

# F1031 Matematika o krok napřed

## 3. Matematika „nekonečně malého“: integrování – od zrychlení k trajektorii

### Úloha 1.

Nejprve od trajektorie ke zrychlení. Částice se pohybuje po trajektorii zadané závislostí polohového vektoru na čase takto:  $\vec{r}(t) = (R \cos \varepsilon t^2, R \sin \varepsilon t^2, bt^2)$ , kde  $R, \varepsilon, b$  jsou kladné konstanty (určete jejich jednotky v soustavě SI). Vypočtěte

- rychlost částice v závislosti na čase a její velikost,
- zrychlení částice v závislosti na čase a jeho velikost.

A teď obrácená úloha. Částice se pohybuje se zrychlením  $\vec{a}(t) = (-A \cos \omega t, -A \sin \omega t, b)$ , kde  $A, \omega, b$  jsou kladné konstanty (určete jejich jednotky v soustavě SI). Vypočtěte

- rychlost částice v závislosti na čase, jestliže v okamžiku  $t = 0$  [s] měla částice rychlost nulovou,
- polohu částice v závislosti na čase, jestliže v okamžiku  $t = 0$  [s] byla částice v počátku soustavy souřadnic.

Pozn.: Složky vektorů jsou zadávány v kartézské soustavě souřadnic  $\langle O; x, y, z \rangle$  spojené se vztažným tělesem.

### Úloha 2.

Vypočtěte integrály  $\int_0^2 \frac{2t^2}{t^3+1} dt$  (substituce),  $\int x \ln x dx$  (per partes),  $\int_0^{2\pi} \cos^2 x dx$  (převod na dvojnásobný úhel).

## 4. Přibližné vyjádření hodnot funkcí pomocí polynomů

### Úloha 1.

Vypočtěte hodnotu  $\sin 3^\circ$  s přesností na pět desetinných míst. Nezapomeňte převést úhel na obloukovou míru.

### Úloha 2.

Odhadněte hodnotu  $x_0$  proměnné  $x$  tak, aby chyba aproximace  $\cos x \doteq 1 - \frac{x^2}{2}$  nepřevýšila jedno procento.

### Úloha 3.

Počítání a čísla blízkými jedné. Určete (bez kalkulačky) přibližnou hodnotu výrazu  $\frac{\sqrt{1,006}}{\sqrt[3]{0,991.1,004^2}}$ .