používat doslovný překlad "gama výbuch".

Již od gama zábleskové prehistorie se lidé snažili určit kde vznikají. Vůbec nejdůležitější objev byl ten, že nepřicházejí ze Země. A to proto, že gama záblesky byly objeveny sítí vojenských satelitů, které sloužily ke kontrole dodržování zákazu atomových výbuchů v zemské atmosféře. Vzhledem k tomuto poslání se vědecký svět dozvěděl o jejich existenci teprve v roce 1973, i když první byl detekován už roku 1967 a správně byla určena jeho mimozemská poloha.

25. dubna 1998 detekoval tým družice Beppo-SAX[1] gama záblesk označený jako GRB 980425. Následné intenzívní optické monitorování oblasti pozemními teleskopy sice neodhalilo žádný rychle slábnoucí optický protějšek — dosvit v chybovém boxu z BeppoSaXu, ale zato se podařilo odhalit v jeho těsné blízkosti

[1] Malá část gama záblesků je simultánně zachycena evropskou družicí Beppo-SAX i americkým Comptonem. Naneštěstí v době záblesku byly pozemní servisní stanice Comptonu mimo provoz, protože došlo k výpadku elektrického proudu a tak byl tento záblesk identifikován v datech na družici později.

supernovu označenou jako SN1998bw (IAUC 6884). Následným pozorováním se podařilo určit typ supernovy a v říjnu 1998 Beppo-SAX tým opravil polohu o vliv systematických chyb, takže SN1998bw do chybového boxu padla. Na základě těchto faktů vyvstávají přirozené otázky: Jak je možné, že nějaká supernova padne do chybového boxu? Jaký je (a je vůbec) rozdíl, mezi světelnými křivkami dosvitů a supernov? Jak lze odlišit dosvity a supernovy na základě světelné křivky? Pochází gama záblesky ze supernov?

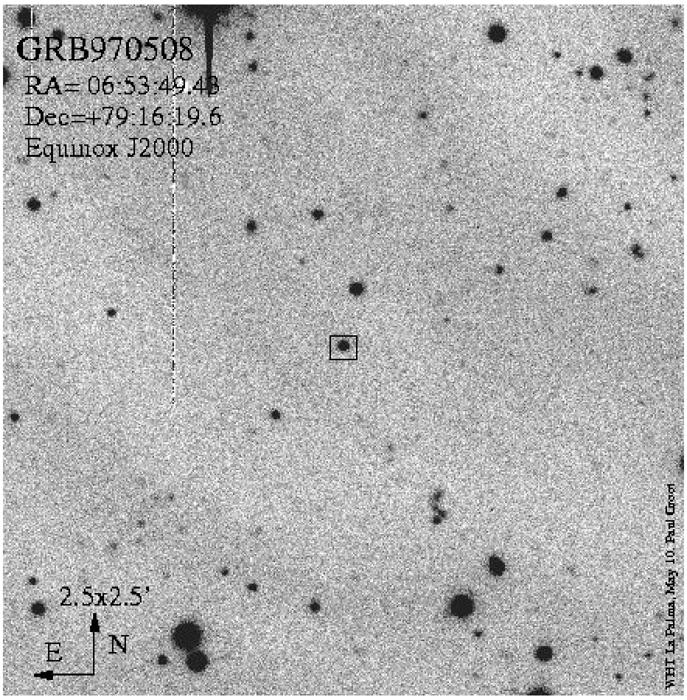
Nápadná korelace se supernovou ovšem není jediná souvislost gama záblesku s nějakým objektem. Dalšími možnými kandidáty jsou všechny extragalaktické objekty, nejspíše kvasary nebo aktivní galaktická jádra (Active Galactic Nuclei — AGN). Prakticky všechny pozorované dosvity byly lokalizovány v těsné blízkosti nebo na pozadí nějaké galaxie. Nabízí se proto i možnost, že by gama záblesky mohly souviset s nějakým procesem v AGN. Jeden z případů tohoto typu byl GRB 970508, kdy se podařilo zachytit také velmi slabou galaxii, do jejíhož obrazu se promítá poloha dosvitu. Takovouto poziční koincidenci je možné interpretovat tak, že gama záblesk vznikl v této galaxii. Z tohoto důvodu se taková galaxie označuje jako mateřská nebo éž hostitelská (v originále — host galaxy).

V tabulce 1.1 je uvedeno všech 9 gama záblesků, po kterých se podařilo zachytit dosvit. Ke každému dosvitu je uveden odkaz na světelnou křivku a dále odkaz na práci obsahující informace o detekci hostitelské galaxie. Z tabulky je vidět, že kromě jednoho případu se ve všech ostatních podařilo zachytit hostitelskou galaxii. Těchto několik zaznamenaných dosvitů nepředstavuje dostatečný statistický materiál ke zpracování, ale přesto se na jeho základě v závěru (5) pokusíme uhodnout některé pravděpodobné obecné vlastnosti dosvitů.

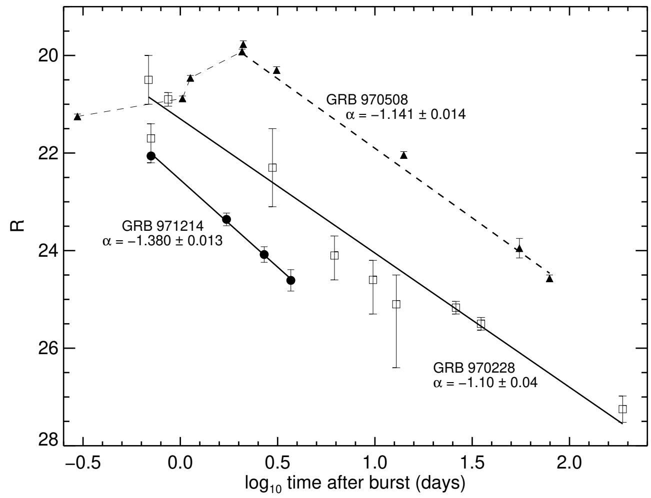
Tato práce měla být zaměřena především na hledání korelací (časových i pozičních) mezi optickými protějšky gama záblesků a jinými extragalaktickými objekty. Protože ale zadání pochází ze začátku roku 1996, kdy o objevu dosvitů neměl ještě nikdo ani potuchy a tím méně o spojitosti OT a galaxií, nebylo možné směrovat tuto práci hned od začátku na světelné křivky dosvitů. Protože ale sled objevů v této oblasti byl tak rychlý, že se v průběhu posledních 3 let zcela změnil všeobecný pohled na celou problematiku, zaměřili jsme se v práci nakonec na jeden aktuální a velmi konkrétní problém.

Podle přehledového článku Fishman a Meegan (1995) existuje v současnosti přes sto publikovaných teorií, které se snaží vysvětlit vznik gama záblesků. Vesměs jde jen o velmi přibližné modely (často jen o různé jednoduché myšlenky), které řádově předpovídají celkovou energii uvolněnou při gama záblesku. Některé jsou schopné navrhnout časový průběh světelné křivky nebo tvar či charakter spektra.

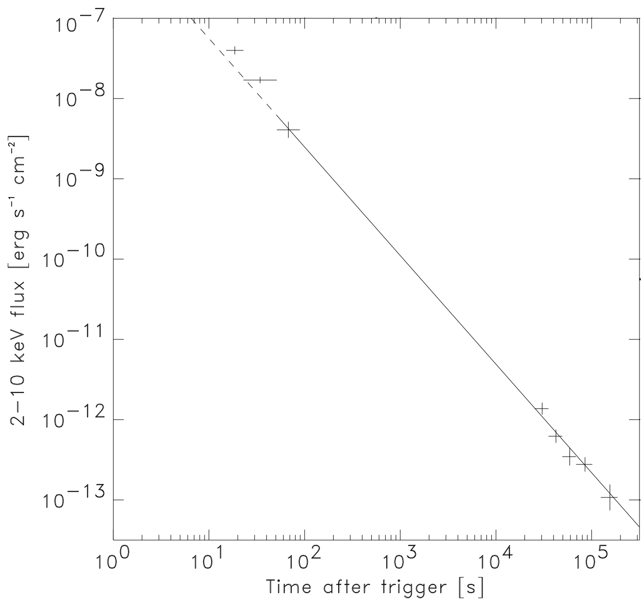
Na obrázcích 1.2 až 1.4 jsou pozorované světelné křivky dosvitů. Nejnápadnější vlastností, které si můžeme všimnout, je prakticky jednotný vzhled s lineárním poklesem magnitudy vynesené v logaritmické časové škále. To je typické chování všech dosvitů pro časové období jedné desetiny dne a víc po záblesku. Z tohoto důvodu každý teoretický model, který chce být úspěšný, musí nutně předpovědět lineární pokles magnitudy. Dále musí být schopen zdůvodnit, proč dosvit s přibývajícím časem červená a pokud možno předpovědět i nějakou další pozorovatelnou



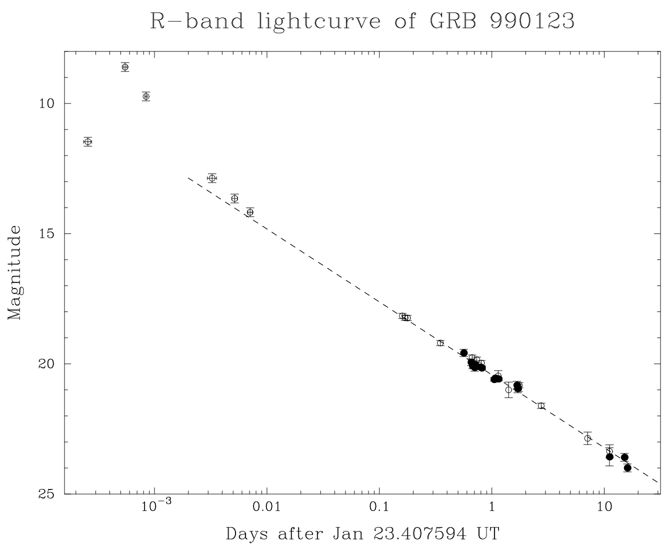
Obrázek 1.1: Ukázka pozorování dosvitu. Jde o dosvit po GRB 970508, který bude dále podrobněji analyzován. Tento snímek získal P. Groot.



Obrázek 1.2: Srovnání světelných křivek některých dosvitů s dosvitem po GRB 971214. Tento graf je převzatý z práce Dieckers et al (1998).



Obrázek 1.3: Světelná křivka dosvitu po GRB 980329 v rentgenové oblasti.



Obrázek 1.4: Světelná křivka dosvitu po GRB 990123. Tento graf je převzatý z práce Galama et al (1999).

GRB	křivka ?	hostitelská galaxie ?	d (“)
970228	Obrázek 4.1	ano, Fruchter et al. (1997a)	0.3
970508	Obrázek 4.11	ano, Fruchter et al. (1997b)	< 0.01
971214	Obrázek 1.2	ne	
980326	Groot et al. (1998)	nejisté, Groot et al. (1998)	
980329	Obrázek 1.3	nejisté, Djorgovski et al. (1998b)	
980519	–	ano, Sokolov et al. (1998b)	
980613	–	ano, Djorgovski et al. (1998a)	
980703	–	ano, Sokolov et al. (1998a)	
990123	Obrázek 1.4	ano, Odewahn et al. (1999)	0.648 ± 0.1
990510	Obrázek 4.12	ne?	

Tabulka 1.1: Všechny pozorované dosvity do května 1999. V prvním sloupci je uveden gama záblesk, po kterém se pozoroval daný dosvit. Ve druhém je odkaz na křivku dosvitu a třetí obsahuje odkaz na případné pozorování hostitelské galaxie, na pozadí které se záblesk objevil. Ve čtvrtém sloupci je v některých případech uvedena úhlová vzdálenost mezi fotometrickým těžištěm hostitelské galaxie a dosvitem (velmi nejisté). Pro srovnání uvedeme, že SN1998bw byla od jádra své hostitelské galaxie vzdálena $11.5''$.

charakteristiku.

V práci je předložen model založený na zobecnění modelu obálky supernovy (bez radioaktivního ohřevu) při relativistické rychlosti expanze. Časový průběh světelné křivky, má pak tvar podobný právě pozorovaným křivkám dosvitů. Přirozeným způsobem se vysvětlí i červenání dosvitu. Nicméně i přes tyto zásadní přednosti má takovýto model jisté nedostatky. Především nevysvětluje silně netermální průběh spektra dosvitu, na který poukazují nejnovější pozorování ani poněkud komplikovanější časové průběhy než jen jednoduchý lineární pokles, pozorovaný u některých podrobně studovaných dosvitů.

Přestože je zde rozpracován model dosvitu na základě studia supernov, nejde v žádném případě o potvrzení jakékoliv příčinné souvislosti mezi supernovami, gama záblesky a dosvity, o které se v poslední době řada badatelů pokouší. Nenasvědčuje tomu ani tento model, ani jiné studie (podrobněji se tomu budeme věnovat v kapitole 4). V 2. kapitole jsou rozebrány některé články na toto téma. Jde o statistické korelace mezi polohami supernov a gama záblesků (dosvitů).

Kapitola 3 je celá věnována výpočtu světelné křivky supernovy jakožto prototypu explozivního děje. Jsou zde uvedeny základní rovnice popisující expandující obálku objektu tvořeného ideálním fotonovým plynem. Tato obálka se ochlazuje expanzí a radiační difuzí. Radiační difuze je vlastně způsob, jakým supernovy vyzařují zářivou energii do okolí. Naopak je obálka supernovy zahřívána teplem vznikajícím při radioaktivním rozpadu prvků, vzniklých nukleosyntézou v jádru vybuchující hvězdy. Získané výsledky jsou aplikovány na světelnou křivku supernovy 1998bw.

Model vycházející ze supernovy je pak v kapitole 4 přepracován na případ relativistické expanze, ovšem s tím omezením, že plyn nemá vlastní zdroje energie (na rozdíl od supernov s radioaktivním ohřevem). Tento model je použit k výpočtu křivek některých známých dosvitů.

KAPITOLA 2.

MOŽNÁ KORELACE MEZI GRBY A OSTATNÍMI OBJEKTY

2.1. Supernovy

Vzplanutí supernovy SN 1998bw ve stejném čase a v těsné blízkosti polohy gama záblesku GRB 980425 vedlo k jistým doměnkám o případné spojitosti mezi supernovami a gama záblesky. Je až s podivem, kolik lidí takováto možnost napadla, přestože je všeobecně známo, že obálka supernovy se stává propustnou pro gama fotony teprve v průběhu několika desítek dní po kolapsu (optickém maximu), kdy se objevuje čarové spektrum radioaktivního ^{56}Co, který se rozpadá a zahřívá obálku SN. Pozorování gama záření od SN 1987A byla poprve zaznamenána SMM satelitem a publikována v Matz et al (1988). Protože se projevy gama záření objevují až po relativně delší době, ztěžuje takovéto chování hledání případných časových korelací. Jen těžko lze z faktu, že se na přibližné pozici GRBu objeví dlouho před nebo po pozorování nějaké SN usuzovat na spojitost mezi těmito dvěma jevy.

Přesto bylo v poslední době provedeno několik pokusů o nalezení souvislosti na základě stanovení přesných pozic. Wang & Wheeler (1998) interpretují možnost objevení se GRBu ze SN jako potvrzení teorie "relativistických ohnivých koulí" (teorie "relativistic fireball" bude podrobněji probrána v kapitole 4), která si takový gama záblesk představuje jako rázovou vlnu ze SN, která při svém šíření narazí na nespecifikovanou nehomogenitu (například oblak mezihvězdné hmoty), při které vznikne gama záblesk. To by pěkně vysvětlilo, že gama záblesk vznikl s přesností jednoho dne, v případě supernovy SN 1998bw, těsně po kolapsu, kdy má rázová vlna nějvětší intenzitu. Domněnku, že tento případ není jediný a že existuje silná korelace mezi gama záblesky a supernovami Typu Ib/c se snaží dokázat pomocí ztotožnění pozic známých supernov převzatých z Asiago SN katalogu `http://athena.pd.astro.it/~supern/snean.txt` a s pozicemi záblesků podle družice BATSE `http://www.batse.msfc.nasa.gov` katalogu. Pozice SN jsou přesné (chyba není větší než jedna oblouková vteřina), ale pozice gama záblesků jsou velmi nepřesné s chybami několika stupňů.

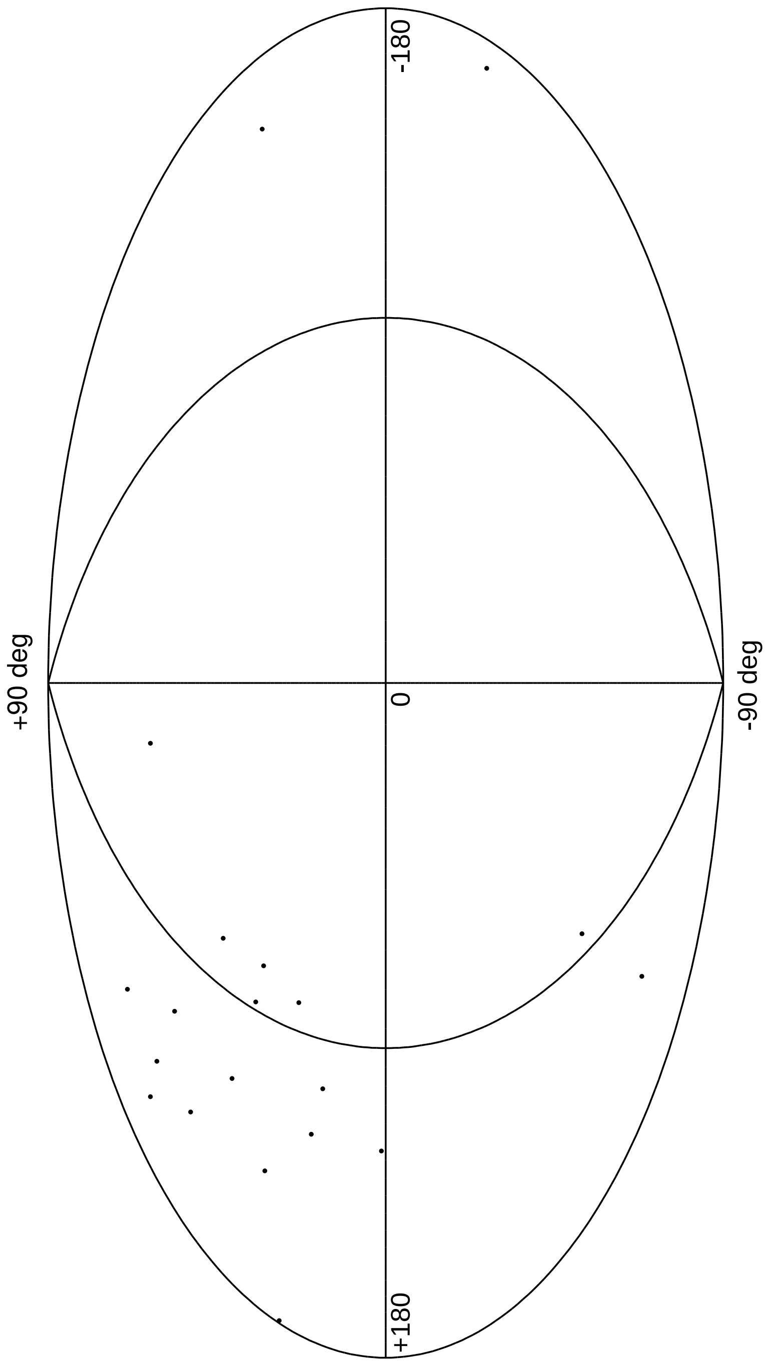
Podstatně lepší data a zcela jiné výsledky jsou obsaženy v článku Kippen et al. (1998). Autoři použili jako zdroj pozic supernov katalog `http://cfa-www.harvard.edu/iau/lists/Supernovae.html` udržovaný Central Bureau of Astronomical Telegrams a jako zdroj pozic gama záblesků BATSE 4B (revised) katalog a přesné pozice záblesků získané z Meziplanetární sítě (jde o několik družic rozložených po Sluneční soustavě označovaných jako Interplanetary Network — IPN, u každé z nich je příchod gama záblesku zaznamenán s jiným zpožděním a umožňují tedy lokalizovat polohu záblesku přesněji). Přesnost polohy je u dobře pozorovaných záblesků, v současné době největší dosažitelná a pohybuje se kolem několika úhlových minut. Závěry tohoto článku jsou v rozporu se závěry předchozího článku. Rozpor autoři vysvětlují tím, že závěry korelací jsou způsobeny velmi malou přesnosti určení poloh pouze pomocí BATSE.

2.2. Korelace mezi Beppo-SAX a RXTE GRB lokalizacemi a historickými supernovami

Další reálně použitelnou možnost hledání pozičních korelací mezi gama záblesky a supernovami skýtají přesné pozice získané za pomocí družic Beppo-SAX a RXTE, které jsou vybaveny kromě gama detektoru také rentgenovými dalekohledy, takže družice je schopna v krátké době získat přesnou polohu gama záblesku, má-li také dlouhovlnnější protějšek. Přesnost určení je kolem 4'. Za dva roky činnosti nasbírala družice Beppo-SAX přes dvacet přesných poloh. Polohy těchto gama záblesků jsou zakresleny v galaktických souřadnicích na obrázku 2.1. Na první pohled patrná anizotropie pozorovaných záblesků pochází z technických vlastností družice, protože ta nemonitoruje celou oblohu izotropně, a nemá fyzikální podklad.

Jako katalog přesných pozic supernov byl použit zatím pravděpodobně nejúplnější katalog spravovaný Central Bureau of Astronomical Telegrams `http://cfa-www.harvard.edu/iau/lists/Supernovae.html`. Ten obsahuje údaje o 1443 supernovách detekovaných od roku 1885 (dvě galaktické — z roku 1054 a Tychonova — byly vypuštěny, protože u nich není známá přesná poloha[1]). 763 těchto supernov bylo pozorováno v anonymních galaxiích, 457 v NGC galaxiích, 120 v UGC galaxiích, 56 v IC galaxiích, 34 v MGC galaxiích, 4 galaktické supernovy, 1 supernova objevená družicí IRAS a 1 supernova ve Velkém Magelanově oblaku (1987A). Polohy všech těchto supernov jsou známy s přesností několika obloukových vteřin. Vstupní katalog neobsahoval supernovu SN 1998bw.

[1]Pokud ovšem nepočítáme polohu pulsaru v Krabí mlhovině a SN 1054



Obrázek 2.1: Distribuce GRBů s přesnými pozicemi v galaktických souřadnicích.

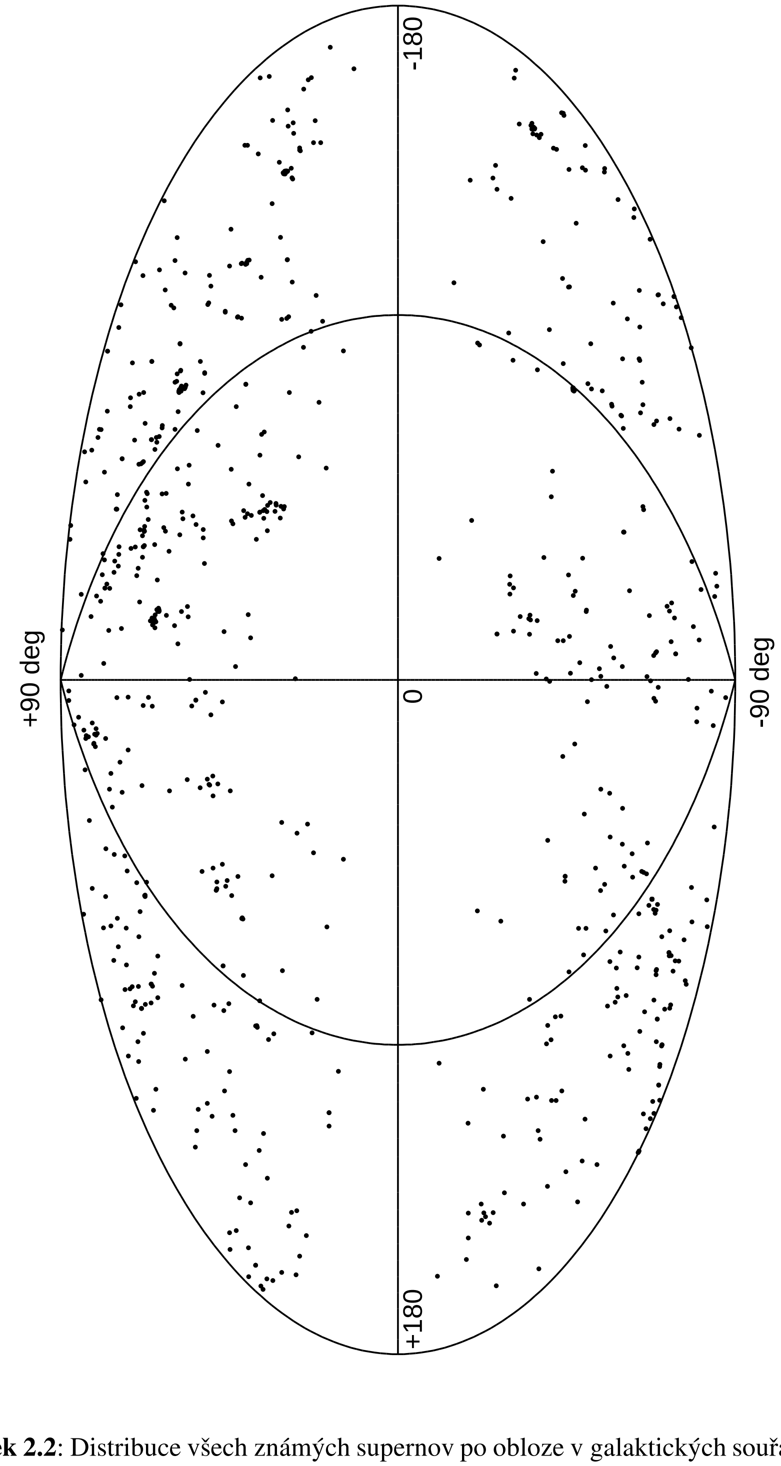
Na základě těchto dvou katalogů jsme se pokusili nalézt gama záblesk s takovou pozicí, která by odpovídala pozici známé supernovy. V několika případech se na základě přesných pozic podařilo najít odpovídající korelaci mezi polohou gama záblesku a SN (Hudec et al. (1999)). Nicméně, při použití jiné metodiky se žádný takový případ identifikovat nepodařilo (Hroch et al. (1999)). V tomto druhém případě byla jako možný detekční limit dána kružnice s poloměrem 3-krát větším než byla udávána nepřesnost polohy záblesku, tedy něco přes 10 obloukových minut. Znamená to, že žádný z přesně lokalizovaných gama záblesků družicemi Beppo-SAX a RXTE se nenachází v místech známých supernov.

Uvedené hledání ale dokazuje jen prostorovou nekorelaci, ale na silný důkaz o vztahu SN a GRBů by bylo třeba také vědět, jestli v době vzplanutí SN nebyl pozorován také gama záblesk. Bohužel to není u těchto většinou historických supernov možné, takže se musíme zaměřit pouze na otázku, jestli není možné případné opakování gama záblesku v místech SN, a ani to nebylo potvrzeno.

Z těchto úvah se zdá pravděpodobné, že gama záblesky nemají žádnou spojitost se supernovami a případné korelace v jednotlivých případech můžeme považovat za náhodu. Je třeba si uvědomit, že SN byla náhodou pozorována pouze v případě jednoho gama záblesku a je nepravděpodobné, že by se nám nepodařilo zpozorovat ji i v jiných případech. Přes tato fakta se zastánci vzniku gama záblesků ze supernov nevzdávají a přicházejí s novým nápadem. Dosvity, u kterých se dosud podařilo odhadnout vzdálenost, mají hodnoty rudého posuvu v rozmezí 1 – 3 a jde tedy o extrémně vzdálené objekty. Mohlo by ale existovat více skupin gama záblesků. Jednou z nich by mohly být záblesky se superhmotných supernov (horní hranice modelů hvězd udává hmotu takové supernovy na asi 50 $M_\odot$ a stáří asi 100 miliónů let) nazývaných "hypernovy" a vznikající v oblastech OB associací. Tuto doměnku předložil Paczyński (1998).

2.3. Rozložení supernov po obloze

Ve spojení s rozložením gama záblesků po obloze, které je dokonale izotropní, je zajímavé také rozložení známých SN po obloze. To je vykresleno v galaktických souřadnicích na obrázku 2.2. Je jasně vidět, že počet supernov silně závisí na galaktické šířce. To je způsobeno galaktickou extinkcí, která je nejsilnější právě kolem galaktické roviny (závislost je přibližně exponenciální). Další velmi pravděpodobný vliv na počet objevených supernov je ten, že pozorovatelé o vlivu galaktické extinkce ví a úmyslně pozorují ve velkých galaktických šířkách, a také to, že blízko roviny galaxie je málo pozorovatelných galaxií.



Obrázek 2.2: Distribuce všech známých supernov po obloze v galaktických souřadnicích.

KAPITOLA 3.

SVĚTELNÉ KŘIVKY SUPERNOV

3.1. Úvod

Supernovy jsou balóny tvořené světlem. Toto tvrzení není vůbec nadnesené. Jak bude z dalšího patrno, v rozpínající se obálce supernovy výrazně dominuje tlak záření nad tlakem plynu a tak pokud používáme slova “plyn” pro systém, ve kterém je tlak záření zanedbatelný oproti tlaku plynu a slovo “záření” pro systém, u kterého je tomu naopak, můžeme považovat supernovy za světelné koule.

Představme si zářící kouli, která se rozpíná. Její svítivost je v čase t dána při konstantní svítivosti jednotkové plochy $\mathcal{L}_0$ vzorcem

$$L(t) = 4\pi R(t)^2 \mathcal{L}_0 \tag{3.1}$$

a roste tedy kvadraticky s časem. Příkladem takového rozpínání by mohla být planetární mlhovina nebo právě obálka supernovy (SN). Její poloměr $R(t)$ je při rozpínání konstantní rychlostí v_0 z počátečního poloměru R_0 lineárně závislý na čase:

$$R(t) = R_0 + v_0 t \tag{3.2}$$

Předpoklad konstantnosti v_0 můžeme považovat za opodstatněný, přestože bychom měli počítat pohyb kontinua tvořícího obálku SN (částic nebo plazmy) v centrálním poli (gravitačním poli hvězdy). Počáteční rychlosti expanze jsou ale výrazně větší než únikové rychlosti z daného pole, a tak lze případné zpomalení ignorovat. V případě rovnoměrného rozpínání rychlostí v_0 je tedy celková svítivost, v závislosti na čase, dána vztahem

$$L = 4\pi(R_0 + v_0 t)^2 \mathcal{L}_0 \tag{3.3}$$

který napsaný v magnitudové škále, ve které je vztah mezi relativní svítivostí L/L_0 v čase t a t_0 a relativní magnitudou definován jako

$$m - m_0 \equiv -2.5\log_{10}(L/L_0) \tag{3.4}$$

má tvar

$$m(t) = m_0 - 5\log_{10}\left(1 + \frac{v_0}{R_0}t\right) \tag{3.5}$$

a ze kterého je jasně vidět, že celková svítivost roste s časem kvadraticky a magnituda lineárně. Toto zjasňování nemá žádné omezení a roste tedy do nekonečna. Tento závěr je v prudkém rozporu s běžnou realitou, neboť všechny explozivní úkazy ve vesmíru mají jen omezené trvání.

V našich úvahách proto bude pravděpodobně chyba. Problém je v tom, že takovýto způsob rozpínání je v rozporu se zákonem zachování energie. Říká totiž, že vyzářená energie je větší a větší při větších poloměrech, ale odkud se ta energie bere? Plyn v obálce SN svítí díky tomu, že se v počátku exploze zahřál na vysokou teplotu a nashromážděná energie se pak v průběhu expanze vyzařuje. U normálních hvězd sice platí, že čím větší poloměr, tím větší svítivost (při stejné teplotě), ale to je proto, že hvězda má vlastní, dosti vydatné zdroje energie — stlačení nebo jaderné reakce. Takovéto jednoduché úvahy nás vedou k závěru, že svítivost jednotkové plochy povrchu obálky musí záviset na čase.

Uvážíme proto několik typů procesů, které by mohly mít vliv na svítivost. Přímá analogie mezi povrchem hvězdy a rozpínající se obálkou nás vede k představě, že svítivost obálky je úměrná, podobně jako u hvězd teplotě $\propto T^4$. Růst nebo pokles svítivosti je tedy dán růstem nebo poklesem teploty. Logické pokračování řetězce je pak v úvaze, že se budeme muset začít zajímat o mechanizmy, které mají vliv na teplotu povrchu rozpínající se obálky.

Hrubá aproximace vede k představě, že světelná obálka supernovy je koule s nepropustými rozpínajícími se stěnami. Ze zákonů chování ideálního plynu plyne, že teplota takové koule se s zvětšujícím se objemem zmenšuje a tedy může vysvětlit pozorovaný pokles svítivosti. Ukáže se, že obálku SN lze nahradit právě takovouto koulí vyplněnou ideálním fotonovým plynem.

Takovéto první přiblížení se ale ukáže ještě příliš hrubým pro vysvětlení světelné křivky SN v plné obecnosti. Především bude patrné, že pokles svítivosti způsobený rozpínáním je příliš prudký a SN musí mít ještě nějaký dodatečný zdroj energie. Tímto zdrojem je energie uvolněná při radioaktivním rozpadu prvků obsažených v obálce.

Posledním procesem, který má vliv na svítivost SN a podobných objektů, je započítání okrajových podmínek na vnějším povrchu koule. Vzorec $L \propto T^4$, představující standardní způsob výpočtu svítivosti ze známé teploty, je jisté přiblížení svítivosti platící v případě hvězd, ale u SN je platný jen za určitých specifických podmínek.

Celkově lze tedy říci, že průběh světelných křivek SN, nebo obecně rozpínajících se plynných koulí, pochází jednak od zvětšujícího se povrchu, jednak od klesající teploty povrchu a případně dalších procesů. Nelze tedy jednoduše uvažovat pouze o geometrických efektech, také je potřeba vzít v úvahu řadu fyzikálních efektů, které jsou bohužel silně vázány na materiálové charakteristiky plynu v obálce.

Cílem této kapitoly je aplikace analytických modelů SN na konkrétní případ supernovy 1998bw. Její pozorované světelné křivky budou na konci kapitoly porovnány s vyloženým modelem. Ukáže se, že obálky SN jsou jedním z mála pěkných příkladů jednoduchých modelových situací v celé astrofyzice.

Dnešní názor na supernovy vznikal v průběhu 70-tých let na základě aplikace numerických modelů hvězd na konečná stádia hvězdného vývoje. Zásadní přelom v našich znalostech však nastal v roce 1980, kdy D. Arnett publikoval analytický model křivek SN druhého typu (Arnett (1980)) a v roce 1982 pak model pro SN prvního typu (Arnett (1982)). Tyto modely byly natolik úspěšné, že pouze s drobnou korekcí (uvážením rekombinačních vln) jednotně vysvětlily a popsaly dvě nejjasnější SN posledních let: SN 1987A a SN 1993J (Arnett (1996)). Tato kapitola byla silně inspirována uvedenými pracemi.

Studiu supernov byla v tomto století věnována značná pozornost. Systematický výzkum se začal ve třicátých letech klasifikací spekter a shromažďováním jejich systematických pozorování. Vyvrcholil pak pravděpodobně výbuchem SN 1987A, nejjasnější supernovy za posledních 400 let, na které se podařilo ověřit zásadní správnost našich modelů. Přehled některých základních znalostí o supernovách obsahují statě Harkness a Wheeler (1990), Kirchner (1990) a Wheeler (1989) nebo Liebundgut (1993).

3.2. Výbuch

Podle současných modelů si představujeme supernovu jako konečné stádium hvězdného vývoje rudého veleobra o hmotě větší než několik Slunců. V okamžiku, kdy v jádře takové hvězdy vyhasnou jaderné reakce přestává být hvězda stabilní a pravděpodobně mohou nastat dva případy: jádro se zhroutí do neutronové hvězdy (u hvězd s velkou hmotou pak do černé díry) nebo nastane explozivní nukleosyntéza těžkých prvků. O těchto procesech vnější svět nic neví (obálka SN je opticky neprůhledná) a v optickém oboru spektra zůstává SN klidná ještě po několik dalších hodin. V okamžiku kolapsu, ať už je jakéhokoliv typu, dojde k vytvoření rázové vlny putující od jádra směrem k povrchu, která přitom zahřívá a urychluje materiál. Základním procesem důležitým pro zahřátí plynu obálky je právě rázová vlna. V tomto okamžiku již vzdálený pozorovatel vidí prudký vzrůst jasnosti SN, kde září právě povrch kulové rázové vlny. Nejdříve v této fázi může dojít k objevu dané SN a zde se také začínají aplikovat výpočty světelných křivek. Vliv rázové vlny na celkovou svítivost nicméně netrvá dlouho (jen několik desítek minut) a po jejich uplynutí se už lze na SN dívat jako na světelnou kouli rovnoměrně expandující do vakua.

3.3. Difuze záření

První věcí, na kterou se zaměříme, abychom zjistili, jak vyzařují SN nebo jak se dostává energie uvolněná při jaderných reakcích v jádru hvězdy k povrchu, je představa toho, jak se záření, reprezentované fotony, přenáší prostředím. V našem případě jde o plyn zahřátý na vysokou teplotu, ale v obecném případě je toto prostředí charakterizované pouze účinným průřezem absorbujících částic a jejich počtem v objemové jednotce.

V tomto odstavci je uvedeno jednoduché odvození difuzní rovnice popisující přenos fotonů v prostředí z místa s větší do místa s menší koncentrací. Jde o standardní popis obecného fyzikálního jevu, ale zavedeme přitom potřebné veličiny a označení, které budeme nadále často používat.

Ve vakuu, kde nejsou žádné částice, je pravděpodobnost, že foton je absorbován, nulová, ale s přibývající hustotou nebo účinným průřezem částic roste pravděpodobnost absorpce fotonu. Krátce po absorbci je sice foton opět s největší pravděpodobností vyzářen, ale do zcela libovolného směru, takže celkový tok fotonů v původním směru může být výrazně menší. Vyzářený foton ale může být znovu absorbován a vyzářen opět do libovolného směru a děj se opakuje.

Střední volná dráha λ mezi dvěma absorpcemi (vypočtená jako aritmetický průměr z mnoha absorbcí a emisí) udává pravděpodobnost absorpce fotonu při uražení dráhy $\mathrm{d}l$

$$\mathrm{d}l/\lambda \tag{3.6}$$

z pohledu vzdáleného pozorovatele. Na druhé straně, pozorovatel spojený s fotonem vidí před sebou jednotkovou plochu pokrytou absorbujícími částicemi, každou s plochou σ a počtem n úměrným hustotě ρ. Pravděpodobost srážky je

$$\sigma n\,\mathrm{d}l \tag{3.7}$$

pokud jsou částice rozloženy v prostoru homogenně. Porovnáním těchto dvou vztahů dostaneme závislost střední volné dráhy na účinném průřezu a hustotě, tj na charakteristikách materiálu

$$\lambda = \frac{1}{\sigma n} \tag{3.8}$$

Střední volná dráha tedy silně klesá, když mají částice větší koncentraci nebo účinný průřez.

V praktických úlohách se místo součinu σn používá součin $\kappa\rho$, protože hustotu ρ lze obyčejně přímo měřit. V tomto případě se pak účinný průřez vztahuje na “účinný průřez jednotkového množství hmoty”, nazývaný opacita κ. V dalších úvahách proto budeme používat výraz pro střední volnou dráhu ve tvaru:

$$\lambda = \frac{1}{\sigma n} \equiv \frac{1}{\kappa\rho} \tag{3.9}$$

Účinný průřez σ se měří v cm^2, koncentrace n v cm^{-3}, opacita κ v cm^2/g a hustota ρ v g/cm^3.

Takovýto přenos fotonů přes prostředí nepreferuje žádný směr. Jde o difuzní přenos. V případě velkých λ bude většina fotonů zachovávat původní směr šíření, ale se zmenšujícím se λ už bude počet vyzářených fotonů do všech směrů zhruba stejný. To odpovídá tomu, že se záření dostává do termodynamické rovnováhy s prostředím a záření, původně libovolného spektrálního tvaru, začíná stále více odpovídat záření absolutně černého tělesa. Tato situace je ve hvězdných nitrech a obálkách SN. V centru hvězdy probíhají termojaderné reakce, při kterých vznikají γ fotony, ty popsaným způsobem difundují k povrchu hvězdy. Zajímá nás celkový počet fotonů, které se vyzáří z hvězdného povrchu (tj. pozorovatelná veličina, která je úměrná počtu fotonů).

Za tím účelem si představujeme ve hvězdě myšlenou kulovou plochu o poloměru r nacházející se kdekoli, vyjma blízkosti povrchu a jádra. Počet fotonů, které touto plochou projdou směrem ven z hvězdy za čas Δt je n_+. Počet fotonů za stejný čas, ale s opačným směrem je n_-. Celkový tok fotonů $\mathbf{F}$ za čas Δt je dán rozdílem mezi počtem fotonů procházejících myšlenou plochou směrem ven a dovnitř

$$\mathbf{F} = \frac{n_+ c\Delta t - n_- c\Delta t}{\Delta t}\frac{\mathbf{r}}{r} = (n_+ - n_-)c\frac{\mathbf{r}}{r} \tag{3.10}$$

kde $\mathbf{r}/r$ je normála k ploše, c je rychlost světla. V důsledku toho, že ve středu hvězdy je zdroj fotonů, ale na povrchu fotony unikají do prostoru, ustaví se ve hvězdě gradient počtu fotonů. Počet fotonů $n_+(r)$ směřujících ven je úměrný hustotě fotonů v místě, kde byly poslední srážkou nasměrovány k ploše, tedy $n_+(r) \equiv 1/3n(r-\lambda/2)$ a podobně $n_-(r) \equiv 1/3n(r+\lambda/2)$. Koeficient $1/3$ pochází z toho, že se zajímáme pouze o fotony v jednom směru a zbývající dva ignorujeme. V případě, že je střední volná dráha zanedbatelná oproti poloměru myšlené sféry, $\lambda \ll r$, můžeme užít následujícího přiblížení

$$n_+ - n_- = \frac{1}{3}\left[n\left(r-\frac{\lambda}{2}\right) - n\left(r+\frac{\lambda}{2}\right)\right] = -\frac{\lambda}{3}\frac{\partial n}{\partial r} \tag{3.11}$$

a výraz pro tok pak dostáváme ve tvaru

$$\mathbf{F} = -\frac{\lambda c}{3}\nabla n \tag{3.12}$$

3.4. Svítivost povrchu supernovy

Svítivost viditelného povrchu hvězdy je definována jako energie vyzářená z jejího povrchu za časovou jednotku:

$$L \equiv \frac{\partial E}{\partial t} \tag{3.13}$$

“Rovnice kontinuity” pro energii, obvykle označovaná jako zákon zachování energie, dává pro tok energie procházející přes jednotkovou plochu na povrchu hvězdy, vztah

$$\frac{\partial e}{\partial t} = \nabla \cdot \mathbf{F} \tag{3.14}$$

říkající, že tok energie přes povrch hvězdy způsobuje úbytek energie ve hvězdě. Aplikací Gaussovy věty

$$\int_S \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} \, \mathrm{d}S = \int_V \nabla \cdot \mathbf{F} \, \mathrm{d}V \tag{3.15}$$

a užitím označení

$$E \equiv \int_V e \, \mathrm{d}V \tag{3.16}$$

ve vztahu (3.14) dostáváme

$$L = \frac{\partial E}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \int_V e \, \mathrm{d}V = \int_S \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} \, \mathrm{d}S \tag{3.17}$$

obecný výraz na výpočty svítivostí při znalosti $\mathbf{F}$ v libovolném bodě na povrchu. Dosazení (3.12) vede k

$$L = -\frac{\lambda c}{3} \int_S [\mathbf{n} \cdot \nabla n]_S \, \mathrm{d}S \tag{3.18}$$

přičemž gradient hustoty ∇n počítáme na povrchu hvězdy. Pokud předpokládáme hustotu záření absolutně černého těleso $n = aT^4$, kde $a = 4\sigma_k/c$ a σ_k je Stefanova – Boltzmanova konstanta, obdržíme:

$$L = -\frac{\lambda c}{3} a \int_S \left[\mathbf{n} \cdot \nabla T^4\right]_S \, \mathrm{d}S \tag{3.19}$$

Energie vyzařuje z povrchu hvězdy ve směru normály k povrchu a proto $\nabla \cdot \mathbf{F}$ má nenulovou pouze radiální složku. Ve sféricky symetrickém případě, jakým aproximujeme povrch hvězdy (supernovy), můžeme spočítat plošný integrál a pak dostáváme

$$L = -4\pi R^2 \frac{\lambda c}{3} a \left. \frac{\partial T^4}{\partial r} \right|_{r=R} \tag{3.20}$$

což je známá astrofyzikální rovnice difúzního přenosu záření.

Tento vztah dává návod na výpočet svítivosti supernovy. Jak je vidět, svítivost je úměrná povrchu, třetí mocnině teploty, střední volné dráze a gradientu teploty na povrchu hvězdy. Aby byla svítivost hvězdy kladné číslo, musíme nutně předpokládat, že gradient teploty bude záporný, tj. teplota ubývá směrem ven z hvězdy. Vzorec (3.20) nelze aplikovat na výpočty svítivostí hvězd, protože v jejich povrchových vrstvách předpoklad difuzního přiblížení neplatí.

3.5. Evoluční rovnice supernovy

Předpokládejme, že plyn v obálce lze velmi dobře aproximovat ideálním plynem. Při teplotách řádově desítek tisíc stupňů a hustotách menších než je hustota vzduchu je to velmi dobrá aproximace. V takovémto případě můžeme zanedbat také viskozitu plynu. Pohybové rovnice popisující element kontinua v rozpínající se obálce jsou Eulerovy rovnice:

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \cdot \mathbf{v} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \mathbf{f} \tag{3.21}$$

Dále pak použijeme rovnici kontinuity:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \mathbf{v}) = 0 \tag{3.22}$$

Kromě těchto rovnic, které určují chování (rychlost, hustotu, tlak) rozpínajícího se plynu je velmi důležité znát i termodynamický stav plynu. Lze očekávat, jak již bylo řečeno, že změny teploty jsou způsobeny rozpínáním plynu nebo jeho zahříváním. Velká část vnitřní energie plynu se přeměňuje na záření, které je vyzářeno do okolního prostoru a proto se entropie plynu mění. Nejde tedy o izoentropický děj. Rovnice popisující změnu entropie plynné obálky je (Landau, Lifšic (1988), §49)

$$\rho T \left\{ \frac{\partial s}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla s \right\} = \nabla \left(\frac{4ac}{3\kappa\rho} \nabla T \right) + \varepsilon \tag{3.23}$$

kde s označuje entropii jednotkové hmoty, první člen na pravé straně je vyzářená energie, blíže popsaná v kapitole 3.3. o difuzním přenosu záření ve hvězdě) a člen ε je dodatečný zdroj tepla (v případě SN teplo uvolněné při radioaktivním rozpadu). Tento vzorec je vlastně časově proměnnou verzí prvního termodynamického zákona. První člen na levé straně je úbytek vnitřní energie ($T\dot{s} = dE/dt$), druhý pak změna s se změnou objemu ($T\,\mathbf{v}\nabla s = pdV/dt$) koule. První člen na pravě straně je vyzářená energie prostřednictvím úbytku fotonů ($\mu dN/dt$) úměrná počtu fotonů které prodifundovaly přes povrch). Rovnice (3.21), (3.22) a (3.23) jsou základní rovnice popisu SN.

Tyto rovnice lze za jistých předpokladů dále upravovat. Především budeme předpokládat, že expanze je sféricky symetrická. Přepis (3.21) až (3.23) do sférických souřadnic dá s označením

$$\mathbf{v} = (v_r, v_\theta, v_\varphi) = (v, 0, 0)$$

vztahy

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v\frac{\partial v}{\partial r} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial r} + f_r \tag{3.24a}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial r} + \frac{2v\rho}{r} = 0 \tag{3.24b}$$

$$\rho T\left\{\frac{\partial s}{\partial t}+v\frac{\partial s}{\partial r}\right\}=\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{4ac}{3\kappa\rho}r^2\frac{\partial T}{\partial r}\right)+\varepsilon \tag{3.24c}$$

Rovnice jsou i po úpravách velmi obecné. Stále nejsou specifikovány materiálové vztahy mezi p a ρ, T, bez kterých jsou rovnice neřešitelné, není specifikována objemová síla, neznáme okrajové a počáteční podmínky.

3.6. Rovnice po zahřátí

Řešení rovnic (3.24a) až (3.24c) budeme hledat pouze pro okamžiky po urychlení a zahřátí plynu na dostatečnou teplotu, vyhneme se tak obtížnému řešení pohybu rázových vln, které urychlují a zahřívají plyn právě do tohoto okamžiku. Předpokládejme, že od jisté doby už lze vliv rázových vln na pohyb elementů kontinua zanedbat. Obálka se pak izotropně rozpíná jako koule o poloměru $R(t)$ rychlostí v_0

$$R(t)=R_0+v_0t, \tag{3.25}$$

z počátečního poloměru R_0, který měla v době $t=0$ odpovídající doznění rázové vlny. S uvážením síly působící na element kontinua přepisujeme rovnice na tvar

$$\frac{\partial v}{\partial t}+v\frac{\partial v}{\partial r}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial r}+G\frac{M(r)}{r^2}\rho(r) \tag{3.26a}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t}+\frac{\partial(\rho v)}{\partial r}+\frac{2v\rho}{r}=0 \tag{3.26b}$$

Vynulováním pravé strany první rovnice (3.26a) dostaneme výraz pro rovnováhu tělesa v gravitačním poli. Levá strana je pak zrychlení elementu kontinua. Obyčejně se studuje případ statické rovnováhy (v astrofyzice velmi dobře prozkoumaný - viz. Chandrasekhar (1939)), tj. případ bez zrychlení s $v=0$. Rovnici (3.26a) s nulovou pravou stranou vyhovuje také další řešení

$$v=v_0\frac{r}{R(t)} \tag{3.27}$$

Toto řešení se označuje jako "homologousní expanze", každý bod se s časem rovnoměrně vzdaluje od všech ostatních, podobným způsobem jaký odpovídá kosmologické expanzi.

Pro další výpočty bude výhodné zavést bezrozměrnou souřadnici

$$x\equiv\frac{r}{R(t)} \tag{3.28}$$

která umožní zjednodužšit výpočty. Zatímco souřadnice r má rozsah $0\ldots R(t)$ a interval se tedy mění lineárně s časem, souřadnice x má rozsah $0\ldots 1$ a interval je časově neproměnný.

Znalost funkční závislosti $v = v_0 x$ pro rychlost umožňuje řešit rovnici kontinuity.[1] Užití substituce vede k rovnici:

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \frac{3\rho v_0}{R_0 + v_0 t} = 0 \tag{3.29}$$

jejíž řešení je dáno integrálem

$$\int_0^t \frac{\mathrm{d}\rho}{\rho} = 3\int_0^t \frac{v_0}{R_0 + v_0 t}\,\mathrm{d}t$$

ve tvaru

$$\rho(t,x) = \rho(x)\frac{R_0^3}{(R_0 + v_0 t)^3} = \rho(x)\frac{R_0^3}{R(t)^3} \tag{3.30}$$

kde $\rho(x)$ udává počáteční rozložení hustoty (v naší aproximaci je můžeme považovat za rovné konstantě — průměrné hustotě). Je vidět, že počáteční radiální profil rozložení hustoty se s časem nemění.

Na rovnici kontinuity můžeme pohlížet také v integrálním tvaru, pokud předpokládáme, že z expandující obálky neuniká žádná hmota, a její celková hmota M je na čase nezávislá pak se objem mění úměrně

$$V \propto R(t)^3,$$

a ze zákona zachování hmoty plyne platnost následujícího vztahu:

$$M = \mathrm{const.} = \rho V$$

a proto ρ musí být

$$\rho \propto \frac{1}{R(t)^3}$$

tak, aby celková hmota zůstala zachovaná. Výše uvedené řešení rovnice kontinuity je tedy nezávisle potvrzeno jednoduchou úvahou.

Ještě než přejdeme k vlastnímu řešení, upravíme rovnici (3.24c) do jiného, ale ekvivalentního tvaru, který nám umožnuje tvar rychlosti $v = v_0 r/R(t) = v_0 x$. Výraz pro derivaci $s = s(t,r)$ se redukuje při přechodu k $s = s(t,x)$ na

$$\frac{\partial s(t,r)}{\partial t} + v\frac{\partial s(t,r)}{\partial r} = \frac{\partial s(t,x)}{\partial t} \tag{3.31}$$

[1] Jen těžko se lze zbavit nápadné podobnosti mezi tímto vztahem $v = v_0 x$ a Hubblovým $v = H_0 d$. Vlastnosti obou řešení lze vzájemně zaměňovat, dokonce jak bude vidět dál, platí stejné vztahy i mezi závislostí teploty obálky na čase a teploty mikrovlného záření v rozpínajícím se vesmíru. Přesto všechno ale jde jen o jeden z důsledků principu: Stejné rovnice mají stejné řešení. Podrobnější rozbor ukáže řadu rozdílů.

S využitím (3.31) přepíšeme (3.24c) na

$$\rho T\frac{\partial s}{\partial t} = \frac{1}{x^2R(t)^2}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{4ac}{3\kappa\rho}x^2\frac{\partial T}{\partial x}\right)+\varepsilon \tag{3.32}$$

Další krok je volba modelu materiálu. Zde je nutné buďto předpokládat určitý model plynu ze kterého dostáváme vztah mezi s a T nebo si musíme opatřit nějakou informaci o SN z pozorování. Rozhodující pro nás je skutečnost, jestli v materiálu tvořícím obálku SN dominuje tlak záření nad tlakem plynu nebo naopak. Tlak plynu je

$$p_g \sim \rho k T$$

a tlak záření:

$$p_r \sim aT^4$$

V maximu má SN teplotu asi 10^5K, proto odhad tlaku záření v obálce je $p_r \sim 10^4$. K odhadu tlaku plynu musíme nejdříve odhadnout průměrnou hustotu. Ta je přibližně

$$\rho \sim \frac{M}{V} \sim \frac{M}{R^3} \sim \frac{10M_\odot}{100^3R_\odot} \sim 10^{-5}\rho_\odot$$

Jako rozumný odhad poloměru se bere asi $100R_\odot$ s ohledem na svítivost SN. Pak tedy máme

$$p_g \sim 10$$

a dostáváme relaci $p_g \sim 10 \ll p_r \sim 10^4$. Tato nerovnost umožňuje zvolit za stavovou rovnici rovnici fotonového plynu. Rozpínající se obálka SN je udržována tlakem záření, což je dobře pochopitelné, protože hustota je malá a střední volná dráha fotonů veliká.

Entropie záření černého tělesa v dutině o specifickém objemu u je

$$S = \frac{4}{3}aT^3u \tag{3.33}$$

Použitím tohoto vztahu lze (3.24c) přepsat do tvaru

$$\rho T\cdot 4aT^3u\left(\frac{\dot{T}}{T}+\frac{\dot{u}}{3u}\right) = \frac{1}{x^2R(t)^2}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\lambda c}{3}x^2\frac{\partial aT^4}{\partial x}\right)+\varepsilon \tag{3.34}$$

a dále upravit po doplnění výrazu pro objem $u \sim V = 4/3\pi R^3, \dot{u} \sim \dot{V} = 4\pi R^2\dot{R}$ a s využitím vztahu $\rho u = 1$ a vztahu pro střední volnou dráhu na rovnici

$$4T^4\left(\frac{\dot{T}}{T}+\frac{\dot{R}}{R}\right) = \frac{1}{x^2R(t)^2}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{c}{3\kappa\rho}x^2\frac{\partial T^4}{\partial x}\right)+\varepsilon \tag{3.35}$$

která umožňuje vypočíst závislost $T(t,x)$ a tedy i $L(t)$. Tato rovnice bude naší ústřední rovnicí. Lze ji interpretovat jako první termodynamický zákon.

3.7. Řešení bez vyzařování

Jak již bylo řečeno, pravá strana rovnice (3.35) popisuje výměnu energie s okolím (vyzařování) a energii přicházející do systému (zahřívání). Nejjednodušší popis takového systému tedy bude vycházet z toho, že zanedbáme energii, kterou rozpínající se plyn ztrácí v důsledku svícení a také zanedbáme teplo vznikající při radioaktivním rozpadu. Jinak řečeno, omezíme se pouze na adiabatické řešení. V tomto případě dostáváme rovnici

$$\frac{\dot{T}}{T} + \frac{\dot{R}}{R} = 0 \tag{3.36}$$

jejíž řešení je

$$T = T_0 \frac{R_0}{R(t)} \tag{3.37}$$

kde T_0 je počáteční teplota, kterou měl plyn v okamžiku maxima při $t = 0$. Časová závislost teploty tedy je:

$$T = T_0 \frac{R_0}{R_0 + v_0 t} \tag{3.38}$$

Svítivost bychom určili po dosazení teploty do vztahu (3.20). Ihned však vidíme, že pokud T nezávisí na x (což je tu splněno) tak derivace teploty na povrchu $\partial T/\partial r = 0$ a koule tedy vůbec nesvítí. Tento výsledek velmi pěkně ilustruje použití odvozeného aparátu v praxi a potvrzuje náš původní předpoklad, že koule nevyzařuje.

3.8. Řešení s vyzařováním

Zanedbání vyzařování z povrchu SN obálky je zjevně drastické zjednodušení. Proto budeme muset kompletně vyřešit poměrně složitou rovnici (3.35), zatím ale, bez zdroje dodatečného tepla (druhého členu na pravé straně).

Tyto rovnice budeme řešit obvyklým způsobem separace proměnných. Z těchto důvodů zavedeme substituci ve tvaru

$$T^4 R^4 = T_0^4 R_0^4 \Psi(x) \Phi(t) \tag{3.39}$$

ve víře, že se nám později podaří separovat rovnici na časově a prostorově nezávislé části. Dále použijeme již dříve zavedenou proměnnou x:

$$x \equiv \frac{r}{R(t)} \tag{3.40}$$

Po algebraických úpravách dostáváme postupně pro jednotlivé členy vztahy

$$\frac{\dot{T}}{T} = \frac{\dot{\Phi}}{\Phi} - \frac{\dot{R}}{R}$$

a celou levou stranu ve tvaru

$$4T^4\left(\frac{\dot{T}}{T}+\frac{\dot{R}}{R}\right)=4T^4\frac{\dot{\Phi}}{\Phi}$$

a pravou stranu jako

$$\frac{c}{3x^2R^2}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{x^2}{\kappa_0(x,t)\rho(x,t)}\frac{\partial T^4}{\partial x}\right)$$

kde opacita $\kappa(x,t)$ může být závislá jak na souřadnici, tak na čase (prostřednictvím teploty a hustoty), stejně tak hustota. Proto budeme muset zvolit $\kappa(x,t),\rho(x,t)$ nějakého konkrétního tvaru.

Opacita Jak již bylo řečeno, obálky SN mají teplotu několik desítek tisíc stupňů a mimořádně malé hustoty. V takovém případě dominuje rozptyl fotonů na volných elektronech — Comptonův rozptyl, účinný průřez je pak konstantní vzhledem k teplotě a je roven Thomsonovu účinnému průřezu. Právě tento případ je velmi typický pro SN v počátečním stádiu. Jak teplota klesá, uplatňují se i ostatní zdroje opacity. Pro opacitu bereme výraz

$$\kappa(x,t)=\kappa_0 \tag{3.41}$$

pro $T>T_i$, kde T_i je ionizační teplota. Opacita pod touto hranici je nulová (a průhlednost nebo střední volná dráha nekonečná). Thomsonův účinný průřez je $\sigma=(8\pi/3)(e^2/mc^2)^2=0.665\times10^{-24}\mathrm{cm}^2$ což dává pro úplně ionizovaný vodíkový plyn $\kappa_0=\sigma N_A=0.4\,\mathrm{cm}^2/\mathrm{g}$ (kde N_A označuje Avogadrovo číslo). Takovéto přiblížení je ovšem silně nepřesné na okrajích obálky, kde supernova přechází v supermlhovinu.

Hustota Hustota je dána výrazem (3.30). Funkce $\rho_0(x)=\rho_0$ může také slabě záviset na souřadnici, pro jednoduchost tuto závislost ignorujeme a hustotu bereme ve tvaru

$$\rho(r)=\rho_0\frac{R_0^3}{R(t)^3} \tag{3.42}$$

Separované rovnice Po dosazení (3.41) a (3.42) do (3.30) můžeme napsat konečný tvar jako

$$\frac{3}{R(t)}\frac{\dot{\Phi}}{\Phi}=\frac{c}{\kappa_0\rho_0R_0^3}\frac{1}{x^2\Psi}\frac{\partial}{\partial x}\left(x^2\frac{\partial\Psi}{\partial x}\right) \tag{3.43}$$

kterou budeme v dalším řešit. Nyní hledáme dvě neznámé funkce $\Phi(t)$, $\Psi(x)$ prostřednictvím řešení dvou rovnic

$$\frac{3R_0^3}{\lambda_0 c}\frac{1}{R(t)}\frac{\dot{\Phi}}{\Phi}=-\alpha^2 \tag{3.44}$$

a

$$\frac{1}{x^2\Psi}\frac{\partial}{\partial x}\left(x^2\frac{\partial\Psi}{\partial x}\right) = -\alpha^2 \tag{3.45}$$

kde α je vlastní číslo rovnice. Zde jsme zpětně zavedli střední volnou dráhu $\lambda_0 = 1/\rho_0\kappa_0$. Charakter řešení si vyžaduje, aby α bylo reálné číslo a tedy $\alpha^2 > 0$.

Prostorová část Nejprve se budeme zabývat prostorovou závislostí teploty prostřednictvím řešení rovnice (3.45). K jejímu řešení budeme potřebovat zjistit okrajové podmínky, tj. teplotu nebo její derivaci ve středu a na okrajích. Zbytek po kolapsu mateřské hvězdy ve středu supernovy ignorujeme, protože má na vývoj teploty v obálce vzhledem ke své velikosti zanedbatelný význam.

Nejprve přepíšeme rovnici (3.45) do matematicky ekvivalentního tvaru:

$$\frac{1}{x\Psi}\frac{\partial^2}{\partial x^2}(x\Psi) = -\alpha^2$$

jejíž obecné řešení (pomocí substituce $u = x\Psi$) je tvaru:

$$\Psi(x) = A\frac{\sin\alpha x}{\alpha x} + B\frac{\cos\alpha x}{\alpha x}$$

Ve středu supernovy může být dosti vysoká, nicméně libovolná teplota a proto pro $x = 0$ musí být Ψ konečné. Toho dosáhneme volbou $B = 0$.

Konstantu A můžeme zvolit jednotkovou protože je již obsažena v T_0. Řešení je tedy dáno funkcí:

$$\Psi(x) = \frac{\sin\alpha x}{\alpha x} \tag{3.46}$$

závislou na parametru α. Ten, z čistě fyzikálního hlediska, udává velikost tepelného toku přes povrch koule. Aby byla teplota kladná musí být splněna podmínka $0 < \alpha < \pi$. Například pro $\alpha = \pi$ jde o izolovanou soustavu. Na obrázku 3.1 jsou pro různé hodnoty α zobrazeny průběhy teploty v atmosféře SN.

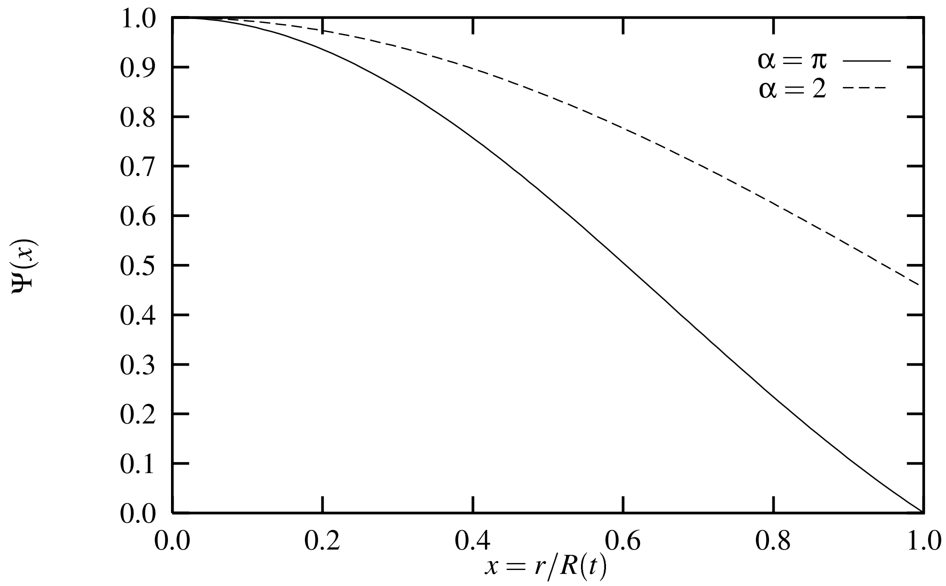
V reálných případech bude mít vždy na hranici obálky teplota skok. Umožňuje nám to pozorovat supernovy a tento skok je způsoben skokem v opacitě materiálu. Na hranici obálky je již teplota příliš nízká, než aby vyhovovala našemu předpokladu o opacitě a dochází zde, v zanedbatelné tloušťce obálky, k rekombinaci. To umožňuje alespoň principialně zjistit hodnoty α.

Časová část Nejprve upravíme rovnici (3.44) do tvaru

$$\frac{\dot{\Phi}}{\Phi} = -\alpha^2\frac{R(t)}{R_0\tau_0}$$

kde jsme použili označení

$$\tau_0 \equiv \frac{3R_0^2}{\lambda_0 c} = \frac{3R_0^2}{c}\rho_0\kappa_0 \tag{3.47}$$



Obrázek 3.1: Prostorový profil teploty. Na obrazku jsou vyneseny závislosti $\sin(\alpha x)/\alpha x$ pro různé hodnoty α. Případ s $\alpha = \pi$ odpovídá nevyzařující atmosféře, případy s $0 < \alpha < \pi$ odpovídají reálným atmosférám.

pro konstantu udávající charakteristický čas pro radiační difuzi fotonů. Řešením rovnice pro časovou část je funkce (vynechání integrační konstanty jsme provedli analogickou úvahou, jako u prostorové závislosti)

$$\Phi(t) = \exp\left\{-\frac{\alpha^2}{R_0\tau_0}\int_0^t R(\tau)\,\mathrm{d}\tau\right\} \tag{3.48}$$

a po dosazení za $R(t)$ dostáváme pro časový vývoj teploty následující závislost

$$\Phi(t) = \mathrm{e}^{-\alpha^2(t/\tau_0 + t^2/2\tau_0\tau_h)} \tag{3.49}$$

ve které jsme zavedli nové označení:

$$\tau_h \equiv R_0/v_0 \tag{3.50}$$

3.9. Radioaktivní ohřev

Dalším krokem je započtení vlivu posledního členu v rovnici (3.35), který má význam zdroje dodatečného tepla v expandující obálce. V případě SN jde o teplo vzniklé radioaktivním rozpadem prvků. V tomto případě uvažujeme dodatečný zdroj tepla ve tvaru

$$\varepsilon_1\rho_1(r,t)\,\mathrm{e}^{-t/\tau_1}$$

ε_1 označuje energii uvolněnou jednotkou hmoty a exponenciální pokles odpovídá časové závislosti radioaktivního rozpadu s poločasem rozpadu τ_1 a $\rho_1(r,t)$ je hustota popisující časové a prostorové rozložení zdrojů tepla (radioaktivních atomů). Protože ale současné modely hvězd lze jen těžko ověřit i u Slunce a přesné rozložení hustot není pro další výpočty důležité, budeme předpokládat ve smyslu rovnice kontinuity, že změny v prostorovém rozložení jednotlivých prvků lze zanedbat a dále, že se prostorové profily jednotlivých radioaktivních prvků nemění s časem.

Skutečné rozložení zdrojů tepla v obálce supernovy není známo. Protože je ale funkci $\rho(r,t)$ nutno znát jako parametr řešení, použijeme následující přiblížení

$$\rho_1(r,t) = \rho_1(x)\frac{R_0^3}{R(t)^3} \tag{3.51}$$

a stejného přiblížení i pro další radioaktivní prvky.

Zavedení tohoto dodatečného členu, použití proměnné x a substituce (3.39) vede ke vzorci:

$$4a\frac{T_0^4R_0^4}{R^4}\Psi\dot{\Phi} = \frac{T_0^4R_0^4}{R^4}\frac{4ac}{\kappa_0\rho_0R_0^3}\frac{\Phi R}{x^2}\frac{\partial}{\partial x}\left(x^2\frac{\partial\Psi}{\partial x}\right) + \varepsilon_1\rho_1(x)\frac{R_0^3}{R^3}\mathrm{e}^{-t/\tau_1} \tag{3.52}$$

Označení (3.47) a algebraické úpravy vedou k rovnici:

$$\dot{\Phi} = \frac{R}{\tau_0R_0}\frac{\Phi}{x^2\Psi}\left(x^2\frac{\partial\Psi}{\partial x}\right) + \frac{\varepsilon_1}{4aT_0^4}\left[\frac{\rho_1(x)}{\Psi(x)}\right]\frac{R}{R_0}\mathrm{e}^{-t/\tau_1} \tag{3.53}$$

Tato rovnice je nehomogenní parciální diferenciální rovnice. Její přesné řešení nelze vyjádřit v uzavřeném tvaru. Přesto lze užít jednoduché aproximace, která vede k řešení. Předpokládáme-li, že poměr

$$\frac{\rho_1(x)}{\Psi(x)} \equiv \mathrm{const.} \tag{3.54}$$

je nezávislý na x, můžeme rovnici separovat. Takovýto předpoklad není příliš hrubý pokud očekáváme rozložení radioaktivních zdrojů blízké rozložení teploty v obálce (tj. když předpokládáme, že obálka je nejteplejší v místech, kde je nejvíc zahřívána). Pak můžeme rovnice separovat na prostorovou část

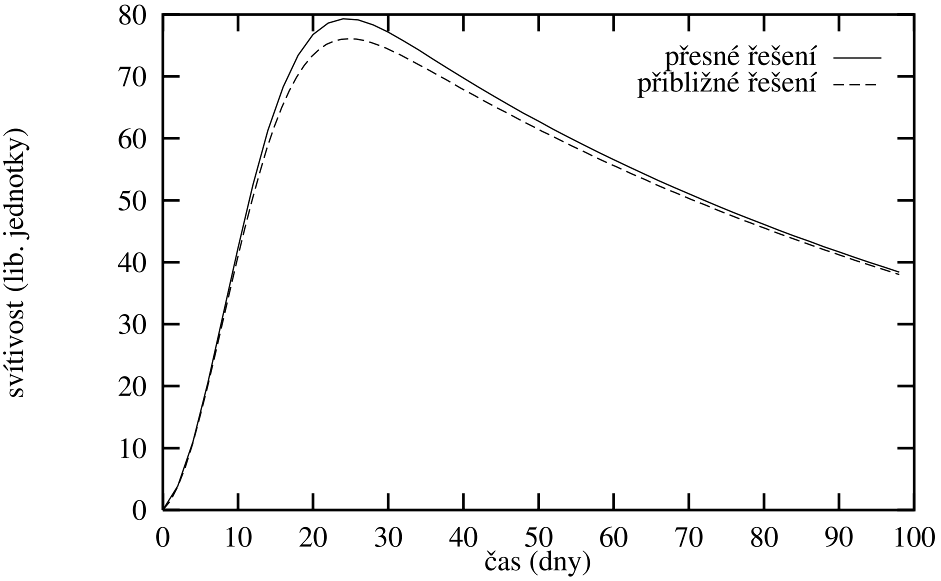
$$\frac{1}{x^2\Psi}\frac{\partial}{\partial x}\left(x^2\frac{\partial\Psi}{\partial x}\right) = -\alpha^2 \tag{3.55}$$

jejíž tvar je totožný s (3.45) a řešením jsme se tedy již zabývali. Časová část je tvaru

$$\dot{\Phi}(t) = -\alpha^2\frac{R(t)}{\tau_0R_0}\Phi(t) + e_1\frac{R(t)}{R_0}\mathrm{e}^{-t/\tau_1} \tag{3.56}$$

kde jsme označili:

$$e_1 \equiv \frac{\varepsilon_1}{4aT_0^4}\left[\frac{\rho_1(x)}{\Psi(x)}\right] \tag{3.57}$$



Obrázek 3.2: Průběh závislostí získaných numerickou integrací integrálu (3.58) a přibližné řešení (3.59) pro hodnoty parametrů: $\tau_0 = 1000$ dnů, $\tau_h = 1$ den, $\tau_1 = 100$ dnů.

Tímto způsobem se nám podařilo převést nehomogenní parciální rovnici na obyčejnou nehomogenní diferenciální rovnici jejímž řešením se budeme dále zabývat.

Protože známe řešení této rovnice v homogenním případě (pravá strana je nulová), použijeme standardní postup variace konstanty, který vede k partikulárnímu řešení Φ_p se započítáním radioaktivního ohřevu

$$\Phi_p(t) = e_1\,\mathrm{e}^{-\alpha^2(t/\tau_0+t^2/2\tau_h^2)} \int\limits_0^t \mathrm{e}^{-t/\tau_1}\left(1+\frac{t}{\tau_h}\right)\mathrm{e}^{\alpha^2(t/\tau_0+t^2/2\tau_h^2)}\,\mathrm{d}t \tag{3.58}$$

Integrál lze vyjádřit analyticky pomocí Dowsonova integrálu:

$$\mathrm{e}^{-x^2}\mathrm{erfi}(x)$$

kde

$$\mathrm{erfi}(x) = \int\limits_0^x \mathrm{e}^{t^2}\,\mathrm{d}t$$

Toto řešení lze sice napsat v uzavřením tvaru, ale jde o velmi komplikovaný výraz, který je prakticky nepoužitelný. V praxi proto raději k jeho výpočtu užíváme nějaký numerický postup. Vzhledem k hladkosti integrované funkce lze doporučit Rombergovu metodu.

Aproximace partikulárního řešení Pro běžné úvahy je vhodné používat nějaké konkrétní aproximace úplného partikulárního řešení. Výborné přiblížení získáme následujícím postupem (Lenc (1999)):

(a) Pro $t \to 0$ je z (3.58)

$$\Phi_p(t) \approx e_1 \left[t + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\tau_h} - \frac{\alpha^2}{\tau_0} - \frac{1}{\tau_1}\right) t^2 \right]$$

(b) Pro t blízko maxima funkce (kde (3.56) je stacionární) platí:

$$\Phi_p(t) \approx e_1 \frac{\tau_0}{\alpha^2} \mathrm{e}^{-t/\tau_1}$$

(c) Pro $t \to \infty$ vzhledem k limitě:

$$\lim_{t\to\infty} \frac{\int_0^t \mathrm{e}^{-x/\tau_1} \left(1 + \frac{x}{\tau_h}\right) \mathrm{e}^{\alpha^2 (x/\tau_0 + x^2/2\tau_h^2)}\, \mathrm{d}x}{\mathrm{e}^{-t/\tau_0}\, \mathrm{e}^{\alpha^2 (t^2/2\tau_0\tau_h + t/\tau_0)}} = \frac{\tau_0}{\alpha^2}$$

platí: $t \to \infty$ a

$$\Phi_p(t) \approx e_1 \frac{\tau_0}{\alpha^2} \mathrm{e}^{-t/\tau_1}$$

Můžeme tak psát

$$\Phi_p(t) \approx e_1 \frac{\tau_0}{\alpha^2} \mathrm{e}^{-t/\tau_1} \left[1 - \mathrm{e}^{-\alpha^2 (t^2/2\tau_0\tau_h + t/\tau_0)}\right] \tag{3.59}$$

které přes svoji jednoduchost velmi dobře popisuje světelné křivky SN v období po maximu. Na obrázku 3.2 je průběh exaktního řešení získaného numerickou integrací (3.58) a přibližné řešení (3.59).

3.10. Světelná křivka

Nalezení analytických tvarů $\Phi(t)$ a $\Psi(x)$ umožňuje spočíst závislost teploty a tím i svítivosti na čase. Svítivost v závislosti na čase budeme počítat podle vzorce (3.20). Zavedení proměnné x a dosazení konktrétního tvaru pro ρ, κ dává

$$L = -\frac{4\pi R(t)^2}{3} ac \frac{R(t)^3}{\kappa_0 \rho_0(x) R_0^3} \frac{1}{R(t)} \left.\frac{\partial T^4}{\partial x}\right|_{x=1} \tag{3.60}$$

Dále pak použití substituce $T^4 R^4 = T_0^4 R_0^4 \Psi(x)\Phi(t)$ vede k výrazu

$$L = -\frac{4\pi R(t)^4}{3\kappa_0 R_0^3} ac \frac{T_0^4 R_0^4 \Phi(t)}{R(t)^4} \left[\frac{1}{\rho_0(x)} \frac{\partial \Psi(x)}{\partial x}\right]_{x=1} =$$

$$= -\frac{4\pi ac}{3}\frac{T_0^4 R_0}{\kappa_0}\Phi(t)\left[\frac{1}{\rho_0(x)}\frac{\partial\Psi(x)}{\partial x}\right]_{x=1} \tag{3.61}$$

který neobsahuje závislost na $R(t)$. Tento poslední výraz udává svítivost na povrchu hvězdy v závislosti na čase. Je vidět, že ta bude úměrná počáteční teplotě, poloměru a derivaci Ψ a udává závislost na vlastnostech materiálu. Dále je vidět, že veškerá časová závislost je reprezentována pouze členem $\Phi(t)$. Časová závislost v $R(t)$ byla zcela potlačena, díky derivaci v okrajové podmínce. Pokud by se okrajová podmínka vzala analogická jako pro normální hvězdu, svítivost by byla nepřímo úměrná času a klesala by rychleji než je pozorováno.

Pro podrobnější interpretaci, zvláště ve vztahu k obecně měřitelným veličinám typu celkové vyvržené hmoty, je tento poslední výraz nevhodný. Obsahuje počáteční profil hustoty $\rho_0(x)$ a derivaci prostorového rozložení teploty na povrchu $(-\partial\Psi/\partial x)_{x=1}$. Abychom pochopili přesný význam jejich kombinace, spočteme celkovou hmotu a energii účastnící se expanze. Označíme celkovou vyvrženou hmotu M:

$$M \equiv 4\pi\int_0^{R(t)}\rho(t,r)r^2\,\mathrm{d}r = 4\pi R_0^3\int_0^1\rho_0(x)x^2\,\mathrm{d}x \equiv 4\pi R_0^3 I_M \tag{3.62}$$

kde jsme zavedli I_M tak, jak je naznačeno, jako druhý moment počátečního rozložení hustoty. Energii záření v obálce označíme, ve smyslu předchozích úvah, jako

$$E \equiv 4\pi\int_0^{R(t)} aT^4r^2\,\mathrm{d}r = 4\pi a\frac{T_0^4R_0^4}{R(t)}\Phi(t)\int_0^1\Psi(x)x^2\,\mathrm{d}x \equiv 4\pi a\frac{T_0^4R_0^4}{R(t)}\Phi(t)I_E \tag{3.63}$$

kde jsme opět zavedli druhý moment prostorového rozložení teploty. Vzájemnou souvislost mezi těmito dvěma veličinami získáme po integraci per partes rovnice (3.45). To vede ke vztahu

$$\int_0^1\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{x^2}{\rho_0(x)}\frac{\partial\Psi}{\partial x}\right)\mathrm{d}x = -\alpha^2\int_0^1\Psi(x)x^2\,\mathrm{d}x$$

a po integraci levé strany

$$\int_0^1\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{x^2}{\rho_0(x)}\frac{\partial\Psi}{\partial x}\right)\mathrm{d}x = \left[\frac{x^2}{\rho_0(x)}\frac{\partial\Psi}{\partial x}\right]_0^1 = \frac{1}{\rho_0(1)}\left.\frac{\partial\Psi}{\partial x}\right|_{x=1}$$

pak dostáváme potřebný

$$-\frac{1}{\rho_0(1)}\left.\frac{\partial\Psi}{\partial x}\right|_{x=1} = \alpha^2\int_0^1\Psi(x)x^2\,\mathrm{d}x = \alpha^2 I_E \tag{3.64}$$

Počáteční energie v okamžiku $t = 0$ je

$$E_0 = 4\pi a T_0^4 R_0^3 \Phi(0) I_E = a M T_0^4 (I_E / I_M)$$

kde jsme spočetli $\Phi(0) = 1$ podle (3.49) a dosadili celkovou hmotu obálky. Vyjádření I_E, dosazení do (3.64), užití těchto výrazů v (3.61) dává pro světelnou křivku v závislosti na čase následující výraz:

$$L = \frac{4\pi}{3} c \frac{R_0 E_0}{\kappa_0 M} (\alpha^2 I_M) \Phi(t) \tag{3.65}$$

Součin $\alpha^2 I_M$ je sice opět empirické číslo, ale jeho velikost se dá odhadnout podle Arnett (1996) na řádově jednotky (přibližně 3) a je velmi necitlivý na skutečné rozložení hustoty v obálce.

Podrobnější rozbor tohoto vzorce ukazuje, že svítivost je na čase závislá pouze prostřednictvím $\Phi(t)$. Není závislá na počáteční teplotě, ale je přímo závislá na počáteční energii exploze a na počátečním poloměru. Je silně nezávislá od složení a struktury hvězdy.

3.11. Světelné křivky supernovy 1998bw

V této kapitole aplikujeme odvozenou teorii na případ SN 1998bw o které byla zmínka v úvodu. Tato supernova byla objevena týmem Galamy(1998a) a poté přibližně 60 dní sledována. Jejich kvalitní fotometrická pozorování byly použity na konstrukci teoretického modelu. K dispozici je pět UBVRI světelných křivek.

Již dříve jsme předpokládali, že záření supernov lze dobře aproximovat ideálním fotonovým plynem a tedy spektrum má stejný průběh jako absolutně černé těleso. Toho využijeme nyní, kdy budeme srovnávat teoretické křivky s pozorovanými, protože prakticky nelze měřit celkovou svítivost, ale poměrně snadno lze získávat data o svítivosti v úzkém spektrálním oboru. Musíme tedy ještě konkretizovat naše obecné úvahy na tento případ.

Zaření, které dopadá do dalekohledu a které tedy přijímá pozorovatel, vychazí jen z určité vrstvy obklopující zářící plyn, tedy z fotosféry supernovy. Vzhledem k relativně velmi dlouhé střední volné dráze očekáváme, že fotosféra bude vyplňovat značnou část objemu supernovy.

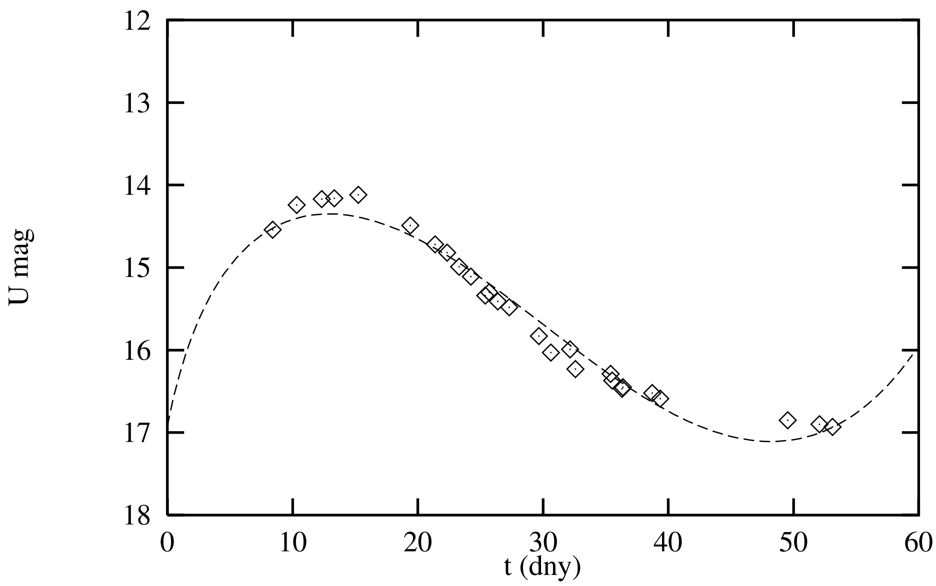
Volba vnější okrajové podmínky je naprosto totožná s volbou modelu atmosféry (fotosféry) supernovy. Přestože studiu hvězdných atmosfér byla věnována velká část teoretické astronomie tohoto století, jsou její vysledky z pochopitelných důvodů poměrně težko využitelné při studiu atmosfér supernov. Proto budeme v dalším používat sice správný ale jinak velmi hrubý model — Eddingtonovu approximaci, blíže popsanou například v knize Mihalas (1978).

V Eddingtonově aproximaci je atmosféra hvězdy reprezentována svou efektivní teplotou T_e a efektivním poloměrem definovanými následovně:

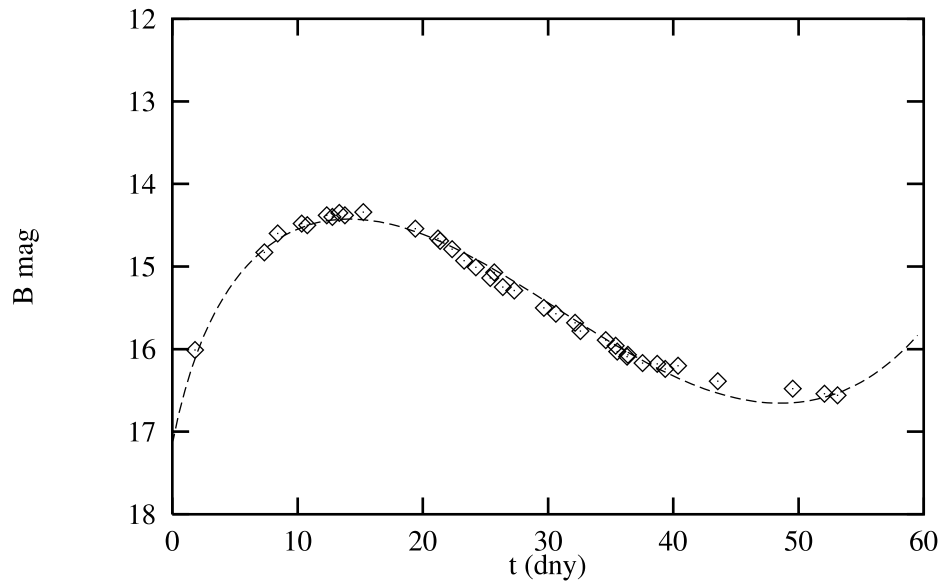
$$R_e \equiv R - 2/3\lambda \tag{3.66}$$

parametr	hodnota
m_0	67.44
R_0	8.10×10^{13} cm
v_0	5.33×10^{9} cm/s
t_0	-2.5 dne
ρ_0	3.83×10^{-9} g/cm^3
E_0	1.36×10^{36} erg
e_1	0.261
t_1	57.1 dne
m_U	-2.12
m_B	-1.35
m_V	-2.54
m_R	-1.49
m_I	-1.64
S_0	1.826
σ	0.09

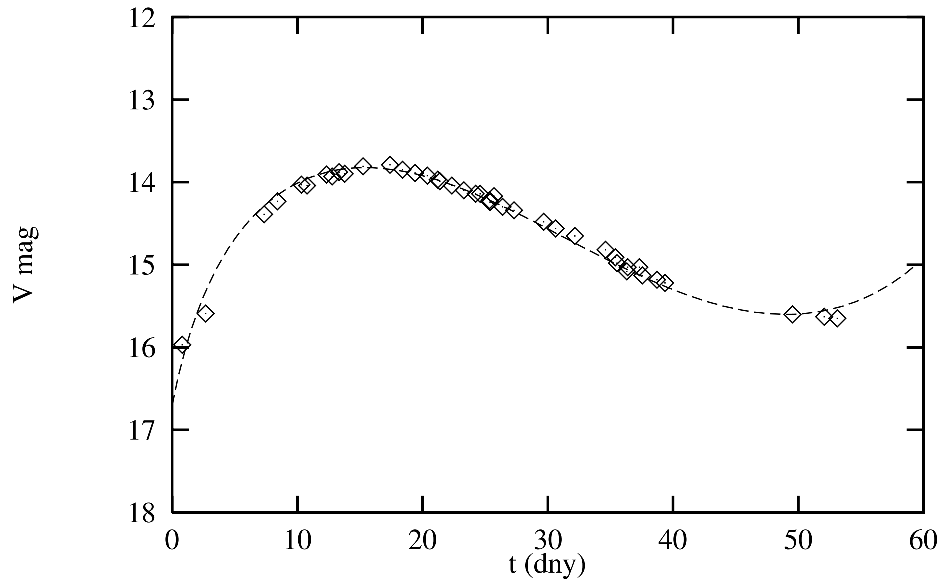
Tabulka 3.1: Parametry světelných křivek SN1998bw získané simultaním odhadem parametrů v UBVRI filtrech. V posledních dvou řádcích je uveden reziduální součet pro všech 13 parametrů a asi 200 bodů a dále odhad standardní odchylky každého bodu.



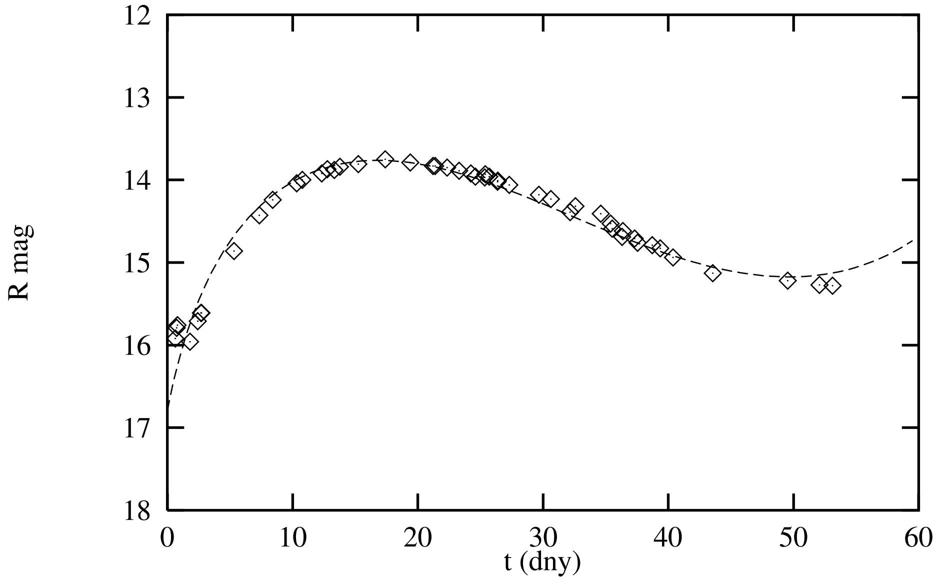
Obrázek 3.3: Pozorovaná světelná křivka a přibližné řešení v U filtru.



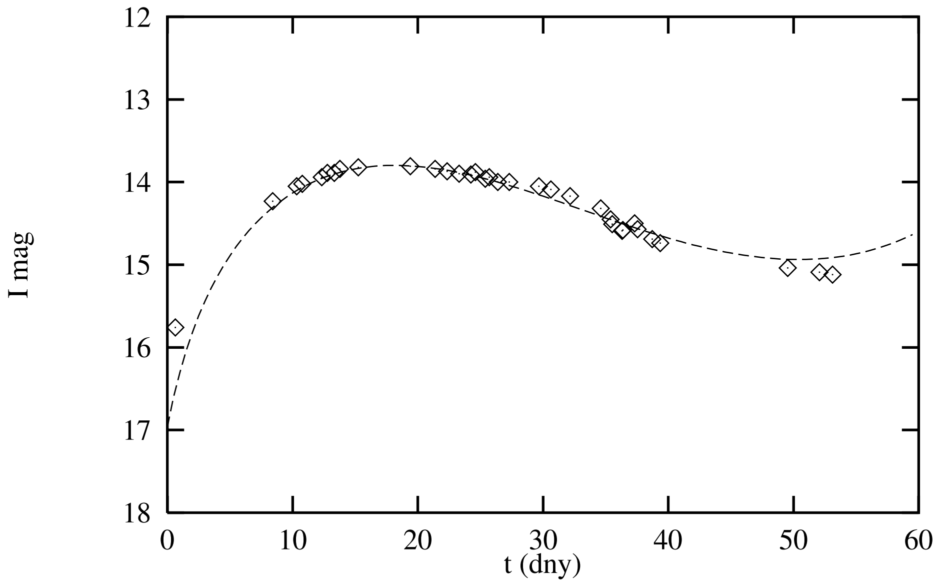
Obrázek 3.4: Pozorovaná světelná křivka a přibližné řešení v B filtru.



Obrázek 3.5: Pozorovaná světelná křivka a přibližné řešení v V filtru.



Obrázek 3.6: Pozorovaná světelná křivka a přibližné řešení v R filtru.



Obrázek 3.7: Pozorovaná světelná křivka a přibližné řešení v I filtru.

a

$$T_e^4 \equiv L/4\pi R_e^2 \tag{3.67}$$

Tyto efektivní hodnoty platí pro případ rovinné geometrie a tedy pro

$$\lambda \ll R \tag{3.68}$$

který je v u normálních hvězd splněn, ale pro supernovy zvláště v konečných stadiích, kdy je plyn v obálce velmi zředěný, neplatí.

Znalost T_e umožňuje konstrukci barevně závislého modelu. Podobně jako u hvězd je i v případě supernov diferenciální magnituda v jistém filtru i dána integrálem

$$\Delta m_i = -2.5\log_{10}\int_0^\infty B(\lambda|T_e)\,f_i(\lambda)\,\mathrm{d}\lambda$$

kde $i =$ U,B,V,R,I a který představuje konvoluci Planckovy funkce $B(\lambda|T_e)$ pro příslušnou teplotu se spektrálním průběhem daného filtru $f_i(\lambda)$. Očekáváme, že tvar světelné křivky bude v různých filtrech různý. Prakticky lze uvedený integrál poměrně težko vyjádřit, protože funkce f_i je velmi obecná. Proto budeme používat jednoduchou aproximaci, kdy funkci f_i nahradíme delta funkcí centrovanou na efektivní vlnovou délku příslušného filtru.

Tyto úvahy nás vedou ke konečnému tvaru funkce, která byla prokládána. Ten je přesně popsán v následujícím tvaru:

$$m(t) = m_0 + m_i - 2.5\log_{10} L(t) - 2.5\log_{10} B_i(T) \tag{3.69}$$

kde

$$L(t) = \phi_0 + e_1\phi_1 + e_2\phi_2 + \dots \tag{3.70}$$

při použití substitucí

$$\phi_0(t|\tau_0,\tau_h,t_0) = \mathrm{e}^{-\alpha^2[(t-t_0)+(t-t_0)^2/2\tau_h]/\tau_0} \tag{3.71}$$

a

$$\phi_i(t|\tau_0,\tau_h,t_0) = \phi_0\int_{t_0}^{t} \mathrm{e}^{-(t-t_0)/\tau_i}\left(1+\frac{t-t_0}{\tau_h}\right)\mathrm{e}^{\alpha^2[(t-t_0)+(t-t_0)^2/2\tau_h]/\tau_0}\,\mathrm{d}t \tag{3.72}$$

přitom jsme na výpočet barevných členů použili obvyklé vztahy:

$$B_i(T) = \frac{2hc^2}{\lambda_i^5}\frac{1}{\mathrm{e}^{hc/kT\lambda_i}-1} \tag{3.73}$$

Konstanty m_i představují posuvy jednotlivých filtrů (vzniklé například při kalibraci nebo v důsledku mezihvězdné extinkce).

Na získání parametrů této funkce byla použita metoda nejmenších čtverců. Jelikož jde o poměrně komlikovanou nelineární funkci s 13 parametry a přibližně dvěmi stovkami měřených bodů, byla jako minimalizační metoda zvolen Marquard-Levenbergův algoritmus v modifikaci používané v balíku MINPACK. Jde o velmi kvalitní implementaci využívající na řešení lineárních rovnic QR algoritmus, čímž je dosahován mimořádné robustnosti algoritmu. Nevýhodou pak je poměrně obtížná interpretace statistických chyb.

Na obrázcích 3.3 až 3.7 jsou pro všechny filtry vykresleny pozorovaná data a jejich proložení výše uvedenou funkcí s příslušnými parametry. Tabulka 3.1 obsahuje odhady parametrů příslušejících této supernově. V uvedených grafech je vidět, že v počátečních stádiích je shoda mezi měřenými a vypočtenými daty dobrá, ale s přibývajícím časem klesá. To je způsobeno především tím, že předpoklad (3.68) již není splněn. Další rozbor pravděpodobně ukáže, že započítání vlivu rekombinačních vln dominující v pozdních fázích vývoje světelné křivky supernovy, zcela potlačí vliv nevhodné aproximace atmosféry supernovy.

Na základě parametrů v tabulce 3.1 můžeme odhadnout hodnoty některých dalších parametrů: $\tau_0 = 1.2 \times 10^4$ dne, $\tau_h = 0.2$ dne. Hodnota m_0 je poměrně vysoká, ale reálná, neboť tato konstanta v sobě zahrnuje konstantní člen daný vzdáleností, jehož hodnota je přibližně 30 magnitud (určeno za pomocí známého rudého posuvu). Dále je v této konstantě zahrnuta společně s dalším parametrem E_0 kombinace počáteční energie, poloměru, teploty, hmoty a druhého momentu hmoty nebo energie a případných dalších konstant. Číselná hodnota E_0 v žádném případě nepředstavuje celkovou počáteční energii.

V tabulce je též uveden reziduální součet a odhad směrodatné odchylky každého měření (asi 0.1 magnitudy). Podle autorů mají body v U oboru statistické chyby kolem 0.1 magnitudy a v ostatních oborech menší než 0.05 magnitudy. Spočtené řešení je tedy jen nepatrně horší než teoretická mez, ale systematické odchylky, způsobené příliš zjednodušující volbou modelu atmosféry, značně snižují jeho důvěryhodnost.

3.12. Fotosférická rychlost

Fotosférická rychlost je kromě celkové svítivosti další přímo pozorovatelná veličina u obálek supernov. Jde o hodnotu rychlosti expanze obálky ve fotosféře supernovy zprůměrovanou přes polosféru. Jde nám především o její časovou závislost, kterou můžeme získat pozorováním profilu spektrálních čar.

Podle pozorování SN 1998bw publikovaném v článku Iwamoto (1998) snadno odvodíme přibližný empirický tvar pro fotosférickou rychlost ve tvaru

$$v_f = \frac{A}{1+t/B} \tag{3.74}$$

kde A, B jsou konstanty. Jak je vidět, fotosférická rychlost je nepřímo úměrná času. Podle uvedeného článku měly uvedené konstanty přibližně hodnoty $A \approx$ 80 000 km/s a $B \approx 5$ dnů.

Takovýto tvar fotosférické rychlosti můžeme očekávat. Důležité je, že hodnota pozorovatelné veličiny konverguje k nule. Takovéto chovaní svádí k interpretaci, že se hmota v obálce brzdí, například o okolní prostředí. To je ale na první pohled v prudkem rozporu s naším původním předpokladem o homologousni expanzi při které se expanzní rychlost nemění.

Za fotosféru budeme u supernov považovat místo v obálce, ve kterém dochazí k rekombinaci, jinak řečeno k prudkému poklesu opacity. Jak obálka postupne chladne, nemají už vnější části dostatečnou teplotu potřebnou na to, aby se atomy udržely ionizované. Můžeme očekávat, že vnější části budou pro vzdáleného pozorovatele prakticky od počátku temné právě v důsledku rekombinace. Jak se postupně teplota snižuje, misto rekombinace — rekombinační vlna — postupuje směrem ke středu. Hranici rekombinační vlny ztotožňujeme s fotosférou. Ionizační teplota T_i, při které dochází k rekombinaci je závislá na chemickém složení, ale očekáváme, že bude v rozmezí 5 až 10 tisíc stupňů, které odpovídá

Časový průběh teploty v obálce supernovy popisuje dosazení uvedeného řešení do substituce (3.39)

$$T^4 = T_0^4 \frac{R_0^4}{R^4(t)} \Phi(t) \Psi(x)$$

a ve fotosféře musí být splněna podmínka

$$T_i^4 = T_0^4 \frac{R_0^4}{x_e^4 R^4(t)} \Phi(t) \Psi(x_e) \tag{3.75}$$

kde jsme zavedli označení $R_e = x_e R(t)$ pro efektivní poloměr fotosféry. Neznámá veličina je x_e při zadání T_i. Tato rovnice je implicitní rovnici, jejíž řešení nelze vyjádřit v analytickém tvaru. V dalším budeme používat pouze aproximaci tohoto řešení, která spočívá v ignorování závislosti v $\Psi(x)$. Pak můžeme vyjádřit:

$$x_e \approx \frac{T_0}{T_i} \frac{R_0}{R(t)} \sqrt[4]{\Phi(t) \Psi(x_e)}$$

Je zřejmé, že čtvrtá odmocnina značně redukuje vliv časového a prostorového průběhu teploty. Proto můžeme užít další silnější aproximaci

$$v_f = x_e v_0 \approx \frac{T_0}{T_i} \frac{v_0}{1 + t/\tau_h} \tag{3.76}$$

která dobře reprodukuje empirický vztah pro fotosférickou rychlost. Velmi dlouho po výbuchu je již teplota (nikoliv svítivost) viditelného povrchu nepřímo úměrná poloměru a stejně tak pozorovaná rychlost. Je to proto, že rekombinační vlna zabírá stále větší část obálky a její čelo se pohybuje blíže středu rozpínání vzhledem k okolní hmotě obálky.

KAPITOLA 4.

SVĚTELNÉ KŘIVKY DOSVITŮ

Obálky supernov se rozpínají rychlostmi několika desítek tisíc kilometrů za sekundu, tedy zanedbatelně vůči rychlosti světla. Přirozená otázka tedy zní: Jaká bude světelná křivka objektu, který se rozpíná rychlostí blížící se rychlosti světla? Zajímá nás především tvar této křivky a dále absolutní svítivost ve vztahu k supernovám.

Na první pohled se jedná pouze o akademickou otázku. Relativistické rozpínání bude jistě zajímavé z teoretického hlediska, protože například umožní přesně definovat meze nerelativistického přiblížení. Nemusí ale jít o čistě teoretický problém. V této kapitole je rozvinuta teorie právě takovýchto objektů a ukáže se, že shoda mezi vypočtenými světelnými křivkami a pozorovanými křivkami dosvitů je velmi nápadná.

4.1. Vlastnosti světelné křivky

Základní rozdíl mezi světelnými křivkami dosvitů a supernov spočívá ve tvaru a absolutní svítivosti obou případů. Zatímco supernovy jsme měli možnost pozorovat ve velkém rozsahu svítivostí, dosvity jsou vesměs (relativně) velmi slabé objekty. Tvary světelných křivek supernov jsou poměrně rozmanité, jak již bylo ukázáno, oproti tomu, světelné křivky dosvitů vykazují velmi podobné chování. Na každé, dosud pozorované křivce byl nalezen na časových škálách dní až desítek dní jednoduchý mocninný pokles, jak je vidět na obrázku 4.1. Zajímavé je, že mocniny všech dosvitů jsou převážně v rozmezí 1 – 2. Pozorovaná magnituda je vyjádřena jako časová závislost

$$m(t) = m_0 + 1.086\,\alpha\,\ln t \tag{4.1}$$

GRB	α
970228	1.14 ± 0.05
970508	1.14 ± 0.014
971214	1.22
980326	2.10 ± 0.13
980329	1.3 ± 0.2
980519	2.60 ± 0.17
980703	1.39 ± 0.3
990123	1.12 ± 0.03
990510	0.88 / 2.5

Tabulka 4.1: Mocniny světelných křivek dosvitů se světelnou křivkou ve tvaru mocninného poklesu.

($1.086 \approx 2.5/\ln(10)$) tedy svítivost vyjadřujeme ve tvaru:

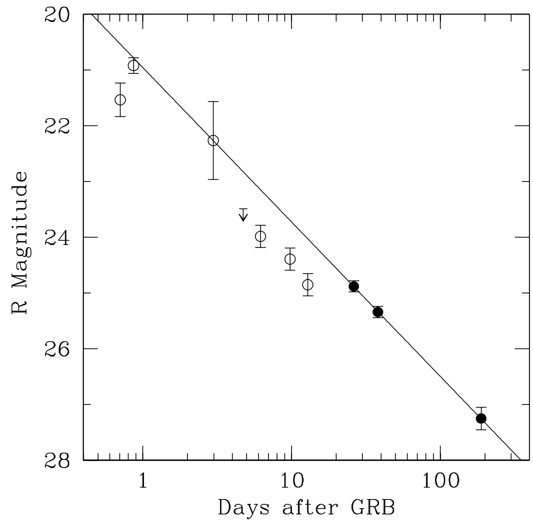
$$L(t) = L_0 t^{-\alpha} \tag{4.2}$$

Všechny pozorované hodnoty koeficientu α jsou uvedeny v tabulce 4.1.

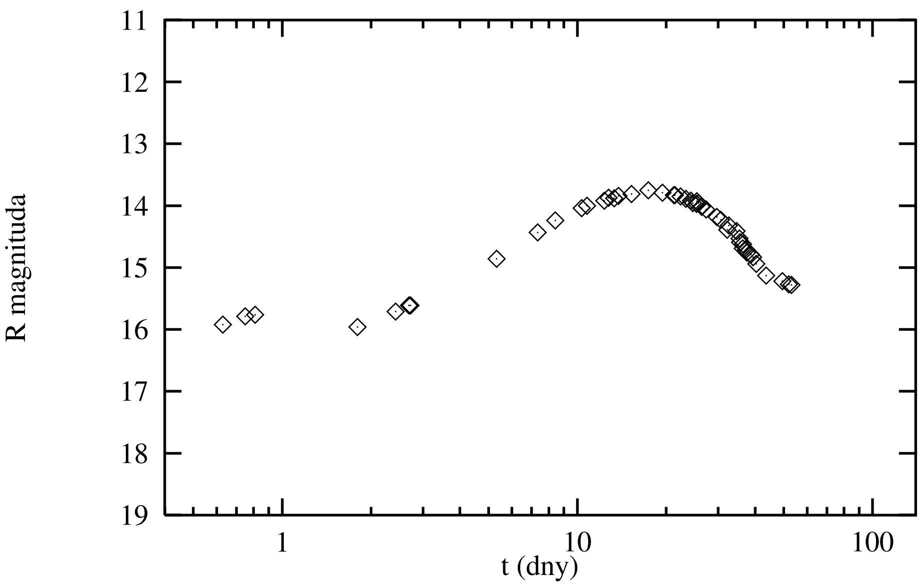
Z jednoduchého mocninného poklesu jasnosti vybočují dosud tři případy, kdy se kromě něj podařilo pozorovat i jiné části křivky. V případě GRB 970508 to byl vzestup do maxima (viz obr. 4.11). U GRB 990123 se podařilo pozorovat velmi ranou část křivky pouhých několik desítek sekund po záblesku (obrázek 1.4 a články Kulkarni et al. (1999), Galama et al. (1999), Akerlof et al. (1999)). Nakonec pak u GRB 990510 vykazuje raná část křivky dobře patrný zlom. Všechny tyto případy se z jednoduchého lineárního zákona vymykají.

Na obrázku 4.1 je vynesena křivka dosvitu po GRB 970228 publikovaná v Fruchter (1998). Jedná se o první pozorování světelné křivky dosvitu vůbec. Jasně je zde vidět opodstatněnost přímkového vztahu mezi magnitudou a logaritmem času. Pro srovnání je na obrázku 4.2 vynesena také křivka SN 1998bw ve stejném měřítku. Časové osy jsou totožné, osa magnitudy má stejný rozsah. Pro supernovu byla vybrána křivka v R filtru, protože odpovídá křivce dosvitu, ale protože o spektru dosvitu nemáme příliš podrobné informace, není jasné, jestli si tyto křivky mají odpovídat co se týče rozsahu magnitud. Vzhledem k použití logaritmické škály na vodorovné ose je tvar křivky silně závislý na určení počátečního okamžiku expanze. Ten je u dosvitu počítán jako čas zachycení gama záblesku a tedy poměrně přesně. Ovšem pouze za předpokladu, že jde opravdu o počátek expanze dosvitu. Určení počátku expanze u supernovy je prováděno nepřímo na základě světelné křivky, jak bylo popsáno v předchozí kapitole, a tedy s nesrovnatelně menší přesností (u dosvitů může jít o několik desítek sekund, kdežto u supernov o několik desetin dne).

Na první pohled je vidět naprosto odlišný časový průběh obou křivek. Především je patrné, že protažení jakékoliv lineární závislosti světelné křivky této



Obrázek 4.1: Světelná křivka dosvitu po GRB 970228



Obrázek 4.2: Světelná křivka SN 1998bw ve stejném měřítku, jako křivka dosvitu GRB 970228.

supernovy by činilo značné potíže. Rozdíly v absolutních magnitudách nemusí nutně pocházet z vnitřních vlastností zdroje (ať již ten termín znamená cokoliv), ale mohou také souviset se vzdáleností, mezihvězdnou absorpcí a nemusí mít nutně hlubší význam.

4.2. Vlastnosti barevné křivky dosvitu

Kromě světelné křivky je pro studium dosvitů důležitá také změna barvy pozorovaného objektu, jinak řešeno barevná křivka dosvitu. Zatímco v případě světelné křivky se dozvídáme o objektu informaci o tom, kolik energie vyzařuje, v případě barevné křivky v optickém oboru to je především informace o teplotě objektu. Přitom pod pojmem barevné křivky rozumíme, jak je v astronomii obvyklé, rozdíl svítivostí ve dvou rozdílných oborech spektra, například rozdíl magnitud objektu získaných ve dvou filtrech. Důvodů pro to může být několik. U velmi slabých objektů jako jsou například dosvity nebo supernovy je poměrně obtížné získat optické spektrum běžnými metodami jako je spektrograf. Proto je velmi cenná i informace o spektru získaná pozorováním prováděným v různých fotometrických filtrech. Na základě změny barvy, tedy průběhu spektra pak můžeme odhadovat změnu teploty pozorovaného objektu.[1]

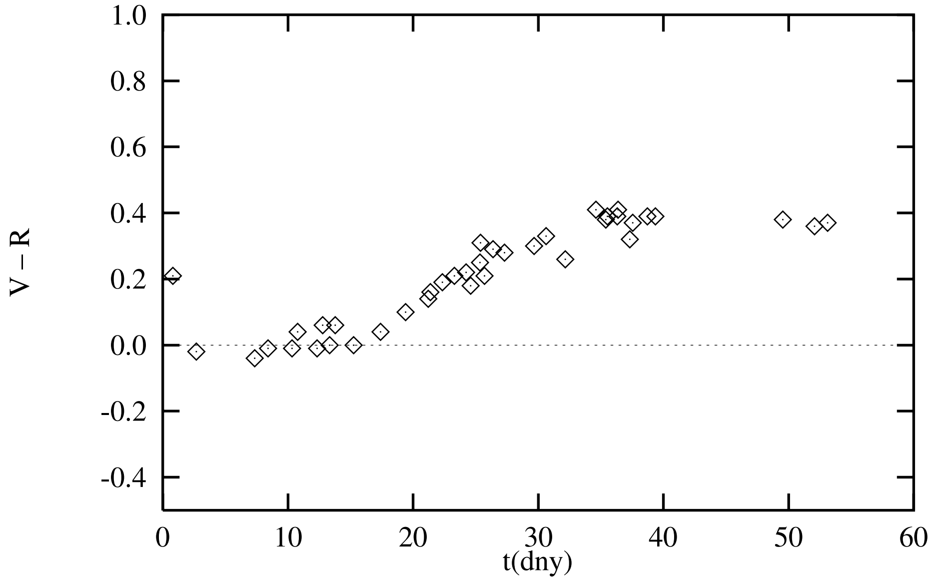
Barevný index V – R udávající rozdíl v měřených magnitudách přes filtry krátkovlnější V a dlouhovlnější R filtr je základní charakteristika udávající průběh spektra v optické oblasti. Například pro hvězdu hlavní posloupnsti (vyzařující jako absolutně černé těleso) s teplotou 10 tisíc K je V – R = 0 nebo pro hvězdu o efektivní teplotě asi 3 a půl tisíce stupňů je přibližně V – R = 1.1. Vztah mezi barevným indexem R – V a teplotou je přímý. Avšak předpoklad, že hvězdy (supernovy, dosvity) vyzařují jako absolutně černá tělesa je poměrně hrubý.

Na obrázku 4.3 je vynesena časová závislost V – R indexu pro supernovu 1998bw. Z grafu je patrné, že teplota supernovy je těsně po explozi poměrně velká a s přibývajícím časem klesá alespoň na polovinu, přitom se samozřejmě maximum vyzařování posune směrem k delším vlnovým déklam a supernova tak zčervená.

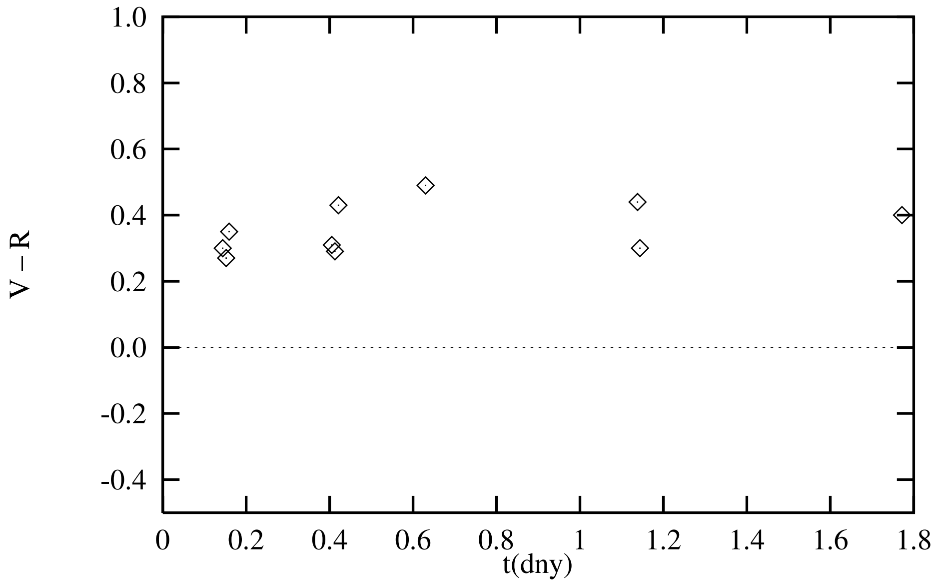
Analogický obrázek pro barvu dosvitu je poněkud jiný a je zobrazen na obrázku 4.4. Vykazuje jen mírné zčervenání s přibývajícím časem. Data ovšem vykazují značný rozptyl. Bohužel lepší data se nepodařilo autorovi sehnat. Z hlediska barvy a teploty vidíme z předpokladu, že dosvit vyzařuje jako absolutně černé těleso očekáváme teploty v rozmezí 5 až 10 tisíc stupňů. S přibývajícím časem dosvit opravdu chladne a červená.

Časové rozmezí obou grafů bohužel není stejné. Přesto je vidět výrazně odlišný tvar obou grafů. Tyto rozdíly mohou být snadno použity k rozpoznání obou typů objektů při pozorování. U supernovy v době objevu očekáváme, že půjde o výrazně

[1] První impuls, který mě vedl k nápadu vysvětlovat světelné křivky dosvitů tak, jak je popsáno v této práci, byl kuloární rozhovor s R. Hudcem po jedné přednášce Mezinárodní stelární konference v Brně, při které J. Palouš prohodil něco v tom smyslu, že červenající dosvit znamená chladnoucí plazmu.



Obrázek 4.3: Křivka barevných indexů SN 1998bw.



Obrázek 4.4: Křivka barevných indexů dosvitu po GRB 990510.

modrý objekt, jehož barva se z noci na noc nebude příliš výrazně měnit, zatímco v případě dosvitů půjde o podstatně červenější zdroj, jehož barva se prakticky nemění s rapidní změnou jasnosti objektu. Rozdíl mezi objekty obou druhů je v barevném indexu V – R přibližně půl magnitudy. Praktický význam této skutečnosti je tedy poměrně značný a může umožnit vyhledávání dosvitu v optických datech (bez znalosti příslušných GRB).

4.3. Relativistické rozpínání

Jediná změna ve výpočtech oproti případu běžné supernovy, kterou se budeme dále zabývat je předpoklad, že expanzní rychlost je jen nepatrně menší než rychlost světla $v_0 \approx c$. Všechny ostatní podmínky zůstávají nezměněny. Výpočty budeme provádět v plochém Euklidovském prostoročase. Vliv gravitačního pole okolních těles můžeme v našich modelech zanedbat. I tak se ale celá situace silně komplikuje.

Budeme muset začít rozlišovat čas měřený v souřadném systému spojeném s rovnoměrně se rozpínající obálkou τ (comoving systém) a časem měřeným vzdáleným pozorovatelem t (laboratorní systém). Pro částici, která se pohybuje vůči pozorovateli radiálně rychlostí v je vztah mezi časem τ a časem t dán vztahem

$$t = \frac{\tau}{\sqrt{1 - v^2}}$$

kde rychlost měříme v jednotkách rychlosti světla a tedy $v < 1$. Z tohoto vztahu můžeme očekávat, že celý děj vidí vzdálený pozorovatel silně zpomalený. Pouhá změna časového měřítka ovšem nemůže mít zásadní vliv na tvar světelné křivky.

Časová změna vyvolaná relativistickým prodlužováním časového intervalu nemá vliv pouze na čas, ale má také velmi podstatný vliv na pozorovanou frekvenci záření vydávaného zářícím objektem v důsledku Dopplerova zjevu. Právě v důsledku Dopplerova zjevu můžeme pozorovat u částice, která se pohybuje radiálně a která vyzařuje fotony odlišnou frekvenci. Vztah mezi vyzařovanou ν_0 a pozorovanou ν frekvencí je:

$$\nu = \nu_0 \sqrt{\frac{1+v}{1-v}}$$

Pro vlnovou délku vyzářeného λ_0 a pozorovaného λ světla pak platí vztah

$$\lambda = \lambda_0 \sqrt{\frac{1-v}{1+v}}$$

a je tedy zřejmé, že pro $v \to 1$ se vlnová délka silně zkracuje a záření obálky, která se pohybuje velmi rychle směrem k pozorovateli je silně zmodralé.

Ve vyvozování důsledků, které plynou z velké rychlosti obálky můžeme pokračovat. V kapitole o světelných křivkých supernov jsme předpokládali, že spektrum supernovy má přibližně stejný průběh jako spektrum absolutně černého tělesa. Pro maximum vyzařování a vlnovou délku proto platí vztah

$$\lambda_0 T = \text{const.}$$

který sice u supernov neměl výraznější uplatnění, ale jeho složení s předchozím vztahem pro vlnovou délku dává relaci mezi teplotou tělesa měřenou vzdáleným pozorovatelem T a teplotou zdroje T_0

$$T = T_0 \sqrt{\frac{1+v}{1-v}}$$

a jak je vidět pozorovaná teplota je ve stejném vztahu vůči skutečné jako frekvence. Pozorovatel tedy vidí jak rychle pohybující se zdroj mění teplotu v závislosti na jeho okamžité rychlosti vůči pozorovateli. Tyto změny můžeme také interpretovat tak, že se celý spektrální profil posunuje směrem k menším vlnovým délkám.

Se změnou teploty úzce souvisí svítivost. Absolutně černé těleso vyzařuje úměrně čtvrté mocnině teploty a proto zvýšení teploty znamená i zvýšení svítivosti. Vyzařující částečka, která se pohybuje radiálně proto bude vyzařovat zesíleně jako:

$$L = L_0 \left(\frac{1+v}{1-v}\right)^2$$

Toto je velmi důležitý závěr. Znamená, že rychle se pohybující zdroj má silně změněnu svítivost.

4.4. Pohybové rovnice

Podstatné zvýšení expanzní rychlosti nemá žádný zásadní vliv na tvar pohybových rovnic. Obecně lze říci, že rovnice mají naprosto stejný tvar v souřadné soustavě spojené s rozpínající se obálkou. Rozdílný tvar je ale v laboratorní soustavě, kde je třeba je nahradit relativisticky transformovanými souřadnicemi.

Přepis rovnice kontinuity na relativistický tvar je dle Weinberg (1972)

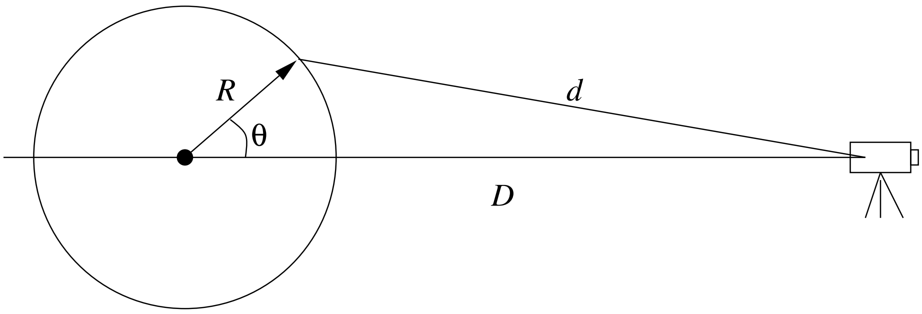
$$\frac{\partial}{\partial t}\left[\frac{\rho}{\sqrt{1-\mathbf{v}^2}}\right] + \nabla\left[\frac{\rho\,\mathbf{v}}{\sqrt{1-\mathbf{v}^2}}\right] = 0 \tag{4.3}$$

který s označním $\rho' = \rho/\sqrt{1-\mathbf{v}^2}$ odpovídá nerelativistickému případu a tedy i řešení má stejný tvar. Změna objemového elementu ve směru expanze kompenzuje změnu hustoty tak, aby se zachovala celková hmota.

Přepis Eulerovy rovnice podle Weinberg (1972) bez uvážení vnější síly

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v}\cdot\nabla)\,\mathbf{v} = -\frac{1-\mathbf{v}^2}{\rho + p}\left[\nabla p + \mathbf{v}\frac{\partial p}{\partial t}\right] \tag{4.4}$$

je odlišný pouze v pravé straně. Eulerova rovnice má význam změny rychlosti elementu kontinua vyjádřeném levou stranou při urychlení hmoty reprezentované



Obrázek 4.5: K vysvětlení geometrie expandující obálky z hlediska pozorovatele v obálce.

pravou stranou. Pokud předpokládáme homologousní expanzi, můžeme pravou stranu zanedbat a dostáváme tak totožnou rovnici jako je v nerelativistickém případě. Připomínáme, že uvažujeme pohyb bez účinků vnějších gravitačních polí. Totožná rovnice má i totožné řešení, ale musíme dávat pozor na to, vůči jakému souřadnému systému pohyb sledujeme.

Podobným způsobem můžeme argumentovat i v případě I. termodynamického zákona, jehož tvar je naprosto totožný s předchozím tvarem.

Vidíme tedy, ve smyslu úvodních vět tohoto odstavce, že nejvýhodnější postup výpočtu výsledné svítivosti rychle expandujícího objektu, spočívá v přetransformování již vypočteného řešení pro supernovy do laboratorní soustavy souřadnic.

4.5. Geometrie dosvitu

Poměrně snadno si lze představit, jak bude pro vzdáleného pozorovatele, který může rozeznat detaily na povrchu, vypadat rozpínající se obálka supernovy. Pozorovatel uvidí kouli, která je na všech místech povrchu stejně světlá (případné okrajové ztemnění zanedbáváme) a zvětšuje se. Když pozorovatel změří svítivost libovolného místa na povrchu např. ve středu a vynásobí jej vhodným číslem, dostává celkový vyzářený výkon, protože vyzařování je aspoň přibližně izotropní.

Bohužel takovýto jednoduchý model nefunguje v případě, že se obálka rozpíná relativistickými rychlostmi. Samotný problém je vidět již z jednoduché analýzy pomocí Lorentzových transformací. Jak je všeobecně známo, je zásadní rozdíl mezi změnou prostorového intervalu v případě, že se objekt pohybuje vůči pozorovateli rovnoběžně nebo kolmo je směru pohledu. Jeho vzezření bude rozdílné a proto bude rozdíl i mezi tím, jak se bude vzdálenému pozorovateli jevit expandující obálka. Očekáváme, že na viditelných okrajích uvidí pozorovatel něco jiného než ve středu.

Jako první se podobnými úvahami začali zajímat Rees (1967) a také později Ginzburg (1975), podle jehož popisu budeme postupovat. Jejich zájem vyplýval především z potřeby vysvětlení nadsvětelného pohybu pozorovaného u řady jetů v kvasarech (přehled problematiky je podán v Kellerman (1981)).

Abychom k problému relativistické expanze mohli říct něco bližšího, představme si situaci znázorněnou na obrázku 4.5. Ten znázorňuje vzájemné postavení expandující obálky a pozorovatele. Vzdálenost mezi středem koule a pozorovatelem je D, poloměr obálky v čase τ měřeném v systému obálky je $\mathcal{R}(\tau)$ a úhel mezi spojnicí pozorovatel — střed obálky a pozorovaným bodem na povrchu je θ. Měřený čas, například maxima svítivosti, pozorovatelem bude posunutý o rozdíl daný časem, který potřebuje světlo na překonání vzdálenosti zdroj — pozorovatel:

$$t = \tau + D/c \tag{4.5}$$

Jde tedy o jednoduchý posuv počátku počítání času. Podobný výsledek musíme dostat také pro libovolný bod na povrchu koule. Vztah mezi časem τ pro bod na kouli o poloměru $\mathcal{R}(\tau)$, úhlu θ a časem pozorovatele je

$$t = \tau + \frac{d}{c} \approx \tau + \frac{D}{c} - \frac{\mathcal{R}}{c}\cos\theta \tag{4.6}$$

kde je vzdálenost od bodu na kouli a pozorovatele d a kterou jsme aproximovali podle kosinové věty jako $d = \sqrt{D^2 + \mathcal{R}^2 - 2D\mathcal{R}\cos\theta} \approx D - \mathcal{R}\cos\theta$ (přitom jsme předpokládali, že poloměr obálky je zanedbatelně malý vůči vzdálenosti od pozorovatele $R \ll D$). Čas τ je pro vzdáleného pozorovatele v principu těžce měřitelný. Naopak, snadno lze měřit poloměr koule:

$$\mathcal{R}(\tau) = \mathcal{R}_0 + v\tau \tag{4.7}$$

Vyloučení τ z (4.6) za pomocí (4.7) vede ke vztahu

$$R(t) = \mathcal{R}_0 + \frac{vt}{1-(v/c)\cos\theta} - \left(\frac{v}{c}\right)\frac{D - \mathcal{R}_0\cos\theta}{1-(v/c)\cos\theta} \tag{4.8}$$

který udává poloměr měřený vzdáleným pozorovatelem v závislosti na jeho čase t. Je jasné, že příspěvek od $\mathcal{R}_0$ a od třetího členu představuje pouze zpoždění a proto jej vypouštíme. V dalším textu také budeme, pokud nebude výslovně řečeno jinak, měřit rychlost v jednotkách rychlosti světla $c = 1$. Výsledný vztah, který budeme používat bude tedy mít tvar

$$R(t) = \frac{vt}{1 - v\cos\theta} \tag{4.9}$$

Tento vztah můžeme interpretovat tak, že rychle se rozpínající kulový zdroj se vnějšímu vzdálenému pozorovateli jeví jako rovnoosý elipsoid s delší osou ve směru jeho pohledu. Nezávislý pozorovatel s pozorovacím stanovištěm kolmo na směr pozorovatelova pohledu by viděl elipsu. Celá situace je ilustrována na obrázku A.4, kde je znázorněn řez rovníkem elipsoidu. Pozoruhodné je, že střed rozpínání není ve středu ale je v ohnisku této elipsy.

Vzdálenost, kterou urazí hmota po výbuchu, jak ji vidí pozorovatel je:

$$R(t) = \frac{vt}{1 - v\cos\theta} \tag{4.10}$$

Tato rovnice je polární rovnicí elipsy. Obvykle je ve jmenovateli místo znaménka mínus znaménko plus, neboť se předpokládá, že pro $\theta = 0$ je bod elipsy nejblíže ohnisku umístěnému v počátku. Polární rovnice elipsy

$$R = \frac{p}{1 - \varepsilon \cos\theta} \tag{4.11}$$

kde

$$p = \frac{b^2}{a} \qquad \varepsilon = \sqrt{a^2 - b^2}/a$$

dává po vyřešení rovnic $vt = b^2/a, v = \sqrt{a^2 - b^2}/a$ hodnoty parametrů

$$a = \frac{vt}{1 - v^2} \tag{4.12a}$$

$$b = \frac{vt}{\sqrt{1 - v^2}} \tag{4.12b}$$

$$e = \frac{v^2 t}{1 - v^2} \tag{4.12c}$$

a dále pro polární souřadnice složky souřadnic:

$$r = \frac{v^2 t}{1 - v^2} - \frac{vt}{1 - v^2}\cos\theta \tag{4.13a}$$

$$z = \frac{vt}{\sqrt{1 - v^2}}\sin\theta \tag{4.13b}$$

Tyto vztahy představují rovnici elipsy vyjádřenou ve složkách v rovině. S uvážením rotační symetrie celého problému můžeme z těchto parametrických rovnic snadno spočíst plošné integraly potřebné pro výpočet celkové svítivosti.

Relativisticky expandující bublina je tedy představována rotačním elipsiodem s osou procházející jejím středem a okem pozorovatele. Hlavní osa je orientována rovnoběžně se zorným paprskem. Cyklický úhel udávájící otočení roviny elipsy kolem této osy označíme φ. A vztah mezi polárními souřadnicemi r, z elipsy používanými výše a mezi kartézkými x, y, z popisujícími daný rotační elipsoid je:

$$\begin{aligned} x = r\cos\varphi &= a\sin\theta\cos\varphi \\ y = r\sin\varphi &= a\sin\theta\sin\varphi \\ z &= b\cos\theta \end{aligned}$$

V těchto rovnicích byl vynechán pro jednoduchost konstantní příspěvek k posuvu středu elipsy, která nemá vliv na výpočet plošných elementů bubliny.

Gaussovy formy plochy, které použijeme na další výpočet tedy jsou

$$
\begin{aligned}
E &= \left(\frac{\partial x}{\partial \theta}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \theta}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial \theta}\right)^2 = a^2\cos^2\theta + b^2\sin^2\theta \\
F &= \left(\frac{\partial x}{\partial \varphi}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \varphi}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial \varphi}\right)^2 = y^2 = a^2\sin^2\theta \\
G &= \frac{\partial x}{\partial \theta}\frac{\partial x}{\partial \varphi} + \frac{\partial x}{\partial \theta}\frac{\partial y}{\partial \varphi} + \frac{\partial z}{\partial \theta}\frac{\partial z}{\partial \varphi} = 0
\end{aligned}
$$

dále pak máme

$$\sqrt{EF - G^2} = a\sin\theta\sqrt{a^2\cos^2\theta + b^2\sin^2\theta}$$

pokud místo a, b použijeme rychlosti dostáváme pro plošný element

$$\left(\frac{vt}{1-v^2}\right)^2 \sqrt{1 - v^2\sin^2\theta}\sin\theta d\theta d\varphi \tag{4.14}$$

V nerelativistickém případě dominuje první člen a relativistickém druhý. To má přirozené vysvětlení, protože v nerelativistickém přechází elipsoid na kouli, takže $a \approx b$ a plošný obsah koule je

$$v \ll 1 \qquad r = a = b \qquad (vt)^2 \sin\theta\,\mathrm{d}\theta\,\mathrm{d}\varphi$$

jak očekáváme. Opačný extrém je relativistická limita

$$v \to 1 \qquad a \gg b \qquad \left(\frac{vt}{1-v^2}\right)^2 \cos\theta\sin\theta\,\mathrm{d}\theta\,\mathrm{d}\varphi \tag{4.15}$$

Změna je tedy v jiné mocnině výrazu pro rychlost a v relativistickém případě přibude závislost na úhlu.

Tento plošný element udává, jak jednotkový plošný element na elipsoidu přispívá k celkové svítivosti. Protože element nezávisí na φ vidíme, že jde o osově symetrický případ. Závislost na úhlu θ je taková, že povrch koule blízko spojnice s pozorovatelem s $\theta \approx 0°$ a povrch u geometrických okrajů s $\theta \approx 90°$ přispívají minimálně a pozorovatel vidí, že je nejvíc preferované mezikruží poblíž $\theta \approx 45°$ (měřeno v klidové soustavě).

4.6. Svítivost povrchu dosvitu

Deformace na elipsoid a následná změna velikosti viditelných ploch není jediný nebo nejdůležitější jev, který provází relativistickou explozi. Tímto jevem je relativistické zjasňování a zeslabování světla v důsledku mimořádně velké rychlosti expanze. Přitom dochází v důsledku Dopplerova jevu k posuvu frekvencí, tj.

k zčervenání nebo zmodrání světla. Obecný vzorec popisující změny frekvence na základě geometrie obrázku 4.5 je

$$\nu = \nu_0 \delta \tag{4.16}$$

kde δ je Dopplerův faktor:

$$\delta = \frac{\sqrt{1 - v_0^2}}{1 - v_0 \cos\theta} \tag{4.17}$$

Tento posuv frekvencí obvykle vede k posuvu spektrálních rysů do jiné oblasti spektra. Do úzkého oboru, ve kterém pozorujeme, se dostává jiná část spektra. V případě, že máme úzký filtr centrovaný na nějakou spektrální čáru a dojde k červenému nebo modrému posuvu, posune se pozorovaná čára z filtru a tím její intenzita silně poklesne.

Posuv spektrálních čar ilustruje obecné změny svítivostí detekovaných pozorovatelem při pohybu zdroje. Snadno si lze představit proč k takovýmto změnám dochází. Při vzájemném pohybu zachycuje pozorovatel více nebo méně fotonů podle toho jestli se ke zdroji přibližuje nebo vzdaluje. Precizní formulace Mihalas (1978) je založena na řešení rovnice přenosu záření (kinetické rovnice pro fotony) v relativistickém případě nebo na základě Liouvillova teorému o zachování fázového objemu uvedená v MTW (1973). Uvedenými postupy lze odvodit vztah[2]

$$\frac{I_\nu}{\nu^3} = \mathrm{const.} \tag{4.18}$$

který obecně tvrdí, že bez ohledu na konkrétní průběh spektra dochází ve vzájemně se pohybujících systémech ke spektrálním posuvům.

Jiný zápis (4.18) pro transformaci specifické intenzity I_ν je (Urry, Padovani (1995))

$$I_\nu = \left(\frac{\nu}{\nu_0}\right)^3 I_{\nu_0}$$

tedy

$$I_\nu = \delta^3 I_{\nu_0} \tag{4.19}$$

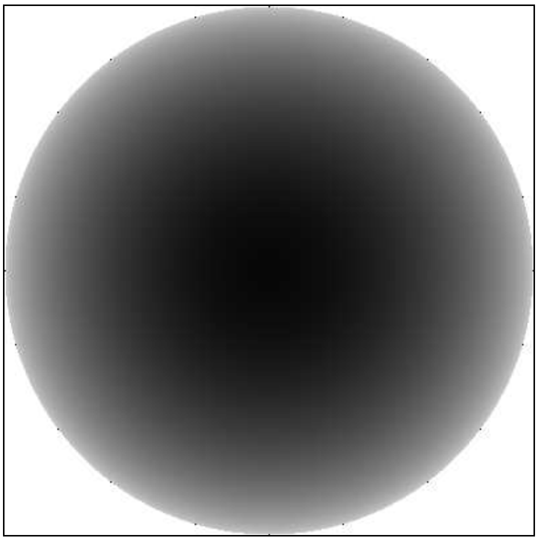
[2]Takovýto tvar zákona zachování má zajímavé důsledky. V případě, že I_ν je ve tvaru absolutně černého tělesa:

$$I_\nu = \frac{2h\nu^3}{e^{h\nu/kT} - 1}$$

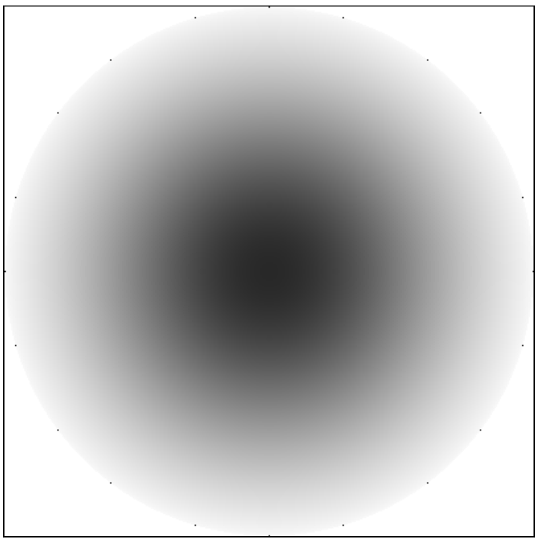
dostáváme pro teplotu T a frekvenci ν v klidovém systému a teplotu T_0 a frekvenci ν_0 v pohybujícím se systému vztah

$$\frac{T}{T_0} = \frac{\nu}{\nu_0}$$

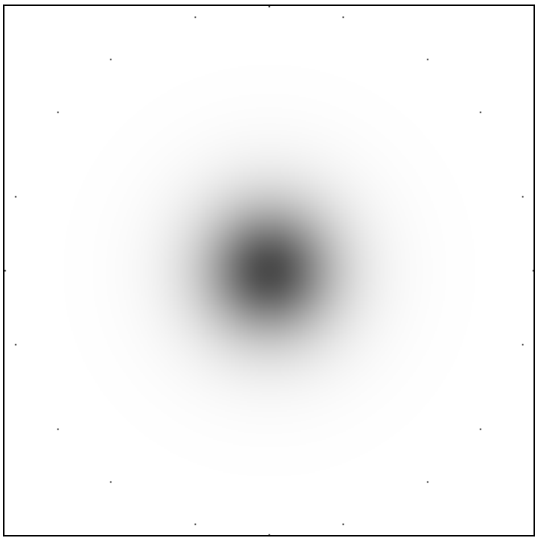
který je formálně totožný s Wienovým posunovacím zákonem.



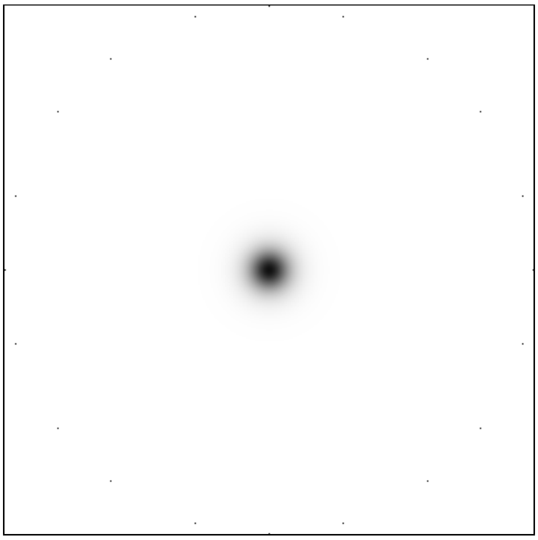
Obrázek 4.6: Rozložení pozorované svítivosti po povrchu hypotetického dosvitu pro v_0 = 0.1. Vyšší intenzita je znázorněna tmavším odstínem. Intenzity byly počítány ze vzorce $F(x,y) = [\sqrt{1-v_0^2}/(1-v_0\cos\theta\cos\varphi)]^4$, kde $x = 1-\cos^2\theta\cos^2\varphi$, $y = 1-\cos^2\theta$.



Obrázek 4.7: Rozložení pozorované svítivosti po povrchu hypotetického dosvitu pro v_0= 0.5. Vyšší intenzita je znázorněna tmavším odstínem. Intenzity byly počítány ze vzorce $F(x,y) = [\sqrt{1-v_0^2}/(1-v_0\cos\theta\cos\varphi)]^4$, kde $x = 1-\cos^2\theta\cos^2\varphi$, $y = 1-\cos^2\theta$.



Obrázek 4.8: Rozložení pozorované svítivosti po povrchu hypotetického dosvitu pro v_0= 0.9. Vyšší intenzita je znázorněna tmavším odstínem. Intenzity byly počítány ze vzorce $F(x,y) = [\sqrt{1-v_0^2}/(1-v_0\cos\theta\cos\varphi)]^4$, kde $x = 1-\cos^2\theta\cos^2\varphi$, $y = 1-\cos^2\theta$.



Obrázek 4.9: Rozložení pozorované svítivosti po povrchu hypotetického dosvitu pro v_0= 0.99. Vyšší intenzita je znázorněna tmavším odstínem. Intenzity byly počítány ze vzorce $F(x,y) = [\sqrt{1-v_0^2}/(1-v_0\cos\theta\cos\varphi)]^4$, kde $x = 1-\cos^2\theta\cos^2\varphi$, $y = 1-\cos^2\theta$.

kde I_{ν_0} je svítivost zdroje v jeho klidovém systému a δ je Dopplerův faktor. Jedna mocnina v δ pochází z transformace časového intervalu a další dvě pak z transformace prostorového úhlu. Hustota toku

$$F_\nu \equiv \int I_\nu \mathrm{d}\Omega$$

(integrál přes celý prostorový úhel z intenzity) má v případě izotropní svítivosti stejné transformační vlastnosti:

$$F_\nu = \delta^3 \mathcal{F}_{\nu_0} \tag{4.20}$$

Zatím všechny kvalitní pozorování dosvitů byly provedeny pouze v úzkém oboru spektra odpovídající optické oblasti. V takovém případě, za předpokladu, že vnitřní teplota dosvitu je velká, můžeme předpokládat spektrální závislost toku

$$\mathcal{F}_{\nu_0} \propto \nu_0^{-\kappa} \tag{4.21}$$

kde κ je spektrální index. Numerické odhady dávají pro T = 10^5 K hodnotu $\kappa \approx 4$ v širokém rozsahu spektra (přes celý vizuální obor).

Použití (4.21) v (4.20) vede ke vztahu

$$F_\nu = \delta^{3+\kappa} \mathcal{F}_{\nu_0} \tag{4.22}$$

který je pro další výpočty mimořádně důležitý. Udává, jak závisí svítivost z elementu pohyblivého zdroje na jeho rychlosti, na spektru a poloze na povrchu zdroje. Stejný tvar lze použít i pro specifickou intenzitu:

$$I_\nu = \delta^{3+\kappa} I_{\nu_0} \tag{4.23}$$

Pro ilustraci jsou na obrazcích 4.6 až 4.9 uvedeny příklady vlivu relativistické změny svítivosti na vzhled rychle expandující obálky. Ve všech případech je vynesena závislost svítivosti pozorovaná vzdáleným pozorovatelem a vypočtená podle (4.22), kde byly dosazeny hodnoty pro $\mathcal{F}_{\nu_0} = 1, \kappa = 1$, pro různé rychlosti v_0. Na obrázcích je znázorněna F_ν inverzně. Větší svítivost odpovídá tmavšímu odstínu. Rovnoměrné rozložení intenzity by bylo v případě rychlosti expanze zanedbatelné oproti rychlosti světla. Ve všech případech je geometrický okraj naznačen tečkami na obvodu. Intenzity nejsou v měřítku, ale každý obrázek je škálován tak, aby byl pokryt co největší rozsah intenzit. Z obrázků je patrné, že pozorovatel vidí při větších rychlostech pouze malou část povrchu, která má silně zesílenu svítivost.

4.7. Výpočet světelné křivky

Světelná křivka dosvitu je, podobně jako je tomu u supernov, závislost svítivosti na čase. Vyjdeme z podobných úvah jako u supernov. Předpoklad difuzního přenosu záření dává pro svítivost v klidové soustavě podle vzorce (3.19):

$$\mathcal{L} = -\frac{ac}{3} \int_{\mathcal{S}} \left[\lambda \mathbf{n} \cdot \nabla T^4\right]_{\mathcal{S}} \mathrm{d}\mathcal{S} \tag{4.24}$$

Podstatná změna svítivosti dosvitu oproti supenově spočívá ve změně integrace přes kouli na integraci přes povrch elipsoidu. Svítivost měřená pozorovatelem je pak dána výrazem:

$$\mathcal{L} = -\frac{ac}{3} \int_S \left[\lambda \mathbf{n} \cdot \nabla T^4\right]_S \mathrm{d}S \tag{4.25}$$

Skalární skoučin v hranatých závorkách je nezávislý od transformace souřadnic. Proto máme výraz

$$\left[\lambda \mathbf{n} \cdot \nabla T^4\right]_S = \left[\lambda \mathbf{n} \cdot \nabla T^4\right]_S$$

jehož hodnotu jsme už nalezli v kapitole o supernovách. Tam uvedené řešení pro tento výraz je

$$I = \left[\lambda \mathbf{n} \cdot \nabla T^4\right]_S \tag{4.26}$$

a proto máme

$$I = \frac{T_0^4 \mathcal{R}_0}{\kappa_0} \frac{\Phi(\tau)}{\mathcal{R}^2(t)} \left[\frac{1}{\rho_0(x)} \frac{\partial \Psi(x)}{\partial x}\right]_{x=1} \tag{4.27}$$

tento výraz, který má význam specifické intenzity měřený v comoving systému. Budeme jej dále upravovat podobnými obraty jako v sekci 3.10. Proto zavedeme počáteční energii E_0, hmotu obálky dosvitu M analogicky vzorcům (3.62), (3.63). Za pomocí těchto substitucí přepíšeme poslední vzorec na tvar:

$$I = \frac{E_0 \mathcal{R}_0}{a \kappa_0 M} (\alpha^2 I_M) \frac{\Phi(\tau)}{\mathcal{R}^2(\tau)} \tag{4.28}$$

Toto je již specifická intenzita, kterou můžeme použit na přepočet podle vztahu:

$$I = \delta^3 I$$

Pozorovaná svítivost pak je

$$L = \frac{ac}{3} \int_S \delta^3 I \, \mathrm{d}S \tag{4.29}$$

rozepsána s označením

$$I = \frac{I_0}{a} \frac{\Phi(\tau)}{\mathcal{R}^2(\tau)}$$

ve tvaru

$$L(t) = \frac{2\pi c}{3} I_0 \int_0^{\pi/2} \Phi(\tau) \delta^{3+\kappa} \frac{\sqrt{1 - v^2 \sin^2\theta}}{(1 - v^2)^2} \sin\theta \, \mathrm{d}\theta \tag{4.30}$$

Meze pro θ odpovídají tomu, že pozorovatel vidí pouze přivrácenou stranu. Tento integrál platí pro jakoukoliv rychlost expanze. Z praktického hlediska jsou zajímavé pouze dva případy. První, odpovídající rychlosti zanedbatelné vůči rychlosti světla, jsme už řešili a odpovídá expanzi supernovy. Druhý případ je pro rychlosti jen nepatrně menší, než je rychlost světla. V takovém případě je $v \to 1$ a jednoduché úpravy vedou na vzorec

$$L(t) = \frac{2\pi c}{3} I_0 \int_0^{\pi/2} \Phi(\tau) \frac{(1-v^2)^{(\kappa-1)/2}}{(1-v^2\cos\theta)^{(3+\kappa)/2}} \sin\theta\cos\theta\,\mathrm{d}\theta \tag{4.31}$$

jež popisuje světelnou křivku dosvitu. Integrál v tomto řešení je poměrně složitý a nelze jej vyjádřit analyticky. Při označení

$$F(t) \equiv \int_0^{\pi/2} \Phi(\tau) \frac{(1-v^2)^{(\kappa-1)/2}}{(1-v^2\cos\theta)^{(3+\kappa)/2}} \sin\theta\cos\theta\,\mathrm{d}\theta \tag{4.32}$$

můžeme konečné řešení zapsat ve tvaru

$$L(t) = \frac{2\pi c}{3} \frac{E_0 \mathcal{R}_0}{a\kappa_0 M} (\alpha^2 I_M) F(t) \tag{4.33}$$

který je formálně velmi podobný analogickému vztahu pro supernovu. Veličiny τ, θ jsou měřeny v comoving systému. Tento způsob zápisu jasně ukazuje vliv jednotlivých částí řešení na světelnou křivku. Ke konkrétnímu řešení je třeba dále předpokládat tvar pozorované rychlosti obdobný jako u supernov:

$$v_f = \frac{T_0}{T_i} \frac{v_0}{1 + \tau/\tau_h} \tag{4.34}$$

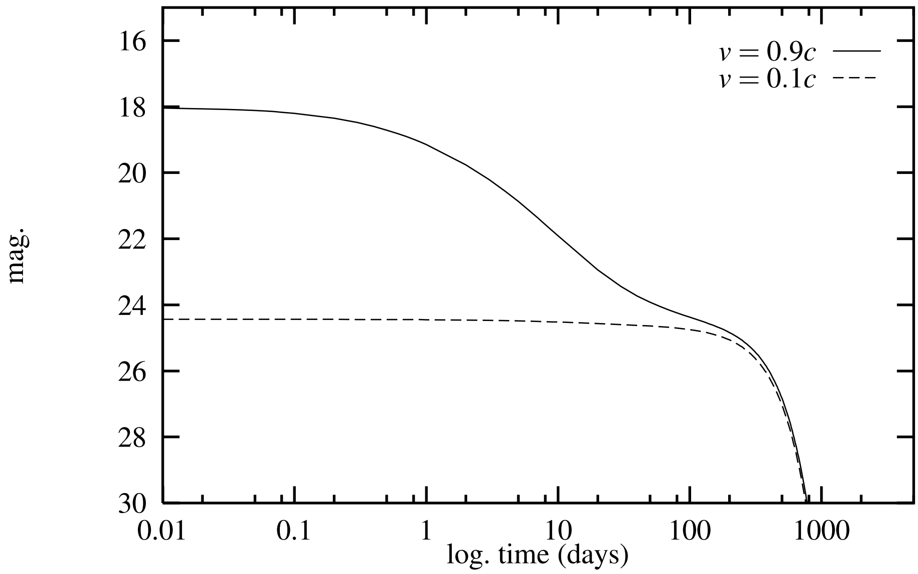
Jeho použití v předchozím vztahu vede ke tvaru světelné křivky vykreslené na obrázku 4.10.

Při praktickém použití těchto vzorců je nutné si uvědomit, že do všech vzorců dosazujeme čas τ a ne t, takže při výpočtu fotosférické rychlosti musíme řešit pro zvolené v_0 a θ implicitní rovnici:

$$\frac{v_0}{v_f} = 1 + \frac{(t-t_0)(1-v_f\cos\theta)}{\tau_h\sqrt{1-v_f^2}}$$

z níž získáme hodnotu v_f kterou můžeme použít ve vztahu na dosazení do $F[(t-t_0)(1-v_f\cos\theta)/(\tau_h\sqrt{1-v_f^2})]$.

Význam těchto posledních vztahů můžeme s použitím myšlenek, známých z přechozího studia supernov, snadno interpretovat. Světelná křivka, jak je zde popsána, vznikla jako výsledek expanze koule tvořená materiálem a splňující stavovou rovnici ideálního fotonového plynu (3.33). Takováto koule část svojí vnitřní energie spotřebuje v průběhu rozpínání a další část vyzáří tak, aby byl splněn zákon



Obrázek 4.10: Světelná křivka dosvitu s parametry podobnými jako u GRB 970508. Jasně jsou vidět tři rozdílné části. V první, těsně po začátku je magnituda přibližně konstatní, pak následuje skoro lineární pokles, který přechází s malým zaváháním do prudkého exponenciálního poklesu. Plná čára udává hodnoty pro $0.9c$, čárkovaná pak pro $0.1c$. V případě rozpínání obálek supernov proto můžeme relativistické zjasnění zcela zanedbat. Připomínáme, že tvar se značně liší od běžně kreslených křivek supernov, protože používáme logaritmické měřítko také na časové ose.

zachování energie. Obálka je tvořena materiálem, který nemá vlastní zdroje energie a jehož teplota tedy monotónně klesá. Také je nutné připomenout, že záření se v obálce šíří a do okolí vyzařuje difuzním přenosem a tedy odlišně, než je tomu například ve hvězdných atmosférách.

Protože jde ale o relativistické rozpínání rychlostmi jen nepatrně menšími než je rychlost světla, bude se světelná křivka takovéto koule silně lišit od světelné křivky objektu podobného supernově, ale neobsahujícího radioaktivní materiál. Rozdíl svítivostí v různých místech obálky daný rozpínáním silně deformuje tvar světelné křivky.

Hodí se připomenout základní vlastnosti supernov. Jde o velmi hmotné hvězdy na konci svého vývoje, kdy je ve hvězdě dostatek radioaktivního materiálu (řádově několik hmot Slunce). Energie potřebná na nastartování expanze je uvolněna při kolapsu hvězdy. Její velikost se odhaduje na hodnoty maximálně 10^{49} ergů. My pak pozorujeme objekty řekněme 10 – 20 magnitudy. U dosvitů je tomu poněkud jinak. Z předloženého modelu vidíme, že k vytvoření dosvitu je nutné, aby se rozpínala koule plynu o hmotnostech řádově Slunce, tak aby jsme mohli pozorovat dosvity, které mají průměrné pozorované svítivosti řekněme v rozsahu 15 – 25 magnitud. Přitom předpokládáme, že dosvity vznikají ve stejně vzdálených galaxiích, jako supernovy. Ve skutečnosti budou svítivosti ještě menší, protože provádíme jen horní odhad.

Svítivost dosvitu (i supernovy) je určena především počátečním poloměrem a druhou mocninou expanzní rychlostí. Pokud předpokládáme, že dosvity mají v průměru menší svítivosti, ale přitom o řád větší expanzní rychlost, můžeme z toho vyvodit, že dosvity mají podstatně menší počáteční poloměr než supernovy. Číselný odhad dává pro $v_0 = 0.9c$ zesílení svítivosti v důsledku relativistické expanze asi 10^2 a asi o 3 řády menší svítivost dosvitů vůči supernovám poměr počátečních poloměrů na 10^4, tj řádově stejné, jako Slunce. Tento objekt pak září díky mimořádné rychlosti tak jako celá galaxie.

Nevyřešenou otázkou zůstává lineární pokles jasnosti dosvitu s logaritmem času. Z grafu 4.10 a z dalších oddílů bude patrné, že odvozená křivka skutečně dobře popisuje pozorovaná data, ale není jasné, proč se z nekonečné množiny hodnot parametrů, jejich velikosti zrovna zkombinovaly tak, aby byl pokles dosvitu právě přímkový. Lze očekávat, že to bude souviset s nějakou zajímavou fyzikální vlastností dosvitů.

Hlavním důsledkem odvozených vztahů je fakt, že běžně pozorovaná světelná křivka dosvitu tvoří jen jistou část uplné světelné křivky, která je nám dosud skryta bud pro svoji ranou fázi nebo v případě, že se svítivost objektu ztratí v hostitelské galaxii.

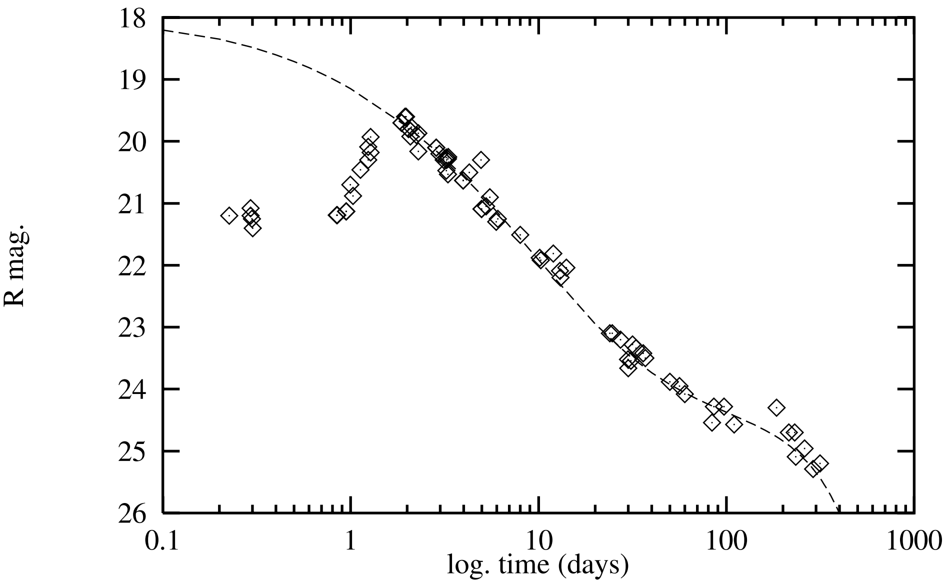
Důrazně upozorňujeme, že uvedená teorie se snaží popsat světelnou křivku dosvitu, ale žádným způsobem se ani nepokouší předpokládat mechanismus, který vedl ke gama záblesku a následně pak k dosvitu. Pro popsanou teorii jsou důležité pouze hodnoty některých počátečních parametrů, kupříkladu rychlost expanze. Záhadou proto pořád zůstává, co a proč vedlo k tak mohutnému ději, že byl schopen urychlit obrovské množství látky na relativistické rychlosti. Přesto se nám pravděpodobně podařilo alespoň částečně poodhalit tajemství dosvitů.

4.8. GRB 970508

Odvozený výraz pro světelnou křivku dosvitu se pokusíme aplikovat na pozorovanou křivku dosvitu po GRBu 970508. Tento dosvit je pravděpodobně nejlépe pozorovaný v celé tříleté historii pozorování dosvitů a proto jej použijeme jako reprezentativní případ. Navíc pouze pro tento záblesk existuje dostatečné množství obecně přístupných dat.

GRB 970508 se objevil 8.904 května UT 1997 a byl zachycen přístroji na družicích COMPTON a BeppoSAX, z jejichž přesné polohy se podařilo Bondovi (IAUC 6654) nalézt objekt na souřadnicích $\alpha = 06^{\mathrm{h}}\ 53^{\mathrm{m}}\ 49.2^{\mathrm{s}}$, $\delta = +79°\ 16'\ 19''$ (J2000.0), který nejprve pozvolna slábl, poté se náhle zjasnil a po tomto maximu již následoval obvyklý lineární pokles magnitudy.

Světelná křivka, složená z pozorování různých skupin publikováných v článku Garcia (1998), je vykreslena na obrázku 4.11 společně s proloženou křivkou, která byla získána numerickou integrací výrazu (4.33). Při prokládání teoretické závis-



Obrázek 4.11: Světelná křivka dosvitu po GRB 970508. Pozorovaná data mají statistické chyby srovnatelné s velikostí symbolů a jejich hodnoty proto nebyly vyneseny.

τ_0	3×10^4 dnů
τ_h	20 dní
t_0	2 dny
m_0	20.5 mag.
v_0	$0.90c$
κ	-1.1

Tabulka 4.2: Parametry světelné křivky dosvitu po GRB 970508. Všechny hodnoty mají chybu kolem 10%.

losti byly použity hodnoty parametrů uvedené v tabulce 4.2. Z napozorovaných dat jsou vidět tři rozdílné části světelné křivky: Do maxima, kdy teoretická křivka zvolna klesá, vykazují pozorované body konstatní chování s prudkým vzestupem do maxima asi o 1.5 magnitudy. V období asi 3 – 100 dní po záblesku ukazují obě křivky přibližně lineární pokles. V posledním období se pozorovaný pokles opět zpomalil stejně jako teoretická křivka. Další pozorování tohoto dosvitu nejsou známa. Kromě doby těsně po záblesku teoretická křivka velmi dobře popisuje pozorovaná data.

Pozorování dosvitů v době těsně po gama záblesku (do několika hodin) existuje pouze několik: po GBR 980508, GRB 990123, GRB 990510. Všechna tyto pozorování jsou vzájemně rozporuplná. Jen velmi těžko můžeme odhadnout, jestli v takovémto případě vůbec můžeme použít časovou závislost odvozenou pro supernovy. Pravděpodobně o tom nelze nic bližšího říct, bez podrobnějšího prozkoumání mechanizmu, který zahříval svítící látku těsně před maximem. Obecně lze asi jen udělat závěr, že za předpokladu platnosti odvozené teorie, byla předmaximová část křivky způsobena jiným fyzikálním procesem.

Představa je taková, že při gama záblesku, analogicky s našimi znalostmi o supernovách, vznikne rázová vlna, která stlačí látku. Ta má velkou hustotu a teplotu a zcela určitě v ní neplatí že tlak plynu převládá nad tlakem záření, jak jsme předpokládali. Proto ani neočekáváme, že bude námi odvozená křivka odpovídat pozorovaným datům. V podstatě jsou možné dva základní scénáře, buď dojde s rozpínáním k pozvolnému přechodu z dominance jednoho typu tlaku na druhý nebo k prudkému. Tomuto druhému by snad mohla odpovídat právě chování světelné křivky tohoto dosvitu.

Výskyt maxima by mohl vést k doměnce, že maximum, a celý průběh křivky, mohlo být způsoběno radioaktivním ohřevem tak, jak je tomu v případě supernov I. typu. Takováto představa vyžaduje sice izotop s poločasem rozpadu přibližně 1.5 dne, což je alespoň teoreticky možné, ale v takovém případě průběh teoretické křivky vůbec neodpovídá lineárnímu poklesu.

Za pozornost určitě stojí hodnota, která vyšla pro parametr $t = 2$ dny. A nesplňuje tedy očekávaný předpoklad, že jeho hodnota vyjde v mezích chyb nulová. Přitom se jedná o čas měřený na Zemi, tedy čas, který jsme nazývali časem pozorovatele. Přepočet do soustavy zdroje při $v_0 = 0.9c$ dává $\tau_0 = 2$ hodiny. V Závěru se pokusíme prodiskutovat možné spekulace, které lze z tohoto výsledku vyvodit.

Většina pozorování — Galama et al. (1998b) — nepřikládá zastavení lineárního poklesu po asi 100 dnech větší význam. V této době již šlo o velmi slabý objekt na spodní hranici viditelnosti i pro velké dalekohledy. Navíc se dosvit nacházel na pozadí galaxie, od jejíž povrchového jasu bylo nutné odečítat magnitudu dosvitu, což vnáší poměrně velkou chybu a přirozeně neumožňuje pozorovat velmi zesláblý dosvit. Teoretická křivka sice vykazuje podobné chování, a pravděpodobně se nejedná o o pozorovací chyby.

Z pozorovacího hlediska je přítomnost bodového (hvězdě podobného) objektu (jak se nám jeví dosvit se Země) na pozadí (jiného) difuzního objektu vážný problém. Pozorovaná jasnost dosvitu se získává tak, že se odečte součet pozorované intenzity od hodnoty pozadí ve stejné clonce. To je velmi sporný způsob v případě (typickém), že jas je po povrchu hostitelské galaxie rozložen nerovnoměrně. Kombinace různých metod určování jasností pak silně ovlivňuje přesnost pozorovaných dat a má vliv jak na chyby statistické, tak systematické. Nelze proto, zvláště u slabých objektů, očekávat, že by jejich přesnost byla dostatečná.

Prostřední část křivky ale velmi dobře reprodukuje napozorovaná data. Ve smyslu výše uvedené interpretace můžeme konstatovat, že světelnou křivku tohoto dosvitu způsobila koule velmi řídkého plynu o počátečním poloměru asi 20 astronomických jednotek rozpínající se rychlostí asi $0.9c$ do okolního prostoru. Jde o velmi řídký a plně ionizovaný plyn, který obsahuje jen zanedbatelné množství radioaktivního materiálu, pokud vůbec nějaký. Teplota byla mimořádně vysoká, řádově desítky až stovky tisíc stupňů. Lze očekávat, že tento objekt bude velmi svítivý i v krátkovlnější oblasti spektra. Přitom je ale třeba mít stále na paměti, že spektrální průběh dosvitů je zatím jen velmi špatně určen (jde o slabé objekty) a předpoklad, se kterým jsme počítali, že dosvit vyzařuje podobně jako absolutně černé těleso, je neověřená doměnka.

To, jestli dosvit vyzařuje jako absolutně černé těleso by mohlo ověřit spektroskopické pozorování. V článku Metzger (1997) je prezentováno pozorování spektra tohoto dosvitu přibližně 3 a 4 dny po gama záblesku, tedy v době maxima. Na získání spektra byl použit 10-metrový Keck II, bohužel silně zastíněný, protože dosvit se nacházel pouhých 25° nad obzorem. Přesto se podařilo pořídit spektrum s poměrně dobrým rozlišením. Spektrální index měl přibližně hodnotu $\kappa = -0.9 \pm 0.3$. Podařilo se zidentifikovat několik spektrálních čar a určit hodnotu $z > 0.835$. Uvedená hodnota spektrálního indexu je interpretována jako spektrum netermálního zdroje, ale přesto v rámci chyb souhlasí s námi odvozenou hodnotou. Spektrum bylo pořizováno v době maxima, kdy ještě pravděpodobně není látka dostatečně blízko termodynamické rovnováhy. Bohužel v době lineárního poklesu už informace o spektru chybí.

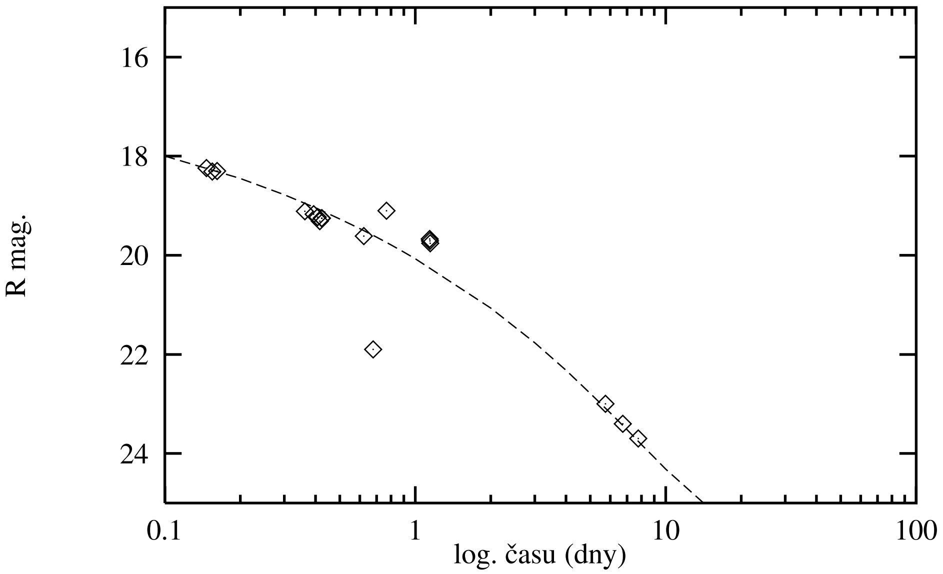
Pouze nepřímo a ve vizuální oblasti daný spektrální index potvrzují pozorování uvedená v Galama et al. (1998b), kde je uvedena závislost hodnoty spektrálního indexu κ na čase získaná pozorováním v B, V, R_c, I_c filtrech různými pozorovacími skupinami (viz tam citovaná literatura). Na základě těchto pozorování se podařilo určit časový vývoj κ tak, že od okamžiku záblesku do asi 2 dní po, index klesal z hodnoty –0.5 na hodnotu –1.2, na které pak setrval. Můžeme tedy konstatovat, že to odpovídá spektroskopickému pozorování uvedenému v předchozím ostavci a také našemu odhadu pro κ.

4.9. GRB 990510

Dalším příkladem je GRB 990510, který je o poznání méně prozkoumán. Přesto jej použijeme jako další příklad, protože má jako jeden z mála dosvitů poněkud méně fádní křivku, jako ostatní.

GRB 990510 se objevil 10.36743 května UT 1999 na pozici odvozené z fotometrických snímků: $\alpha = 13^h\ 38^m\ 07.62^s$, $\delta = -80°\ 29'\ 48.8''$ (J2000.0) a světelná křivka sestrojená na základě fotometrických pozorování v R oboru publikovaných v GCN cirkulářích je vynesena na obr.4.12. Jak je na vynesené křivce patrné, je fotometrická kalibrace některých pozorování poněkud nepřesná. Pozdejší publikace jsou uvedeny na základě překalibrovaných dat publikovaných v Harrison (1999).

Na obrázku 4.12 je kromě pozorovaných dat vynesena též teoretická křivka získaná postupem popsaným v oddílu 4.7. Rozptyl dat a taktéž kvalita odhadu parametrů světelné křivky není příliš veliká, ale je pozoruhodné, porovnáním tabulek 4.2 a 4.3, že ke úspěšnému popsání pozorovaných dat stačilo pouze změnit expanzní rychlost, určující jak moc je světelná křivka vertikálně roztažená (tedy její amplitudu) a nulovou hladinu magnitudy, změněnou pravděpodobně jiným počátečním vkladem energie. Za předpoladu stejné svítivosti a stejné extragalaktické extinkce



Obrázek 4.12: Světelná křivka dosvitu po GRB 990510. Všechna data byla získána z GCN cirkulářů. Některé jsou pochybné kvality (blíže v textu).

τ_0	3×10^4 dnů
τ_h	20 dní
t_0	2 dny
m_0	23.5 mag.
v_0	$0.97c$
κ	-1.1

Tabulka 4.3: Parametry světelné křivky dosvitu po GRB 990510. Všechny hodnoty mají chybu kolem 10%.

by ze změřené hodnoty z (na základě spektroskopických pozorování vychází hodnota 1.619 ± 0.002) měla být hodnota posuvu mezi nulovými hladinami asi 1.5 magnitudy. To sice přibližně odpovídá, ale jde jen o pouhou spekulaci, nikdo zatím nedokázal, že energie vstupující do expanze je u každého dosvitu stejná.

V cirkuláři GCN 323 (a později též v Harrison (1999)) je uvedena empirická, tj. dosud fyzikálně nepodložená, formule popisující pozorovaný tvar světelné křivky:

$$F_\nu(t) = [f_*(t/t_*)^{\alpha_1}][1 - \exp(-J)]/J$$

kde

$$J(t, t_*, \alpha_1, \alpha_2) = (t/t_*)^{\alpha_1 - \alpha_2}$$

a parametry mají hodnoty: $\alpha_1 = -0.88 \pm 0.02, \alpha_2 = -2.5 \pm 0.3, t_* = 1.55 \pm 0.05$

dnů. Takovyto způsob chování se vysvětluje v rámci modelů popisujících optické dosvity jako záření z široce rozevřených jetů a zlom ve světelné křivce jako okamžik, kdy došlo k chlazení materiálu jetu relativistickými elektrony.

Přítomnost relativisticky vyzařujících elektronů lze v astronomii často dokázat pomocí lineární polarizace radiového nebo optického záření. Pozorovaní dosvitu po GRB 990510 částečně potvrzuje že záření z povrchu dosvitu bylo polarizované. Data, která získal Covino (1999) vykazují lineární polarizaci v řádu 0.02 %, která je přibližně stejná, jako u supernov. V článku je zmíněno, že polarizace dosvitu je výrazně jiná, než polarizace okolních objektů a proto má pravděpodobně jiný původ než například polarizace pocházející z mezihvězdného prachu.

4.10. Relativistic fireball modely

Popsaný model patří do třídy tzv. "relativistic fireball" (česky snad označených jako "relativistická ohnivá koule") modelů. Představují modely, které vysvětlují světelné křivky gama záblesků (a tedy i dosvitů) jako časovou změnu svítivosti relativisticky se rozpínající koule plynu s velkou teplotou. Jednotlivé modely se liší časovou závislostí i mechanizmy uvolňování energie.

Optické studium gama záblesků je velmi bouřlivě se rozvíjející obor ve kterém se lze setkat s řadou protichůdných názorů nebo dohadů. Navíc nikdo v současnosti neví, co přesně je pravda a co jen hypotéza. Proto existuje několik myšlenkových směrů, propagujících svoje oblíbené hypotézy. Wheeler (1999) uvažuje nad hypotézou, že optická křivka je způsobena asymetrickou expanzí obálky supernovy. Celou situaci si představuje tak, že v okamžiku výbuchu je plyn v obálce ovlivněn silným dipólovým magnetickým polem centrálního kompaktního objektu (neutronová hvězda). To vede k tomu, že hmota není z obálky vyvržena sféricky symetricky, ale že se vytvoří dva kolimované svazky (jety) a v jejich důsledku deformuje světelná křivka obyčejné supernovy.

Klasický model tohoto typu je Mészáros a Rees (1994). Z úvah uvedených v tomto článku se odvíjí všechny ostatní modely, které později Mészáros, a někteří další, publikoval. Základem je relativisticky se pohybující množství blíže nespecifikovaného materiálu, která při svém pohybu narazí na nehomogenitu například v podobě mezihvězdné hmoty. Při takovémto ději vznikne relativisticky expandující bublina — relativistická obdoba rázové vlny — a přitom vzniká gama záblesk. Jak porucha expanduje, chladne a vyzařuje charakteristickou exponenciálně nebo mocninně klesající křivku (nemusí jít nutně o viditelné světlo). Tato křivka se pak má pozorovat jako gama záblesk nebo dosvit (v době napsání těchto prvních článků ještě ovšem neměl nikdo ani ponětí o objevu dosvitů). Tvar světelné křivky je dán především silnou deformací obálky, kterou sleduje pozorovatel.

Další článek na podobné téma publikovali Fenimore, Madras a Nayakshin (1996) ve kterém rozvinuli ideu, jak by z hlediska pozorovatele na Zemi byl vidět nekonečně krátky světelný puls postupně se objevující na kouli zdeformované relativistickou expanzí na elipsoid. Uvedný článek měl za cíl pokus o vysvětlení jistého typu pozorovaných časových průběhů u gama záblesků.

Poněkud jiným způsobem přistupuje k celé problematice Katz (1994) a to především použitým matematickým přiblížením než tomu bylo u předchozích modelů.

Velmi pěkný model popisující kromě relatistické expanze i hydrodynamiku takové bubliny je Piran, Shemi a Narayan (1993). V článku je numericky spočteno řešení pro šíření takové relativistické bubliny, ale bohužel řešení není dovedeno do úplného konce. V článku nejsou obsaženy tvary světelných křivek ale pouze řešení hydrodynamických rovnic, tedy průběhy rychloti, hustoty atd.

Model, který se principialně nejvíc podobná svým charakterem i myšlenkou, s výše popsaným modelem, je Gruzinov a Waxman (1999). Základem tohto modelu je expandující rázová vlna, která se chladí vyzařováním synchrotronního záření. Jsou odvozeny světelné křivky a polarizace záření, které by jsme měli pozorovat. Tento model není porovnáván s žádnými experimentálními daty.

Všechny popsané modely mají společných několik věcí. Všechny jsou schopné vysvětlit světelné křivky. Všechny uvažují kosmologické vzdálenosti gama záblesků. Jako proces, který emituje záření jsou považován Comptonův rozptyl, sychrotronové záření, případně jiný proces známý z pozemských laboratoří související nějakým způsobem s emisí gama záření. Dále všechny tyto modely počítají s existencí rázových vln sloužící na urychlení nebo zahřátí látky. S tím souvisí také to, že všechny tyto modely jsou buď velmi aproximativní nebo numerické, protože analytické řešení pohybu rázových vln zatím není známo viz Landau, Lifšic (1988).

Model popsaný v této práci se od uvedených v mnohém liší. Především zde byl úplně zanedbán vliv rázových vln. Podle tohoto modelu, shodně s všeobecnými názory na hydrodynamiku supernov, zde rázové vlny slouží pouze na urychlení a stlačení materiálu obálky v počáteční krátké fázi do maxima a po tomto období už lze jejich vliv na pozorovaný dosvit uplně zanedbat. Takovýto přístup k řešení umožnil úplně vypustit komplikované numerické řešení rovnic rázových vln a omezil se na analytické metody.

Další rozdíl tohoto modelu spočívá v časové závislosti svítivosti objektu v jeho klidové souřadné soustavě. Všechny ostatní teorie pouze předpokládají, bez hlubšího fyzikálního podkladu, svoje oblíbené časové závislosti ve tvaru Gaussovky nebo křivky podobného tvaru. Naproti tomu zde byl použit jistý konkrétní model (3.49) založený na předpokladu, že materiál při svě expanzi splňuje zákon zachování energie. Časová změna klidové svítivosti je základní fyzikální vlastností bez jejíž znalosti bychom pozorované světelné křivky správně nepopsali. Z předchozích úvah by mělo být jasné, že v případě časově neproměnného povrchového jasu bychom časově proměnnou světelnou křivku nedostali.

4.11. Late SN modely

Zcela odlišným typem modelů snažících se vysvětlit světelné některé z rysů křivek dosvitů jsou modely typu “opozděná světelná křivka”.

V poslední době získaly na popularitě modely, které vysvětlují “hrb” pozorovaný v konečných stádiích dosvitu (například 200 – 500 dní po záblesku GRB 970508) jako "late SN". Podle nich vznikne někdy v čase kolem gama záblesku supernova, která má maximum právě v době, kdy se na křivce objevuje "hrb". K této hypotéze samozrejmě nejvíc důvodů zavdala poziční koincidence mezi SN 1998bw a GRB 980425, ale existuje řada prací na podobné téma, popisující podobné chování i v ostatních případech.

Například v článku Reichart (1999) je podrobně popsán postup, hypotéza, na základě kterého je z 2 až 3 bodů (!) dosvitu po GRB 970228 konstruován posun světelné křivka SN 1998bw tak aby objasnil pozdější "hrbol" na světelné křivce dosvitu. Nejde tedy o model celé světelné křivky, ale jen jisté části její pozdní fáze.

KAPITOLA 5.

ZÁVĚR

Fakta jsou pro vědce nezajímavá,
pokud nepřispívají k teoriím
a k zobecňování.
V. Wigglesworth (1899 – 1994),
fyziolog hmyzu

V duchu této Wigglesworthovy zásady se nesl celý tento text. Astronomie gama záblesků je v současnosti explozivně se rozvíjející obor stejně tak jako obálky dosvitů a není vůbec jednoduché se v něm, ani pro specialistu, vyznat. Nové myšlenky a teorie vznikají rychleji, než je může někdo sledovat. Pozadu nezůstávají ani pozorování a tak je informací různého typu i druhu nadbytek. Na to, abychom se v tomto množství dat vyznali, musíme si začít tvořit model jevu, se kterým máme co dočinění.

V této práci jsem se pokusil navrhnout takový model, který se pokouší vysvětlit světelné křivky dosvitů, ale ne vlastních gama záblesků, z jednotného hlediska rovnoměrně relativisticky expandující koule tvořené ideálním plynem, ve kterém dominuje tlak záření nad tlakem plynu tak, jak je tomu u supernov, jejímž pozměněním se tento model zrodil. Je ukázáno, že takováto představa svítící hmoty, ať už hmota vznikla z čehokoliv, dobře popisuje mocninný pokles, jak je vidět z obrázku 4.11. V následné diskuzi je probráno, na co lze z takovéhoto modelu usuzovat a také jsou částečně diskutovány vlastnosti, které lze vydedukovat. V duchu slov Wigglesworthа pak můžeme provádět různé úsudky pozorovacích datech.

Na tomto místě si autor dovolí subjektivně posoudit, co je v této práci nového, tak jak si to žádá dobrý mrav. V úvodu je velmi stručně nastíněno, o co kolem dosvitů jde tak, jak se to autorovi zhruba jeví. Tabulka 1.1 je zkompilována ze stránky J. Greinera a IAUC. Úvodní kapitola by potřebovala ještě nějakou práci. Ve druhé kapitole je v češtině shrnut obsah článků, které autor publikoval společně s kolegy.

Kapitola věnovaná světelným křivkám supernov vychází z prací Arnettových. Při odvozování autor vychází z poněkud jiných postulátů než Arnett. Zde je vycházeno z hydrodynamických rovnic ve spojení s rovnicí pro změnu entropie oproti původnímu prvnímu termodynamickému zákonu. Nicméně oba postupy jsou při dějích odehrávajících se v obálce supernovy ekvivalentní. Z matematického hlediska je čistější vycházet z úplných rovnic hydrodynamiky, avšak z hlediska prvního termodynamického zákona jde o podstatně názornější pohled. Jsou zde (pokud je autorovi známo) nově odvozeny vztahy vedoucí k výpočtu teploty obálky. Je zde uvedeno nové aproximativní řešení a též uvedena aplikace teorie na světelnou křivku konkrétní supernovy. Výraz pro fotosférickou rychlost je zde odvozen pravděpodobně úplně poprvé.

Kapitola o světelných křivkách dosvitů je napsána zcela samostatně bez jakýchkoliv vodítek. Experimentální údaje jsou získány v převážné většině z GCN (The GRB Coordinates Network). O relativistických změnách svítivosti a o geometrii je pojednáno v řadě pracích. Nově jsou odvozeny výrazy pro plošné elementy povrchu relativistické koule a ilustrační obrázky. Dále pak jádro této práce: Integrály v nich je vypočtena světelná křivka dosvitu a její použití společně s fotosférickou rychlostí. Tyto vzorce umožnily zcela nové výsledky při popisu světelných křivek dosvitů. Uvedené vztahy pravděpodobně zatím nikdo jiný nepoužil, i když řada prací obsahuje velmi podobné myšlenky.

V dodatku jsou pak z jednotného hlediska spinorového počtu odvozeny všeobecně známé vztahy. Takovéto odvození neobsahuje žádná ze známých základních příruček teorie relativity.

Nicméně z textu by ve většině případů, bez podrobnějšího zkoumání, mělo být přímo patrné, jestli jde o převzatou nebo původní informaci. Prakticky bez vyjímky platí pravidlo: pokud není výslovně uveden zdroj informací, jde o původní výsledek. Jako každé všeobecné pravidlo ma i toto řadu vyjímek.

Dále se pokusíme upozornit na některé zajímavé nevyřešené problémy. Stále otevřený (i když v rozporu s tím, co bylo řečeno výše) je problém korelací mezi supernovami a gama záblesky. Řada badatelů o takové spojitosti uvažuje, a to právě z důvodů zpozorování SN 1998bw v těsné blízkosti přesné polohy udané pro GRB 980425 a navíc v čase, kdy lze zpozorování dosvitu očekávat. Nicméně tento "dosvit" neměl žádné jiné charakteristiky shodné s ostatními dosvity (například spektrum nebo světelnou křivku).

V úvodu v tabulce 1.1 jsou uvedeny některé vlastnosti dosvitů. Vidíme, že kromě jediného případu, se dosvit pozoroval na pozadí nějaké galaxie. Navíc v poměrně těsné blízkosti jejího jádra. Na základě těchto faktů usuzujeme na jasnou závislost mezi polohou galaxí a gama záblesku. Korelace mezi nimi je nesporná neboť pravděpodobnost že náhodně padne 6 gama záblesků na pozadí galaxie (zabírající několik obloukových vteřin, tedy řádově 10^{-10} srad) je mimořádně malá

(10^{-60}).

Přesto může být v našich závěrech závažná chyba. V případě, že existuje přímá souvislost mezi galaxiemi a gama záblesky a přitom víme, že galaxie jsou po obloze rozloženy nerovnoměrně (sdružují se například do kup galaxií), musíme nutně předpokládat, že gama záblesky jsou po obloze rozloženy též nerovnoměrně. To je ale v prudkém rozporu s pozorováními. Ty jasně naznačují (Fishman and Meegan (1995)), že rozložení gama záblesků je naprosto rovnoměrné. Ovšem i proti tomuto potvrzení existuje vcelku jednoduchý protiargument. Přesnost pozorování poloh většiny gama záblesků je velmi malá (řadově několik stupňů nebo hůře), což malé fluktuace v polohách galaxií účinně smaže[1] a proto očekáváme, že tyto fluktuace v rozložení gama záblesků po obloze existují ale zatím jsou mimo možnosti naší pozorovací techniky.

Poslední sloupec v tabulce 1.1 udává vzdálenost dosvitu od jádra hostovské galaxie. Pravděpodobně jde z několika důvodů o velmi přibližný údaj. Jádro je určováno jako fotometrické těžiště dané galaxie. To může být velmi nepřesné, v případě slabé galaxie bez výrazného jádra. I přesto lze usoudit, že gama záblesky pravděpodobně nekoincidují s jádry galaxií. Na druhé straně, porovnání vzdáleností od jádra u dosvitů a u supernov (v legendě k tabulce zmiňované 1998bw) ukazuje, že dosvity leží výrazně blíže ke středu galaxií než supernovy. Nicméně kvalita a přesnost pozorování není zatím taková, aby dokázala nebo vyvrátila myšlenky uvedené v tomto odstavci a proto výše uvedené argumenty není nutné brát příliš vážně.

Zůstává ale řada otázek nevyřešených. Především není úplně jasný význam a důsledky, které plynou ze spektra dosvitu. To by zřejmě pomohlo vyřešit řadu sporných otázek. Dosavadní pozorování ukazují jen hrubé spektrální rysy, pravděpodobně není spektrum důsledkem pouze jednoho fyzikálního procesu.

Srovnání tohoto modelu s ostatními modely tohoto typu ukazuje, že jde na rozdíl od nich o přesné analytické řešení bez započítání vlivu rázových vln a s použitím jiné časové závislosti klidové svítivosti materiálu dosvitu na jeho povrchu.

Velmi zajímavý problém je předpoklad tohoto modelu o stavové rovnici popisující chování látky v dosvitu. Záhadou je, proč, když jsme použili stavovou rovnici pro ideální fotonový plyn, naše výpočty vůbec odpovídají realitě a přitom by podle pozorovaného průběhu spektra takovéto přiblížení vůbec fungovat nemělo.

Samozřejmě, že je jedním z nejzajímavějších problémů, který ale nebyl v této práci zmíněn, problém hostitelských galaxií, na jejichž podkladu byly pozorovány skoro všechny dosvity. Jde především o určování jasnosti dosvitu na pozadí dané galaxie a také není jasná souvislost mezi mezi charakterem hostitelských galaxií a vzdáleností mezi jádrem takovéto galaxie a polohou dosvitu. To by mohl být klíč k řešení fyzikálních vlastností gama záblesků v mezích dnešní pozorovací techniky.

Pozorování dosvitů s hostitelskými galaxiemi je jen jedna stránka věci. Další

[1] Autor této práce je poněkud krátkozraký. Když si sejme brýle z očí vidí hvězdy jako kotoučky o průměru asi 2° a má tedy větší rozlišovací schopnost než BATSE. Proto mohl, přestože jsou hvězdy na obloze rozloženy nesporně nerovnoměrně, spatřit podstatně rovnoměrnější rozložení hvězd než jaké ve skutečnosti je a blízké hvězdy prostě vůbec nerozezná.

stránka celé věci je skutečnost, že z 24 do dnešní doby určených přesných poloh gama záblesků v pouhých 9 případech došlo k objevu dosvitu. V ostatních nebyl vůbec zidentifikován jakýkoliv optický protějšek. Jistá část těchto pozorování pravděpodobně nebyla takové kvality a použité přístroje neměly dostatečný dosah na to, aby zachytily dosvit a u další části pozorování můžeme očekávat, že se k nám světlo nedostalo díky silné mezihvězdné absorbci v prachu a plynu v mateřské galaxii.

Při analýze světelné křivky dosvitu po GRB 980508 jsme narazili na problém toho, že počátek světelné křivky je zpožděn o několik hodin za okamžikem gama záblesku počítano v systému spojeném s expandující obálkou. Z toho můžeme vyvodit několik závažných závěrů. Především je příznivá zpráva, že je tento okamžik zpožděn za gama zábleskem. Můžeme spekulovat, že v okamžiku gama záblesku vznikla rázová vlna, která stlačila a zahřála materiál, ze kterého se později vytvořil dosvit. Musel to být ale proces zcela odlišný od podobného děje v supernovách, neboť při něm vzniká nezanedbatelné množství tvrdého záření, které by podle difuzního času pro fotony (asi 3 tisíce dní) mělo mít podstatně větší zpoždění, nebo by alespoň nemělo předcházet dosvitu.

Informace o gama záblescích a dosvitech jsou prozatím velmi kusé, nicméně na základě toho, že nejprve pozorujeme gama záblesk a relativně dlouho po té dosvit, nabízí myšlenku toho, že oba úkazy nemusí nutně odpovídat témuž jevu nebo mohou být způsobeny odlišnými fyzikálními procesy, což odpovídá současným představám o interních a externích rázových vlnách, které způsobují pozorované skutečnosti. K tomu, abychom to mohli definitivně potvrdit bude třeba podrobné analýzy celého spektra od TeV do radiových vln a velké kupy papíru.

PŘÍLOHA A.

POPIS RELATIVISTICKÝCH POHYBŮ

První vědecký článek zabývající se relativistickými pohyby zdrojů a oznamující výsledky několikaletého interferometrického pozorování radioteleskopy na velkých základnách, kompaktních rádiových zdrojů je Cohen (1971). V tomto článku je prezentováno pozorování jader kvasarů a je ukázáno, že v jejich těsném okolí se objevují svítící zdroje, které se jeví tak, jako by byly vyvrženy z jádra a pohybovaly se nadsvětelnou rychlostí. Vykreslení izofot těchto zdrojů ukázalo, že nejen tyto objekty, ale i samotné jádro je silně deformované v jednom směru.

Podrobnější rozbor popsaný v článku Kellerman (1981) ukázal, že případnou nadsvětelnou rychlost nelze bez dodatečných předpokladů vysvětlit pozorovacími chybami (a to jak statistickými, tak metodickými) a je třeba uvažovat o jiném řešení. Vzniklo několik zajímavých teorií, jejichž přehled lze získat například v Kellerman (1981), mezi nejzajímavější patří: pohyb tachyonů, světelné echa ("prasátka"), gravitační čočkování nebo hrubá chyba v určování vzdáleností. Protože každý takovýto experiment podrobuje významné zkoušce také teorii relativity (v tomto případě speciální) je jeho vysvětlení z teoretického hlediska obvzláště zajímavé.

Nadsvětelná rychlost vzniká tehdy, když nevhodně interpretujeme pozorovací data nebo nerozlišujeme některé důležité věci. Experimentálně lze například pozorovat vzdalování jistého objektu od jádra 3C 273 viz Pearson et al.(1981). Z obrázku, publikovaném v tomto článku, lze zjistit, že jádro kvasaru a objekt měly v následujících epochách takovéto vzájemné úhlové vzdálenosti: 1977.5 – 5.6 mas[1], 1980.5 – 7.8 mas. Na základě předpokladu, že jde o rovnoměrný pohyb dostáváme úhlovou rychlost $\omega = 0.73$ mas/rok. Ze známého rudého posuvu 3C 273: $z = 0.16$ a použití současně uznávané hodnoty Hubbleovy konstanty $H_0 = 75$ (km/s)/Mpc,

[1] 1 mas (mili-arcsecond) $\equiv 0.001''$

spočteme vzdálenost kvasaru na D = 650 Mpc. Rychlost, kterou pak odvodíme z pozorování dostáváme jako $v = \omega D \approx 7c$. Vypočetli jsme tedy nadsvětelnou rychlost.

A.1. Spinory

16. října 1843 přišel W. Hamilton na jednoduchý vztah, který umožňuje zavést účinný matematický aparát k popisu skládání rotací geometrických objektů v prostoru MTW (1973). Podařilo se mu zobecnit pojem komplexního čísla na 4-rozměrný prostor pomocí čísel označovaných jako kvarteriony. Podobně jako komplexní čísla zapisujeme ve tvaru

$$Z = x + \mathrm{i}y$$

pro které platí podmínka

$$\mathrm{i}^2 = -1$$

zavedl Hamilton kvarteriony jako

$$X = t + \mathbf{i}x + \mathbf{j}y + \mathbf{k}z$$

podmínkami

$$\mathbf{i}^2 = \mathbf{j}^2 = \mathbf{k}^2 = \mathbf{i}\mathbf{j}\mathbf{k} = -1$$

mezi jednotlivými složkami kvarterionů. V současné době se toto značení běžně nepoužívá. K popisu rotací se užívá spinorového formalizmu dobře propracovaného v kvantové mechanice a z relativistického hlediska dobře popsané například v MTW (1973). Místo složek $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ se používají Pauliho spinové operátory následujícím způsobem

$$\mathsf{X} = t + \mathbf{x} \cdot \sigma \tag{A.1}$$

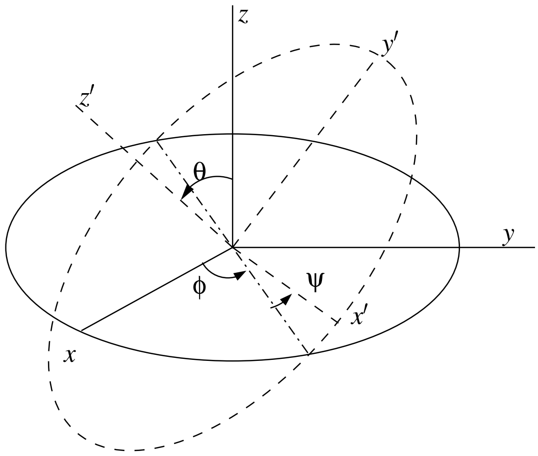
$$\mathsf{X} = t + x\sigma_x + y\sigma_y + z\sigma_z = \begin{pmatrix} t+z & x-\mathrm{i}y \\ x+\mathrm{i}y & t-z \end{pmatrix} \tag{A.2}$$

kde:

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \mathrm{i}\,\mathbf{i}, \quad \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -\mathrm{i} \\ \mathrm{i} & 0 \end{pmatrix} = \mathrm{i}\,\mathbf{j}, \quad \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = \mathrm{i}\,\mathbf{k} \tag{A.3}$$

X obsahuje složky obyčejného čtyřvektoru $X = (t, x, y, z)$ a jde o spinor. Lorentzova transformace je určena operátorem L:

$$\mathsf{L} = \cosh(\alpha/2) + (\mathbf{n} \cdot \sigma)\sinh(\alpha/2) = \exp(\alpha \cdot \sigma/2) \tag{A.4}$$



Obrázek A.1: Úhly rotace.

Funkce $\sinh(\alpha/2)$ a $\cosh(\alpha/2)$ označují běžné transformace rychlosti

$$\begin{aligned} 1/\sqrt{1-v^2} &= \cosh\alpha \\ v/\sqrt{1-v^2} &= \sinh\alpha \\ v &= \tanh\alpha \end{aligned} \tag{A.5}$$

kde v je rychlost vyjádřená v jednotkách rychlosti světla, tj $c = 1$. Pro transformaci mezi vzájemně se pohybujícími souřadnými soustavami proto můžeme použít vztah

$$\mathsf{X}' = \mathsf{L}\mathsf{X}\mathsf{L}^\star$$

který platí pouze pokud jsou osy systémů nad kterými se provádí transformace rovnoběžné. Operace označená jako $\star$ odpovídá transponování a komplexnímu sdružení:

$$\mathsf{L}^\star \equiv \overline{\mathsf{L}^T}$$

V případě, že jsou vůči sobě systémy libovolně natočené, je nutné užít celou původní Hamiltonovu ideu. Obecný rotační operátor má tvar

$$\mathsf{R} = \cos(\theta/2) - \mathrm{i}(\sigma\cdot\mathbf{n})\sin(\theta/2) = \exp[-\mathrm{i}(\theta/2)(\sigma\cdot\mathbf{n})] \tag{A.6}$$

kde θ je úhel otočení a $\mathbf{n} = (\cos\alpha, \cos\beta, \cos\gamma)$ je jednotkový vektor udávající směr osy otočení a úhly α, β, γ jsou úhly mezi osou otočení a souřadnicovými osamy. Často nabývají směrové vektory pouze hodnot 0,1 neboť provádíme transformace kolem souřadnicových os.

Transformace mezi vektory v původní souřadné soustavě X a otočené soustavě X' je pak dána vztahem:

$$\mathsf{X}' = \mathsf{R}\mathsf{X}\mathsf{R}^\star$$

Matici R lze snadno po jednoduchých úpravach zapsat v ekvivalentním tvaru

$$\mathsf{R} = \begin{pmatrix} \cos\frac{\theta}{2}\cdot e^{i(\phi+\psi)/2} & \sin\frac{\theta}{2}\cdot e^{-i(\phi-\psi)/2} \\ -\sin\frac{\theta}{2}\cdot e^{i(\phi-\psi)/2} & \sin\frac{\theta}{2}\cdot e^{-i(\phi+\psi)/2} \end{pmatrix} \tag{A.7}$$

Význam jednotlivých úhlů je patrný z obrázku Obr. A.1.

Obecná Lorentzova transformace je pak dána složením obou základních

$$\mathsf{T} = \mathsf{L}\,\mathsf{R} = \exp[(\alpha - i\theta\mathbf{n})\cdot\sigma/2] \tag{A.8}$$

která již popisuje naprosto obecnou transformaci.

Transformované složky čtyřvektoru ve vztahu

$$\mathsf{X}' = \mathsf{T}\,\mathsf{X}\,\mathsf{T}^{\star} \tag{A.9}$$

dostaneme zpětně pomocí následující transformace:

$$t = \frac{1}{2}(\mathsf{X}_{11} + \mathsf{X}_{22}) \tag{A.10a}$$

$$x = \frac{1}{2}(\mathsf{X}_{12} + \mathsf{X}_{21}) \tag{A.10b}$$

$$y = i\frac{1}{2}(\mathsf{X}_{12} - \mathsf{X}_{21}) \tag{A.10c}$$

$$z = \frac{1}{2}(\mathsf{X}_{11} - \mathsf{X}_{22}) \tag{A.10d}$$

která platí jak pro souřadnice před transformací, tak po ní, tedy jak pro čárkované, tak pro nečárkované veličiny.

Některé vlastnosti spinorů Velikost čtyřvektoru lze vypočíst z jeho skalárního součinu se sebou samým. Například velikost dvou dimenzionálního vektoru $\mathbf{x} = t\,\mathbf{i} + x\,\mathbf{j}$) se vypočte jako:

$$\mathbf{x}\cdot\mathbf{x} = t^2\,\mathbf{i}^2 + x^2\,\mathbf{j}^2 = t^2 + x^2$$

Přesně stejné výsledky musíme dostat i v případě, že nepoužíváme standardní vektorový počet, ale vyjádření pomocí spinorů (fyzikální veličiny nezávisí na volbě matematického formalismu). Pokus o analogický výpočet ale skončí krachem neboť pokud zvolíme $X = (t, x, 0, 0)$ máme

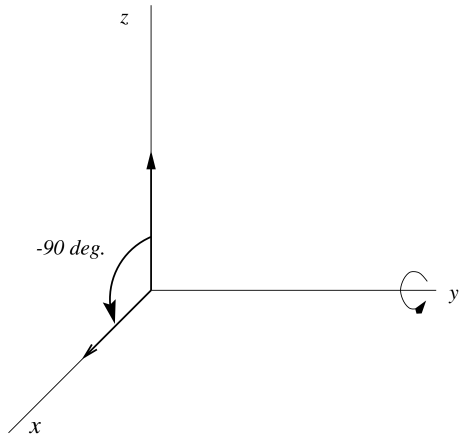
$$\mathsf{X} = \begin{pmatrix} t & x \\ x & t \end{pmatrix}$$

a *nesprávný* skalární součin vede k výsledku

$$\mathsf{X}\cdot\mathsf{X} = (t + x\sigma_x)(t + x\sigma_x) = t^2 + tx\sigma_x + tx\sigma_x + x^2\sigma_x^2 =$$

$$= t^2 + tx\sigma_x + tx\sigma_x + x^2$$

který ovšem $\neq t^2 + x^2$ a neodpovídá tedy obyčejnému kvadrátu. Jak vidíme, členy s σ jsou navíc. Vyřešit tento problém se podařilo Dirakovy (Dirak (1930)).



Obrázek A.2: Rotace v prostoru. Počáteční vektor ve směru osy z je otočen o 90° kolem osy y v záporném smyslu.

A.2. Použití spinorů

Na první pohled se může zdát použití spinorů zbytečná komplikce, ale neexistuje jiný obecně použitelný aparát, který by z jednotného hlediska umožňoval používat současně transformaci rotace i Lorentzovu transformaci.

Rotace v prostoru Jednoduchý případ použití spinorů je rotace v prostoru. Představme si situaci zobrazenou na obrázku A.2. Zde je čtyřvektor X se složkami

$$X = (0, 1, 0, 0)$$

tedy prostorová část tohoto vektoru směřuje podél osy x a je totožná s vektorem $\mathbf{i}$ v kartézké bázi. Z tohoto vektoru vypočteme spinor

$$\mathsf{X} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Máme za úkol otočit tento vektor kolem osy y v rovinně xz o $-90°$. Otočení můžeme provést pomocí rotačního operátoru ve tvaru

$$\mathsf{R} = \begin{pmatrix} \cos\frac{\theta}{2} & -\sin\frac{\theta}{2} \\ \sin\frac{\theta}{2} & \cos\frac{\theta}{2} \end{pmatrix}$$

platící tedy pro $\phi = \psi = 0$ a $\theta = 90°$. Z $\mathsf{X}' = \mathsf{R}\mathsf{X}\mathsf{R}^{\star}$ tedy dostáváme

$$\begin{pmatrix} \cos\frac{\theta}{2} & -\sin\frac{\theta}{2} \\ \sin\frac{\theta}{2} & \cos\frac{\theta}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\frac{\theta}{2} & \sin\frac{\theta}{2} \\ -\sin\frac{\theta}{2} & \cos\frac{\theta}{2} \end{pmatrix}$$

pro výsledek

$$\begin{pmatrix} z' & x' - \mathrm{i}y' \\ x' + \mathrm{i}y' & -z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sin\theta & \cos\theta \\ \cos\theta & \sin\theta \end{pmatrix}$$

z takto určeného X' snadno dostaneme prostorové složky vektoru použitím (A.10a) hodnoty

$$\mathbf{X} = (0, 0, \cos\theta, -\sin\theta) \stackrel{\theta=-\pi/2}{=} (0, 0, 0, 1)$$

jak očekáváme. Otočení přitom bylo v záporném směru úhlu θ. Časovou souřadnici nemusíme volit rovnu nule. Analogický postup s nenulovým t by vedl ke stejnému výsledku a rovnosti času původního a transformovaného. Čisté prostorové rotace nemění hodnoty časových souřadnic.

Lorentzova transformace Velmi jednoduché je použití spinorového formalismu v případě základní Lorentzovy transformace, kdy se zajímáme o hodnoty souřadnic a časů ve vzájemě se rovnoběžně pohybujících souřadnicových soustavách. V tomto případě dostáváme pro trasformaci složek čtyřvektoru v souřadné soustavě K

$$(t, x, y, 0) \qquad \rightarrow \qquad \begin{pmatrix} t & x - \mathrm{i}y \\ x + \mathrm{i}y & t \end{pmatrix}$$

do soustavy K' pohybující se podél osy x rychlostí v transformační matici

$$\mathsf{L} = \begin{pmatrix} \cosh\alpha/2 & \sinh\alpha/2 \\ \sinh\alpha/2 & \cosh\alpha/2 \end{pmatrix}$$

podle rovnice $\mathsf{X}' = \mathsf{L}\,\mathsf{X}\,\mathsf{L}^\star$

$$\mathsf{X}' = \begin{pmatrix} \cosh\frac{\alpha}{2} & \sinh\frac{\alpha}{2} \\ \sinh\frac{\alpha}{2} & \cosh\frac{\alpha}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t & x - \mathrm{i}y \\ x + \mathrm{i}y & t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cosh\frac{\alpha}{2} & \sinh\frac{\alpha}{2} \\ \sinh\frac{\alpha}{2} & \cosh\frac{\alpha}{2} \end{pmatrix}$$

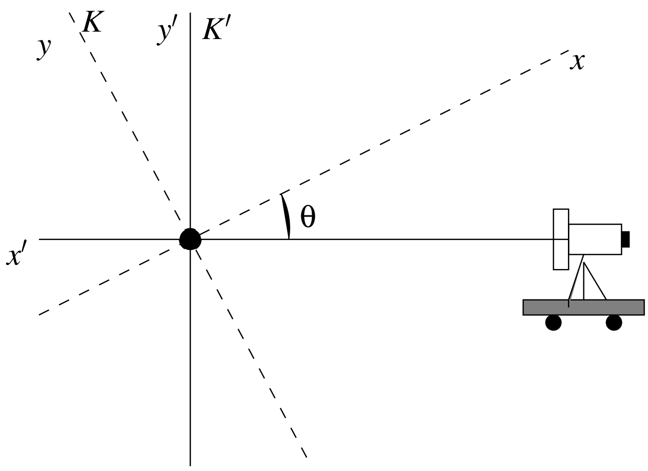
dostáváme spinor a z něj čtyřvektor

$$\begin{pmatrix} t\cosh\alpha + x\sinh\alpha & t\sinh\alpha + x\cosh\alpha - \mathrm{i}y \\ t\sinh\alpha + x\cosh\alpha + \mathrm{i}y & t\cosh\alpha + x\sinh\alpha \end{pmatrix} \rightarrow$$

$$\rightarrow \quad (t\cosh\alpha + x\sinh\alpha, t\sinh\alpha + x\cosh\alpha, y, 0)$$

a nakonec známé vztahy:

$$\begin{aligned} t' &= \frac{t - vx}{\sqrt{1 - v^2}} \\ x' &= \frac{x - vt}{\sqrt{1 - v^2}} \\ y' &= y \\ z' &= 0 \end{aligned}$$



Obrázek A.3: K Lorentzově transformaci otočených souřadnic. Pohybující se pozorovatel je symbolizován vlakovým vagonem.

Prostorová souřadnice x a čas t se mění ve směru pohybu. Kolmá souřadnice y zůstává nezměněna. Analogický výpočet s nenulovým z by vedl k očekávanému závěru, že také druhá kolmá souřadnice zůstává zachována.

Lorentzova transformace otočených souřadnic Dalším krokem je složení obou předchozích transformací.

Předpokládejme, že objekt je ve své souřadné soustavě K v klidu a pozorovatel, který své souřadnice měří vůči soustavě souřadnic K', se vůči objektu pohybuje libovolnou rychlostí v a navíc jsou osy souřadnic obou systémů otočené o úhel θ v rovině xy (tj kolem osy z) měřený vůči K tak, jak je naznačeno na obrázku A.3. V takovém případě je obecný tvar čtyřvektoru souřadnice a odpovídající spinor ve tvaru

$$(t,x,0,0) \qquad \rightarrow \qquad \begin{pmatrix} t & x \\ x & t \end{pmatrix}$$

Transformační matice popisující vztah mezi souřadnicemi spinoru X a spinoru X' je podle vztahu (A.8)

$$\mathsf{T} = \mathsf{L}\,\mathsf{R} = \begin{pmatrix} \cosh\alpha/2 & \sinh\alpha/2 \\ \sinh\alpha/2 & \cosh\alpha/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\theta/2 & \sin\theta/2 \\ -\sin\theta/2 & \cos\theta/2 \end{pmatrix}$$

a výsledkem jejich vynásobení je spinor

$$\mathsf{T} = \begin{pmatrix} \cosh\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\theta}{2} - \sinh\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\theta}{2} & \cosh\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\theta}{2} + \sinh\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\theta}{2} \\ \sinh\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\theta}{2} - \cosh\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\theta}{2} & \sinh\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\theta}{2} + \cosh\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\theta}{2} \end{pmatrix}$$

jehož použití v rovnici $\mathsf{X}' = \mathsf{T}\mathsf{X}\mathsf{T}^\star$ dává

$$\mathsf{X}' = \begin{pmatrix} t\cosh\alpha - x\sinh\alpha\cos\theta + x\sin\theta & t\sinh\alpha - x\cosh\alpha\cos\theta \\ t\sinh\alpha - x\cosh\alpha\cos\theta & t\cosh\alpha - x\sinh\alpha\cos\theta - x\sin\theta \end{pmatrix}$$

zpětným dosazením za hyperbolické funkce dostaneme vztahy mezi transformovanými a původními souřadnicemi:

$$t' = \frac{t - vx\cos\theta}{\sqrt{1-v^2}} \tag{A.11a}$$

$$x' = \frac{vt - x\cos\theta}{\sqrt{1-v^2}} \tag{A.11b}$$

$$y' = 0 \tag{A.11c}$$

$$z' = x\sin\theta \tag{A.11d}$$

Je vidět, že se v pohybující se soustavě objevila další nenulová složka. Tvaru jednotlivých členů lze porozumět tak, že otočení soustavy souřadnic je podobná transformaci

$$\begin{aligned} x' &= x\cos\theta \\ y' &= x\sin\theta \end{aligned}$$

složené s Lorentzovou transformací. Také je ale zřejmé, že použití masivního spinorového formalismu umožnilo vyřešit nejasnosti, které by se objevili, kdybychom tento případ řešili úvahou. Na první pohled totiž není patrné, jestli se nemá člen s relativistickou odmocninou objevit také u z' složky nebo jestli nesymetrické vystupování $\cos\theta$ odpovídá správné transformaci. Snadno ale můžeme ověřit, že transformované souřadnice jsou invariantní vůči Lorentzove transformaci, tj. platí že $t'^2 - x'^2 = t^2 - x^2$.

A.3. Relativistické pohyby

Vzorce (A.11a) mají řadu praktických aplikací. Zaměříme se na případ, kdy se ze zdroje ležícím v počátku systému K vyzařuje světlo do všech směrů. V tomto případě máme $x = t$. Pak můžeme poslední rovnice přepsat do tvaru

$$\begin{aligned} t' &= \frac{t(1 - v\cos\theta)}{\sqrt{1-v^2}} \\ x' &= \frac{t(v - \cos\theta)}{\sqrt{1-v^2}} \\ y' &= 0 \\ z' &= t\sin\theta \end{aligned}$$

popisující situaci jak by viděl pozorovatel v klidu a vůči němu se rychlostí srovatelnou s rychlostí světla pohyboval zdroj.

Dopplerův zjev První jednoduchý důsledek je vztah mezi časem měřeným pozorovatelem a časem zdroje. Ten lze přímočaře použít k popsání Dopplerova zjevu neboť $\nu = 1/t$ a pro frekvenci vyzařovanou a detekovanou platí vztah

$$\nu' = \nu \frac{\sqrt{1-v^2}}{1 - v\cos\theta}$$

přímo vyplývající z relativistických transformací souřadnic.

Aberace Zajímavé závěry dají naše vztahy pro transformace úhlů. Otočení souřadnic jsme udávali úhlem mezi osami systémů K a K' ale měřeným v systému K tedy ne tak jak to sleduje pozorovatel. Z jeho hlediska se tangens úhlu mezi systémy jeví jako

$$\tan\theta' = \frac{z'}{x'} = \frac{\sqrt{1-v^2}\sin\theta}{v - \cos\theta}$$

a podobné relace dostáváme pro sinus a kosinus:

$$\cos\theta' = \frac{v - \cos\theta}{1 - v\cos\theta}$$

$$\sin\theta' = \frac{\sqrt{1-v^2}}{1 - v\cos\theta}\sin\theta$$

Aberace světla je popsána právě těmito vztahy. Pro světlo hvězdy dopadající na zemský povrch platí přiblížení $\Delta\theta' = v\sin\theta$ (rychlosti stále vyjadřujeme v jednotkách rychlosti světla, rychlost oběhu Země kolem Slunce je asi jedna setina c).

Interpretace těchto vztahů jasně ukazuje, že relativistické předměty jsou nejen zkrácené ve směru pohybu, ale i “splácnuté”, protože v případě, že $v \to 1$ měří pozorovatel úhel menší než by byl úhel z pohledu zdroje. Numerický odhad dává pro $\theta = 60°, v = 0.99$ hodnotu $\theta' \approx 14°$.

Skládání rychlostí Další zajímavá aplikace je výpočet transverzální (kolmé k pohledu pozorovatele) rychlosti. Protože je rychlost definována jako změna souřadnice za čas, musíme v tomto případě uvážit také jaké změny bude mít na pozorované rychlosti změna časové souřadnice.

Derivace složek souřadnic podle vlastního času t je při použití označením

$\partial x'/\partial t \equiv v'$:

$$\begin{aligned}
\frac{\mathrm{d}t'}{\mathrm{d}t} &= \frac{1 - vv'\cos\theta}{\sqrt{1-v^2}} \\
\frac{\mathrm{d}x'}{\mathrm{d}t} &= \frac{v - v'\cos\theta}{\sqrt{1-v^2}} \\
\frac{\mathrm{d}y'}{\mathrm{d}t} &= 0 \\
\frac{\mathrm{d}z'}{\mathrm{d}t} &= v'\sin\theta
\end{aligned}$$

Nejde ale zatím o čtyřrychlost, protože tyto složky nesplňují základní normalizační podmínku $v_{t'}^2 - v_{x'}^2 - v_{y'}^2 - v_{z'}^2 = 1$, protože se tento výraz rovná $(1 - v'^2)$. Dělení tímto členem pak dává čtyřrychlost ve tvaru

$$\begin{aligned}
v_{t'} &= \frac{1 - vv'\cos\theta}{\sqrt{1-v^2}\sqrt{1-v'^2}} \\
v_{x'} &= \frac{v - v'\cos\theta}{\sqrt{1-v^2}\sqrt{1-v'^2}} \\
v_{y'} &= 0 \\
v_{z'} &= \frac{v'\sin\theta}{\sqrt{1-v'^2}}
\end{aligned}$$

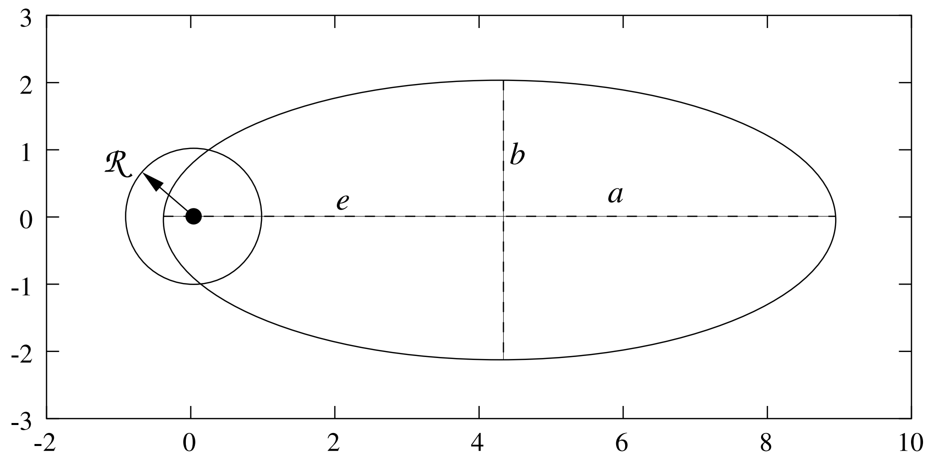
Nyní již můžeme ze složek čtyřrychlosti spočíst obyčejnou tří-rozměrnou rychlost, neboť víme, že pro vztah mezi nimi platí obecný tvar

$$v = \left(\frac{1}{\sqrt{1-v^2}}, \frac{v_x}{\sqrt{1-v^2}}, \frac{v_y}{\sqrt{1-v^2}}, \frac{v_z}{\sqrt{1-v^2}}\right)$$

takže složky obyčejné rychlosti dostáváme ze složek čtyřrychlosti dělením 0-tým členem:

$$\begin{aligned}
v_x &= \frac{v - v'\cos\theta}{1 - vv'\cos\theta} \\
v_y &= 0 \\
v_z &= \frac{v'\sin\theta}{1 - vv'\cos\theta}\sqrt{1-v^2}
\end{aligned}$$

Nadsvětelné pohyby Poslední případ, na který se zaměříme je složení dvou Lorentzových transformací. Na již studovaný případ relativistického rozpínání obálky je nutné pohlížet z několika pohledů. Nejprve uvážíme, že obálka se rozpíná rovnoměrně tak, že v libovolné ose procházející počátkem rozpínání platí pro čas měřený



Obrázek A.4: Vliv relativistické expanze na tvar pozorované obálky. Pozorovatel se dívá z nekonečna vpravo. V počátku souřadnic je zakreslena kružnice s jednotkovým poloměrem. Elipsa odpovídající $v = 0.99c$ má jedno ohnisko také v počátku souřadnic. Obrázek je počítán pro $t = 0$. Velká poloosa je $a = v/(1-v^2)$, malá $b = v/\sqrt{1-v^2}$ a eccentricita $e = v^2/(1-v^2)$ odpovídá vzdálenosti středu elipsy od počátku rozpínání.

v počátku t a na okraji (vlastní čas obálky) τ relace

$$t = \frac{v\tau}{\sqrt{1-v^2}},$$

Tuto znalost můžeme využít v transformaci mezi počátkem rozpínání a pozorovatelem dosazením do (A.11a) a s odečtením konstatních časových a prostorových příspěvků, souřadnice měřené pozorovatelem

$$\begin{aligned} x' &= \frac{v^2\tau}{1-v^2} - \frac{v\tau\cos\theta}{1-v^2} \\ y' &= 0 \\ z' &= \frac{v\tau\sin\theta}{\sqrt{1-v^2}} \end{aligned}$$

Tyto vzorce už jsou totožné (až na znaménko u x) se vzorci (4.13) odvozenými dříve jinou technikou.

Některé z myšlenek uvedených v této kapitole jsou shrnuty na obrázku A.4, který zobrazuje obálku hypotetického dosvitu pozorovanou z nadhledu nebo ze strany. Podařilo se nám na základě relativistických transformací objasnit “nadsvětelné” pohyby pozorované v některých případech (o kterých byla zmínka na začátku této kapitoly). Je zřejmé, že jejich název byl zvolen na základě nevhodného modelu a nemá hlubší význam.

Reference

Abramowitz M., Stegun, I.A.: Handbook of Mathematical Functions, National Bureau of standards, Applied math. series 55, 1964

Allen, C.W.: Astrophysical Quantities, 1976, The Athlone Press, London

Akerlof et al.: Observations of contemporaneous optical radiation from γ-ray burst, Nature **398**, 400 – 402, (1999)

Arnett, W.D.: 1980, Astrophys. J., **237**, 541 – 549

Arnett, W.D.: 1982, Astrophys. J., **253**, 785 – 797

Arnett, W.D.: Supernovae and Nucleosynthesis, Princeton University Press, 1996

Bond, H. : IAU Circ. No **6654**

Cohen, M.H. et. al : Astroph. J., **170**, 207 – 217, (1971)

Chandrasekhar, S. : An Introduction to the Stellar Structure, Dover Publications, Inc., ed. 1967

Covino S., et al. : GRB 990510: lineary polarized radiation fom a fireball, Astron. Astro. **348**, L1 – L4 (1999)

Dirak P. A. M. : The Principles of the Quantum Mechanics, The Clarendon Press, Oxford 1930

Diercks, A. H. et al.: The Optical Afterglow of GRB 971214: R and J Photometry, Astrophys. J. **503**, L105, (1998)

Djorgovski et al.: GCN Circ. No **114**, (1998)

Djorgovski et al.: GCN Circ. No **41**, (1998)

Fenimore, E. E., Madras C. D., Nayakshin, S. I.: Expanding Relativistic Shells and Gamma-Ray Burst Temporal Structure, Astrophys. J. **473**, 998 — 1012, (1996)

Fishman, G.J., Meegan C. A.: Gamma-ray bursts, Ann. Rev. Astron. Asrophys. **33**, 415 – 458, (1995)

Fruchter, A. S. et al.: The Fading Optical Counterpart of GRB 970228, Six Months and One Year Later, preprint (astro-ph/9807295).

Fruchter, A. S. et al.: IAU Circ. No **6747**

Fruchter, A. S. et al.: GCN Circ. No **151**, (1997)

Galama, T.J. et al.: An unusual supernova in the error box of the γ-ray burst of 25 April 1998, Nature **395**, 670, (1998) Galama, T.J. et al.: Optical Follow-up of GRB 970508, Astrophys. J. **497**, L13 – L16, (1998)

Galama, T.J. et al.: The effect of magnetic fields on γ-ray bursts inferred from multi-wavelength observations of the burts of 23 January 1999, Nature **398**, 394 – 399, (1999)

Garcia et al.: Power-Law Decays in the Optical Counterparts of GRB 970228 and GRB 970508, Astrophys. J. **500**, L105 – L108, (1998)

Gintzburg : Teoretičeskaja fizika i astrofizika, Nauka, Moskva, 1975

Groot et al.: The Rapid Decay Of The Optical Emission From GRB 980326 And Its Possible Implications, Astrophys. J **502**, L123 – L127, (1998)

Gruzinov, A., Waxman, E.: Gamma-Ray Burst Afterglow: Polarization and Analytic Light Curves, Astrophys. J. **511**, 852 – 861, (1999)

Harkness, R.P., Wheeler, J.C.: Classification of Supernovae, In Supernovae, Springer-Verlag 1990

Harrison et al.: Optical and Radio Observations of the afterglow from GRB 990510: Evidence for a jet, Astrophys. J. **523**, L121 – L124, (1999)

Hudec, R.: soukromé sdělení

Hudec, R., Hudcova, V., Hroch, F.: Searches for possible supernovae — GRBs correlations, Astron. Astrophys. Suppl. **138**, 475 – 476, (1999)

Hroch, F., Hudec, R., Rezek, T.: Search for correlations between the BeppoSAX and RXTE GRBs locations and historical supernovae, Astron. Astrophys. Suppl. **138**, 473, (1999)

Iwamoto K. et al.: A hyperova model for the supernova associated with the γ-ray burst of 25 April 1998, Nature **395**, 672, (1998)

Katz, J. I.: Two Populations and Models of Gamma-Ray Bursts, Astrophys. J. **422**, 248 – 259, (1994)

Kellerman, K. I., Pauliny-Toth, I. I. K.: Compact Radio Sources, In Ann. Rev. Astron. Astrophys. **19**, 373 – 410, (1981)

Kippen R. M. et al.: On the association of gamma–ray bursts with supernovae, Astrophys. J. **506**, L27 – L30, (1998)

Kirshner, R.P.: Supernova Light Curves, In Supernovae, Springer-Verlag 1990

Klebesadel, R. W., Strong, I. B., Olson, R. A.: Observations of gamma-ray bursts of cosmic origin, Astrophys. J. **182**, L85 – L88, (1973)

Kulkarni et al.: The afterglow, redshift and extreme energetics of the γ-ray burts of 23 January 1999, Nature **398**, 389 – 394, (1999)

Landau, L. D., Lifšic, E.M. : Gidrodynamika, Nauka, Moskva 1988

Lenc, M.: soukromé sdělení

Liebundgut, B.: Light Curves of Supernovae, In IAU Coll. 145, 1993

Matz, S. M. et al.: Nature **331**, 416 (1988)

Rees, M. J.; Mészáros, P.: Relativistic fireballs — Energy conversion and time-scales, M.N.R.A.S **258**, 41, (1994)

Metzger et al.: Spectroscopic study of the optical counterpart to the γ-ray burst of 8 May 1997, Nature **387**, 878, (1997)

Mihalas, D.: Stellar Atmospheres, Freeman and Comp., San Francisko 1978

Misner, Ch. W., Thorne, K. S., Wheeler, J. A.: Gravitation, Freeman and Comp., San Francisko 1973

Odewahn et al.: GCN Circ. No **201**, (1999)

Paczyński, B.: Are Gamma-Ray Bursts in Star-Forming Regions? Astrophys. J. **494**, L45 – L48, (1998)

Pearson, T. J. et al.: Nature **290**, 365 (1981)

Piran, T., Shemi, A., Narayan, R.: Hydrodynamics of relativistic fireballs, Mon. Not. R. Astron. Soc. **263**, 861 – 867, (1993)

Rees, M.: Studies in Radio Source Structure, MNRAS **135**, 345 – 360, (1967)

Reichart, D. E.: GRB 970228 Revisted: Evidence for a supernova in the light curve and late spectral energy distribution of the afterglow. Astrophys. J. **521**, L111 – L115, (1999)

Sokolov et al.: GCN Circ. No **147**, (1998)

Sokolov et al.: GCN Circ. No **148**, (1998)

Urry, C. M., Padovani, P.: Unified Schemes for Radio-Loud Active Galactic Nuclei, PASP **107**, 803 – 845, (1995)

Wang, L., Wheeler J.G.: The supernova–gamma–ray burst connection, Astrophys. J. **504**, L87 – L90, (1998)

Weinberg, S.: Gravitation and Cosmology, J. Wiley and Sons, Inc., 1972

Wheeler, J.C.: Introduction to Supernovae, Jerusalem Winter School for Theoretical Physics 1989

Wheeler, J.C.: Conference Summary Supernovae and GRBs, (astro-ph/9909096)

Woosley, S. E., Eastman, R. G., Schmidt, B. P.: Gamma-Ray Bursts and Type Ic Supernova: SN1998bw, preprint (astro-ph/9806299).