

F1030 Mechanika a molekulová fyzika

úlohy k procvičení před písemkami (i po nich ☺)

Téma 6: Práce

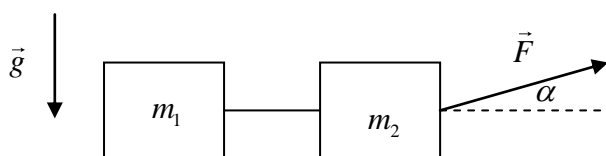
Předpoklady k úlohám:

- Ve všech úlohách považujte laboratorní vztahnou soustavu, pevně spojenou se Zemí, za inerciální.
- Tělesa, jejichž pohybem se v úlohách zabýváme, konají translační pohyb, proto je považujte za hmotné body.
- Všechny úlohy se odehrávají v blízkosti povrchu Země. V číselných zadáních předpokládejte, že zrychlení volného pádu (tíhové zrychlení) má velikost $g = 9,8 \text{ ms}^{-2}$.
- Hovoří-li se v úlohách o pohybu těles „po hladké podložce“, „hladkém stole“, apod., rozumí se, že třecí síly, jimiž podložka působí na těleso, jsou zanedbatelné.
- Ve všech úlohách zanedbávejte odpor prostředí proti pohybu těles, není-li řečeno jinak.
- Pokud jsou tělesa v úlohách zavěšena, resp. tažena na provazech, resp. spojena provazy, považujte hmotnost provazů za zanedbatelnou a délku provazů za neměnnou.

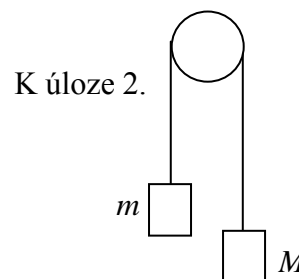
Úloha 1

Dvě kostky o hmotnostech $m_1 = 1,0 \text{ kg}$ a $m_2 = 2,5 \text{ kg}$ spojené jsou taženy po vodorovném hladkém stole na provaze svírajícím s vodorovnou rovinou úhel $\alpha = 30^\circ$. Síla, kterou působí provaz na kostku, má velikost $F = 3,2 \text{ N}$. Kostky se posunou podél souřadnicové osy x z bodu o souřadnici $x_1 = 0,5 \text{ m}$ do bodu o souřadnici $x_2 = 2,0 \text{ m}$. Kostka o větší hmotnosti je vpředu (je k ní připojen tažný provaz).

- Jakou práci vykonala při daném posunutí síla \vec{F} .
- Jakou práci vykonala síla, jíž působí provaz spojující kostky na přední, resp. zadní kostku.
- Určete zrychlení každé z kostek.
- Jakou práci vykonala tíhová síla působící na přední, resp. zadní kostku?
- Jakou práci vykonala tlaková síla, jíž působí podložka na přední (zadní) kostku?



K úlohám 1 a 4.



K úloze 2.

Úloha 2

Dvě kostky o hmotnostech $m = 0,50 \text{ kg}$ a $M = 0,55 \text{ kg}$ jsou zavěšeny na niti vedené přes válcový nosník vetknutý ve zdi. Nit klouže po nosníku bez tření (což není pravda, ale pro jednoduchost to předpokládejme). Kostka vlevo se zvedla o $1,6 \text{ m}$.

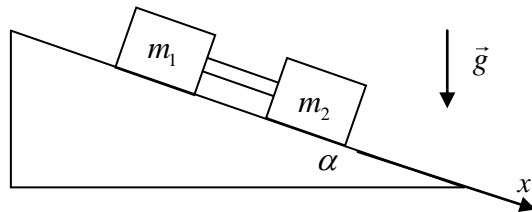
- Jakou práci vykonala při tomto posunutí tíhová síla působící na kostku vlevo?
- Jakou práci vykonala při tomto posunutí tíhová síla působící na kostku vpravo?

Úloha 3

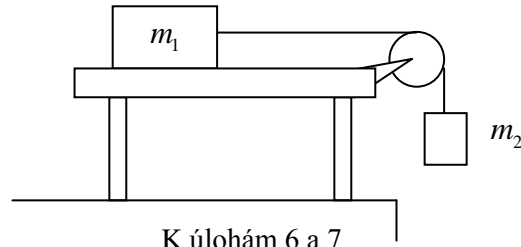
Dvě kostky o hmotnostech $m_1 = 0,50 \text{ kg}$ a $m_2 = 0,75 \text{ kg}$ spojené tuhou tyčí zanedbatelné hmotnosti kloužou po dokonale hladké nakloněné rovině o úhlu sklonu $\alpha = 30^\circ$. Kostka o větší hmotnosti je

první. Soustava se posune podél nakloněné roviny, podél které namíříme souřadnicovou osu x , z bodu o souřadnici $x_1 = -2,5$ m do bodu o souřadnici $x_2 = 1,5$ m

- Jakou práci vykonala tíhová síla působící na přední, resp. zadní kostku při daném posunutí?
- Jakou práci vykonala síla, jíž působí spojovací tyč na přední, resp. zadní kostku?
- Jakou práci vykonala tlaková síla, jíž působí podložka na přední, resp. zadní kostku?



K úlohám 3 a 5.



K úlohám 6 a 7.

Úloha 4.

V úloze 1 předpokládejte, že tření mezi kostkami a podložkou není zanedbatelné. Soustava je v pohybu zleva doprava

- Za předpokladu, že koeficient dynamického tření je $f = 0,05$, odpovězte na otázky a) až e) formulované v úloze 1.
- Jakou práci vykoná při daném posunutí třecí síla působící na přední, resp. zadní kostku?

Úloha 5.

V úloze 3 předpokládejte, že tření mezi kostkami a nakloněnou rovinou není zanedbatelné.

- Kostky jsme uvedli do pohybu a víme, že koeficient dynamického tření mezi nimi a podložkou je $f = 0,10$. Odpovězte na otázky a) až c) formulované v úloze 3.

Úloha 6.

Kostka o hmotnosti $m_1 = 0,50$ kg se může pohybovat po dokonale hladkém vodorovném stole. Níť vedenou přes kladku je spojena s kostkou o hmotnosti $m_2 = 0,10$ kg, která visí svisle dolů. Kladka se neotáčí (je zafixována), ale nit po ní klouže bez tření. Kostka, která visí, klesne o 20 cm.

- Jakou práci vykonala tíhová síla působící na visící kostku při tomto posunutí?
- Jakou práci vykonala tíhová síla působící na ležící kostku (kostku pohybující se po stole) při tomto posunutí?
- Jakou práci vykonala tažná síla spojovacího provazu působící na visící kostku?
- Jakou práci vykonala tažná síla spojovacího provazu působící na kostku pohybující se po stole?
- Jakou práci vykonala tlaková síla působící na kostku ležící na stole?

Úloha 7.

V úloze 6 předpokládejte, že tření mezi kostkou pohybující se po stole není zanedbatelné. Koeficient dynamického tření je $f = 0,12$. Soustava se pohybuje.

- Odpovězte na otázky a) až e) z úlohy 6.
- Jakou práci vykonala při daném posunutí třecí síla, jíž působí na kostku pohybující se po stole, stůl?

Úloha 8.

Kostka o hmotnosti 1,5 kg se pohybuje rovnoměrně po přímce z bodu $A = [1,5; 2,0; -4,5]$ m do bodu $B = [-1,0; -0,5; 1,5]$ m. Jedna ze sil, které na kostku působí, je konstantní a má složky

$$\vec{F} = [2,0; -1,0; 1,5] \text{ N.}$$

- Jaké je zrychlení kostky?

- b) Jakou práci vykonala při daném posunutí síla \vec{F} ?
- c) Působí na kostku ještě jiné síly? Pokud ano, určete jejich výslednici a celkovou práci této výslednice při daném posunutí.

Úloha 9.

Kostka o hmotnosti 2,5 kg se pohybuje po vodorovném stole po úsečce AB , z bodu

$A = [-1,5; 2,5]$ m do bodu $B = [-2,5; -1,5]$ m. Soustava souřadnic $\langle O; x, y \rangle$ leží v rovině stolu. Velikost rychlosti kostky je stálá. Koeficient dynamického tření mezi podložkou a kostkou je $f = 0,2$.

- a) Jaké je zrychlení kostky?
- b) Jakou práci vykonala třecí síla při zadaném posunutí?
- c) Jakou práci vykonala tíhová síla působící na kostku?
- d) Jakou práci vykonala tlaková síla, jíž působí na kostku podložka?
- e) Působí na kostku ještě další síly? Pokud ano, určete jejich výslednici a práci, kterou tato výslednice při zadaném posunutí vykonala.

Úloha 10.

Částice se pohybuje v rovině v silovém poli $\vec{F} = (\alpha x^2 y, \beta xy)$, kde α, β jsou konstanty, jejichž číselná hodnota je 1. Částice se přesune z bodu $A = [1, 1]$ do bodu $B = [2, 4]$

1. po úsečce
 2. po parabole $y = x^2$
- a) Určete fyzikální rozměr konstant α, β .
 - b) Určete práci, kterou vykonala síla \vec{F} v případě 1.
 - c) Určete práci, kterou vykonala síla \vec{F} v případě 2.
 - d) Odpovězte na otázky b) a c) v případě, že se částice bude pohybovat z bodu B do bodu A .

(Protože práce síly závislé pouze na poloze jejího působíště nezávisí na parametrizaci křivky, zvolte při výpočtu libovolnou parametrizaci.)

Úloha 11.

Pohyb částice se je vázán na kružnici $x^2 + y^2 = R^2$ o poloměru $R = 30$ cm ležící v souřadnicové rovině xy . (Vazba je realizována například nějakou tyčí.) V okamžiku $t = 0$ s se částice nachází v klidu v bodě $A = [R, 0]$ m. V tomto okamžiku začne na částici působit síla, která má stále směr tečny ke kružnici a stálou velikost $F_t = 0,5$ N.

- a) Jak velká je síla, jíž působí tyč na částici v okamžiku, kdy skončil první oběh po kružnici?
- b) Jak velká je síla, jíž působí tyč na částici v okamžiku, kdy skončil druhý oběh po kružnici?
- c) Jako velkou práci vykonala síla \vec{F}_t při jednom oběhu (dvou obězích) částice po kružnici?
- d) Jak velkou práci vykonala při jednom oběhu síla, jíž působí na částici tyč?
- e) Jak velkou rychlost má částice na konci prvního oběhu?

Úloha 12.

Částice se pohybuje v silovém poli \vec{F} po šroubovici $\vec{r}(t) = (R \cos \omega t, R \sin \omega t, bt)$, kde $R = 30$ cm, $b = 0,1$ [s⁻¹], $\omega = \frac{\pi}{2}$ [s⁻¹]. Určete práci síly \vec{F} v časovém intervalu $[\alpha, \beta] = [0, \frac{2\pi}{\omega}]$, jestliže

- a) $\vec{F} = m\vec{g}$ (tíhová síla působící na částici),
- b) $\vec{F} = (-\alpha y, \alpha x, 0)$, kde $\alpha = 1$ [jednotku určete],
- c) $\vec{F} = (\alpha y, \alpha x, 0)$,
- d) $\vec{F} = (\beta x^2, \beta y^2, 0)$, kde $\beta = 1$ [jednotku určete],
- e) $\vec{F} = (\alpha x, \alpha y, \alpha z)$.