

# F1030 Mechanika a molekulová fyzika

## úlohy k procvičení před písemkami (i po nich ☺)

### Téma 4 a 5: Zákony newtonovské mechaniky

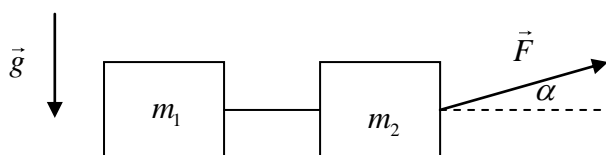
Předpoklady k úlohám:

- Ve všech úlohách považujte laboratorní vztahnou soustavu, pevně spojenou se Zemí, za inerciální.
- Tělesa, jejichž pohybem se v úlohách zabýváme, konají translační pohyb, proto je považujte za hmotné body.
- Všechny úlohy se odehrávají v blízkosti povrchu Země. V číselných zadáních předpokládejte, že zrychlení volného pádu (tíhové zrychlení) má velikost  $g = 9,8 \text{ ms}^{-2}$ .
- Hovoří-li se v úlohách o pohybu těles „po hladké podložce“, „hladkém stole“, apod., rozumí se, že třecí síly, jimiž podložka působí na těleso, jsou zanedbatelné.
- Ve všech úlohách zanedbávejte odpor prostředí proti pohybu těles.
- Pokud jsou tělesa v úlohách zavěšena, resp. tažena na provazech, resp. spojena provazy, považujte hmotnost provazů za zanedbatelnou a délku provazů za neměnnou.

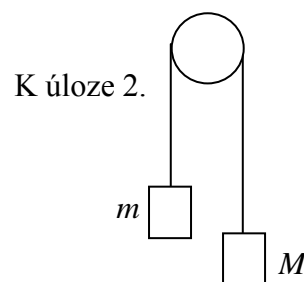
#### Úloha 1

Dvě kostky o hmotnostech  $m_1 = 1,0 \text{ kg}$  a  $m_2 = 2,5 \text{ kg}$  spojené jsou taženy po vodorovném hladkém stole na provaze svírajícím s vodorovnou rovinou úhel  $\alpha = 30^\circ$ . Síla, kterou působí provaz na kostku, má velikost  $F = 3,2 \text{ N}$ . Kostka o větší hmotnosti je vpředu (je k ní připojen tažný provaz).

- Vyjmenujte, která okolní tělesa a jakými silami působí na každou z kostek.
- Specifikujte reakci na každou ze sil ad a) podle třetího Newtonova zákona.
- Určete zrychlení každé z kostek.
- Určete velikost a směr každé ze sil ad a).
- Určete výslednici (velikost a směr, nebo složky ve vhodně zvolené soustavě souřadnic) všech sil, jimiž okolní tělesa působí na každou z kostek.
- Změní se výsledky a) až e), zaměníme-li pořadí kostek?



K úlohám 1 a 4.



K úloze 2.

#### Úloha 2

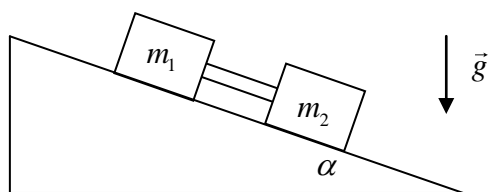
Dvě kostky o hmotnostech  $m = 0,50 \text{ kg}$  a  $M = 0,55 \text{ kg}$  jsou zavěšeny na niti vedené přes válcový nosník vetknutý ve zdi. Nit klouže po nosníku bez tření (což není pravda, ale pro jednoduchost to předpokládejme).

- Vyjmenujte, která tělesa a jakými silami působí na každou z kostek.
- Specifikujte reakci na každou ze sil ad a) podle třetího Newtonova zákona.
- Ve vhodně zvolené soustavě souřadnic určete zrychlení každé z kostek.
- Určete složky sil ad a) v soustavě souřadnic zvolené ad c).
- Určete výslednici sil (složky), jimiž okolní tělesa působí na každou z kostek.
- Určete velikost síly, jíž působí soustava kostek prostřednictvím niti na nosník.
- Určete výslednici sil, jimiž okolní tělesa působí na nosník.

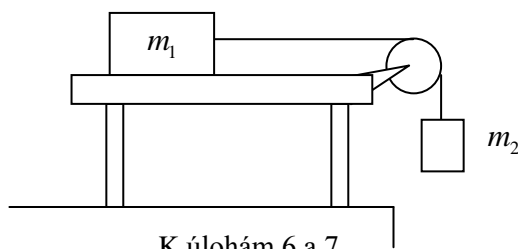
### Úloha 3

Dvě kostky o hmotnostech  $m_1 = 0,50\text{ kg}$  a  $m_2 = 0,75\text{ kg}$  spojené tuhou tyčí zanedbatelné hmotnosti kloužou po dokonale hladké nakloněné rovině o úhlu sklonu  $\alpha = 30^\circ$ . Kostka o větší hmotnosti je první.

- Vyjmenujte, která tělesa a jakými silami působí na každou z kostek.
- Specifikujte reakci na každou ze sil ad a) podle třetího Newtonova zákona.
- Určete zrychlení každé s kostek.
- Určete složky sil ad a) ve vhodně zvolené soustavě souřadnic.
- Určete výslednici sil (složky), jimiž na každou z kostek působí okolní tělesa.
- Jak se změní výsledek a) až e), zaměníme-li pořadí kostek?



K úlohám 3 a 5.



K úlohám 6 a 7.

### Úloha 4.

V úloze 1 předpokládejte, že tření mezi kostkami a podložkou není zanedbatelné.

- Za předpokladu, že těsně předtím, než začala působit síla  $\vec{F}$ , byly kostky v klidu. Působením této síly se daly do pohybu. Určete z této informace podmínku pro koeficient statického tření mezi kostkami a podložkou (podmínka má charakter nerovnosti).
- Za předpokladu, že koeficient dynamického tření je  $f = 0,05$ , odpovězte na otázky a) až f) formulované v úloze 1.

### Úloha 5.

V úloze 3 předpokládejte, že tření mezi kostkami a nakloněnou rovinou není zanedbatelné.

- Kostky položíme na nakloněnou rovinu a uvolníme je. Zapište podmínku pro koeficient statického tření nutnou k tomu, aby se kostky nedaly do pohybu.
- Kostky jsme uvedli do pohybu a víme, že koeficient dynamického tření mezi nimi a podložkou je  $f = 0,10$ . Odpovězte na otázky a) až f) formulované v úloze 3. Budou se kostky urychlovat, nebo brzdit?

### Úloha 6.

Kostka o hmotnosti  $m_1 = 0,50\text{ kg}$  se může pohybovat po dokonale hladkém vodorovném stole. Níť vedenou přes kladku je spojena s kostkou o hmotnosti  $m_2 = 0,10\text{ kg}$ , která visí svisle dolů. Kladka se neotáčí (je zafixována), ale nit po ní klouže bez tření.

- Může se soustava dát do pohybu, když je visící kostka méně hmotná?
- Vyjmenujte, která tělesa a jakými silami působí na každou z kostek.
- Specifikujte reakci na každou ze sil ad a) podle třetího Newtonova zákona.
- Je-li odpověď na otázku a) kladná, určete ve vhodně zvolené soustavě souřadnic složky zrychlení každé z kostek a velikosti těchto zrychlení.
- Ve zvolené soustavě souřadnic určete složky sil ad b).
- Určete složky a velikost výslednice sil, jimiž okolní tělesa působí na každou z kostek.
- Určete složky a velikost síly, kterou působí na kladku úchyt (je spojený se stolem a drží kladku uprostřed).

### Úloha 7.

V úloze 6 předpokládejte, že tření mezi kostkou pohybující se po stole není zanedbatelné. Koeficient statického tření je  $f_0 = 0,15$  a koeficient dynamického tření je  $f = 0,12$ .

- Určete nejmenší možnou hmotnost visící kostky, která je potřebná k tomu, aby se soustava dala do pohybu.
- Za předpokladu, že hmotnost visící kostky  $m_2 = 0,10\text{kg}$  je k uvedení soustavy do pohybu dostatečná, zodpovězte otázky a) až g) formulované v úloze 6.

### Úloha 8.

Na podlaze výtahu je umístěna pružinová váha cejchovaná v jednotkách hmotnosti. (Znamená to, že postaví-li se na váhu člověk o hmotnosti např. 80 kg, ukáže váha právě tento údaj.)

- Pomocí sil působících na člověka stojícího na váze, která je vzhledem k laboratorní vztažené soustavě spojené s povrchem Země v klidu, vysvětlíte podrobně, jak je zařízeno, že váha ukazuje hmotnost.

V dalších částech úlohy předpokládejte, že na váze ve výtahu stojí člověk o hmotnosti  $m = 80\text{kg}$  a jednotlivé části úlohy řešte v laboratorní soustavě (spojená s povrchem Země, považujeme ji za inerciální). Jaký údaj ukazuje váha, jestliže výtah

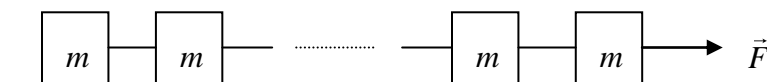
- stoupá stálou rychlostí o velikosti  $v = 1,0\text{ms}^{-1}$ ,
- klesá stálou rychlostí o velikosti  $v = 1,0\text{ms}^{-1}$ ,
- stoupá a zvyšuje svou rychlost se zrychlením o velikosti  $a = 0,2\text{ms}^{-2}$ ,
- stoupá a snižuje svou rychlost se zrychlením o velikosti  $a = 0,2\text{ms}^{-2}$ ,
- klesá a zvyšuje svou rychlost se zrychlením o velikosti  $a = 0,2\text{ms}^{-2}$ ,
- klesá a snižuje svou rychlost se zrychlením o velikosti  $a = 0,2\text{ms}^{-2}$ .

Pozn.: Uvědomte si, že člověk je vzhledem k výtahu v klidu a odpovězte si na otázku, s jakým zrychlením se v jednotlivých případech pohybuje vůči laboratorní soustavě.

### Úloha 9.

Na dokonale hladkém vodorovném stole leží  $n$  kostek. Všechny mají stejnou hmotnost  $m$  a jsou spojeny provázky. Na volný provázek upevněný na první kostce vlevo začne působit vodorovná síla o velikosti  $F$ .

- Vyjmenujte, která tělesa a jakými silami působí na každou z kostek.
- Určete složka zrychlení každé z kostek ve vhodně zvolené soustavě souřadnic.
- Určete složky sil ad a) v této soustavě souřadnic. Zejména určete, jakými tahovými silami působí provázky na kostky, k nimž jsou připojeny.



K úloze 9.

### Úloha 10.

Malá kostka o hmotnosti  $m = 0,10\text{kg}$  se může pohybovat uvnitř svíslé obruče, po níž dokonale klouže (bez tření). Kostce je v nejnižším bodě udělena rychlost o velikosti  $v_0$ . Předpokládejte, že tato rychlost je dostatečná k tomu, aby kostka prošla nejvyšším bodem obruče, aniž by se od ní oddělila.

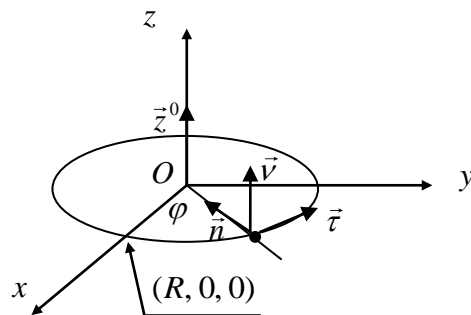
- Vyjmenujte, která tělesa a jakými silami působí a kostku v obecném bodě obruče (poloha bodu je určena úhlem  $\alpha$ ).
- Specifikujte reakce na tyto síly podle třetího Newtonova zákona.

- Zapište podmínku pro to, aby kostka neztratila kontakt s obručí (podmínka má charakter nerovnosti pro některou ze sil uvedenou v bodě a)).
- Zapište závislost tečného zrychlení na úhlové poloze kostky  $\alpha$ .
- Zapište závislost normálového zrychlení na úhlové poloze kostky  $\alpha$ . Použijte zákona zachování mechanické energie (kinetická plus potenciální) ve tvaru  $\frac{1}{2}mv^2 + mgh = \text{konst.}$ , kde  $v$  je velikost rychlosti kostky v místě o výšce  $h$  nad povrchem Země.
- Jak velká je nejmenší rychlost, kterou stačí kostce v dolním bodě obruče udělit, aby ještě prošla horním bodem?

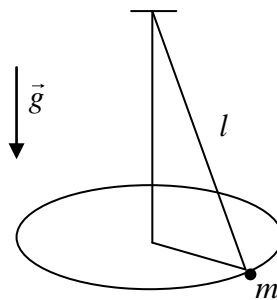
### Úloha 11.

Na částici o hmotnosti  $m = 0,20$  kg působí okolní tělesa tak, že se částice pohybuje po kružnici o poloměru  $R = 30$  cm v souřadnicové rovině  $xy$  s úhlovým zrychlením  $\vec{\varepsilon} = 0,02 \text{ s}^{-2} \vec{z}^0$ , kde  $\vec{z}^0$  je jednotkový vektor ve směru kladné osy  $z$ . Střed kružnice je v počátku soustavy souřadnic.

- Určete tečné zrychlení částice.
- Určete normálové zrychlení částice.
- Určete časovou závislost složek výslednice sil působících na částici v soustavě souřadnic, jejíž počátek je spojen s částicí a osy jsou určeny jednotkovými vektory tečny, normály a binormály.
- Určete časovou závislost složek výslednice sil působících na částici v soustavě souřadnic  $\langle O; x, y, z \rangle$  jejíž počátek je ve středu kružnice, po níž se částice pohybuje, a osy  $x$ ,  $y$  a  $z$  jsou pevně vzhledem k laboratorní vztažné soustavě.
- Určete složky vektoru úhlové rychlosti částice v závislosti na čase za předpokladu, že v okamžiku  $t = 0$  byla velikost úhlové rychlosti  $\omega_0 = 0,20 \text{ s}^{-1}$
- Určete časovou závislost úhlové polohy částice za předpokladu, že v okamžiku  $t = 0$  byla částice v bodě o souřadnicích  $(R, 0, 0)$  vzhledem k soustavě  $\langle O; x, y, z \rangle$ .



K úloze 11.



K úloze 12.

### Úloha 12.

Malá kulička o hmotnosti  $m = 0,10$  kg je zavěšena na niti o délce  $l = 0,8$  m a opisuje kružnici (kónické kyvadlo). Nit svírá se svislým směrem úhel  $\alpha = 30^\circ$ .

- Vyjmenujte síly, jimiž okolní objekty působí na kuličku.
- Určete k silám ad a) reakce podle třetího Newtonova zákona.
- Jaká je výslednice sil, jimiž okolní tělesa působí na kuličku?
- Jaký pohyb kulička koná?
- Jaká je její okamžitá rychlost v libovolném okamžiku (velikost a směr)?
- Jaké je její okamžité zrychlení v libovolném okamžiku (velikost a směr)?

**Úloha 13.**

Kulička z úlohy 12 opisuje kružnici ve svislé rovině (rovinné kyvadlo). Mez pevnosti nití je 1,0 N.

- a) Nepraskne nit, zavěsíme-li na ni kuličku v klidu?

Kuličku uvedeme do pohybu tak, že její rychlosti v dolním bodě její trajektorie bude  $\vec{v}_0$ .

- b) Vyjmenujte síly, jimiž okolní objekty působí na kuličku.  
c) Určete k silám ad a) reakce podle třetího Newtonova zákona.  
d) Určete tečnou a normálovou složku výsledné síly, jíž působí okolní tělesa na kuličku, v závislosti na úhlové poloze kuličky. Úhlovou polohu odměřujeme od svislého směru v kladném smyslu (proti směru hodinových ručiček).  
e) Určete tečné a normálové zrychlení kuličky v závislosti na úhlové poloze.  
f) Určete závislost velikosti síly, jíž působí nit na kuličku na úhlové poloze kuličky. (Využijte zákona zachování mechanické energie – viz úlohu 10).  
g) Určete největší přípustnou rychlost kuličky v dolním bodě, nemá-li nit prasknout.