

## 2. Částice a vlny

### 2.1) De Broglieho hypotéza

Na základě rozboru analogií mezi matematickým aparátem analytické mechaniky a vlnové optiky, dospěl v r. 1923, jedenatřicetiletý francouzský fyzik Louis de Broglie k přesvědčení, že korpuskulárně-vlnový dualismus by se neměl týkat jen světla, ale měl by být univerzálním projevem všech mikročástic (tehdy jmenovitě elektronů). Realizace této myšlenky ovšem vyžadovala nalezení vztahu mezi veličinami charakterizujícími částici i její pohybový stav (hmotnost, hybnost, energie) a charakteristikami přidruženého vlnění (především vlnová délka).

De Broglieho úvahy se týkaly pouze vlnných částic, tj. částic na něž nepůsobí vnější síly. Pro ně dospěl k závěru, že s každou částicí s klidovou hmotností  $m$ , hybností  $\vec{p}$  a energií  $E$ , má být spojena monochromatická rovinná vlna

$$\psi(\vec{r}; t) = C \exp[i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)] \quad (1)$$

kde  $C$  je konstanta (amplituda),  $\vec{k}$  je vlnový vektor ( $|\vec{k}| = 2\pi/\lambda$ ) a  $\omega$  je frekvence, přičemž platí

$$\vec{p} = \hbar \vec{k} \quad (2a)$$

a

$$E = \hbar \omega \quad (2b)$$

Vztahy (2) platí i pro fotony.

Pro vlnovou délku  $\lambda$  (tzv. de Broglieho vlnová délka) dostaneme z (2a)

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h \sqrt{1 - (v/c)^2}}{m v} \quad (3)$$

což v nerelativistickém přiblížení (pro částice s klidovou hmotností  $m$  a rychlostí  $v \ll c$ ) dá

$$\lambda = \frac{h}{m v} \quad (4)$$

Pro elektrony s kinetickou energií  $T$  (v eV) je možné, po dosazení za  $m$  a  $h$ , upravit (4) na praktický tvar

$$\lambda = \sqrt{\frac{1,504}{T}} \quad [\text{nm}, \text{eV}] \quad (5)$$

## 2.2) Experimentální potvrzení vlnových projevů elektronu

Když de Broglie formuloval svoji hypotézu, neexistoval žádný experiment, prokazující vlnový charakter částic. Nemožnost pozorovat vlnové projevy částic v makrosvětě, vyplývá z odhadu velikosti  $\lambda$  podle (4): vezměme např. částici, kterou pozorujeme při sledování Brownova pohybu; její průměr může být  $1\mu\text{m}$ , hmotnost  $m \approx 10^{-12}\text{g}$  a střední kinetická energie v rovnovážném stavu při teplotě  $T$  je  $(3/2)\kappa T$  ( $\kappa$  je Boltzmannova konstanta). Potom

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{3m\kappa T}} \approx 5 \cdot 10^{-7} \text{ nm} , \quad (6)$$

tedy veličina asi o 10 řádů menší než průměr částice. Nyní si připomeňme, že geometrická optika, pracující s trajektoriemi světelných paprsků, je použitelná, dokud zakřivení drah je malé ve srovnání s vlnovou délkou světla. Jakmile libovolné překážky (např. okraj stínítka) nebo nehomogeneity prostředí (indexu lomu) vedou ke změně dráhy s poloměrem křivosti srovnatelným s vlnovou délkou, začne se výrazně uplatňovat vlnový charakter světla a zákony geometrické optiky přestanou platit. Obdobnou situaci můžeme čekat i u de Broglieho vln: klasická Newtonova mechanika, pracující s trajektoriemi částic, bude přitom analogií geometrické optiky pro světlo. Vlnová povaha částic se tedy může začít projevovat až v atomových dimenzích. Tak vzorec (6) nám při pokojové teplotě dá pro atom helia  $\lambda \approx 0,09\text{nm}$ , pro neutron  $\lambda \approx 0,18 \text{ nm}$  a pro elektron  $\lambda \approx 7,7 \text{ nm}$ .

K experimentálnímu důkazu vlnové povahy částic bylo nutné s nimi realizovat pokusy, jejichž výsledky dokážeme snadno interpretovat jen na základě vlnové představy; typickým představitelem takových pokusů je difrakce vlnění. Z vlnové optiky víme, že k provedení difrakčního pokusu potřebujeme systém rozptylových center, periodicky rozmístěných v prostoru s krokem srovnatelným s vlnovou délkou použitého vlnění. Pro viditelné světlo, s  $\lambda \approx 500\text{nm}$ , dokážeme takový systém - mřížku - vyrýt např. do skla. Je-li však vlnová délka srovnatelná s rozměry atomů, např. u rentgenového záření, tato možnost mizí a je třeba hledat soustavy rozptylových center - mřížky - vytvořené přírodou na atomové úrovni. Tato skutečnost přivedla v r.1912 Maxe von Laueho k myšlence, použít za difrakční mřížku pro rentgenové záření krystalovou mříž.

Protože záporně nabitě elektrony interagují s náboji v atomu, mohou atomy sloužit jako rozptylová centra pro elektrony a krystalová mříž by tudíž měla zastat roli difrakční mřížky i pro elektrony. Difrakce elektronů na krystalové mřížce niklu byla uskutečněna v r.1927 C.J.Davissonem a L.H.Germerem. Elektrony, které používali, měly energii kolem  $100\text{eV}$ , takže jejich de Broglieho vlnová délka byla řádově shodná s mřížkovou konstantou Ni.

Prakticky ve stejné době (1928), provedl G.P.Thomson pokusy s elektrony urychlenými napětím desítky keV (vlnová délka je značně menší než

mřížková konstanta; k přesnému výpočtu  $\lambda$  je již nutné užít vztah (3), které nechal procházet tenkou folií (tloušťka asi 100nm) polykrystalického materiálu; šlo tedy o obdobu Debyeovy-Scherrerovy metody, vypracované r.1916 pro difrakci rentgenového záření.

Uvedené pokusy jednoznačně potvrdily de Broglieho hypotézu pro elektrony. V následujících letech pak byla postupně znovu a znovu potvrzována pro ostatní objekty v mikrosvětě - elementární částice, atomy, ionty, molekuly. Při této příležitosti je vhodné si uvědomit roli historického vývoje v utváření našich názorů na povahu mikročástic. Vlnové vlastnosti fotonu byly objeveny dříve než jeho korpuskulární vlastnosti. U elektronů tomu bylo naopak; všechny pokusy, které s nimi byly konány až do r.1927, neodporovaly představě, že elektron je částice, jejíž pohyb lze popisovat Newtonovými pohybovými rovnicemi. To vedlo k hluboce zakotvené představě o elektronu (a ostatních elementárních částicích též) jakožto jakési kulečnickové kouli extrapolované do velmi malých rozměrů. Obdobně se během XIX.století, podporována řadou sugestivních experimentů, zformovala představa o vlnové povaze světla. Mnoho potíží při studiu fyziky mikrosvěta proto vzniká, především v počátečních fázích, z neschopnosti zbavit se tohoto jednostranného pohledu na mikroobjekty.

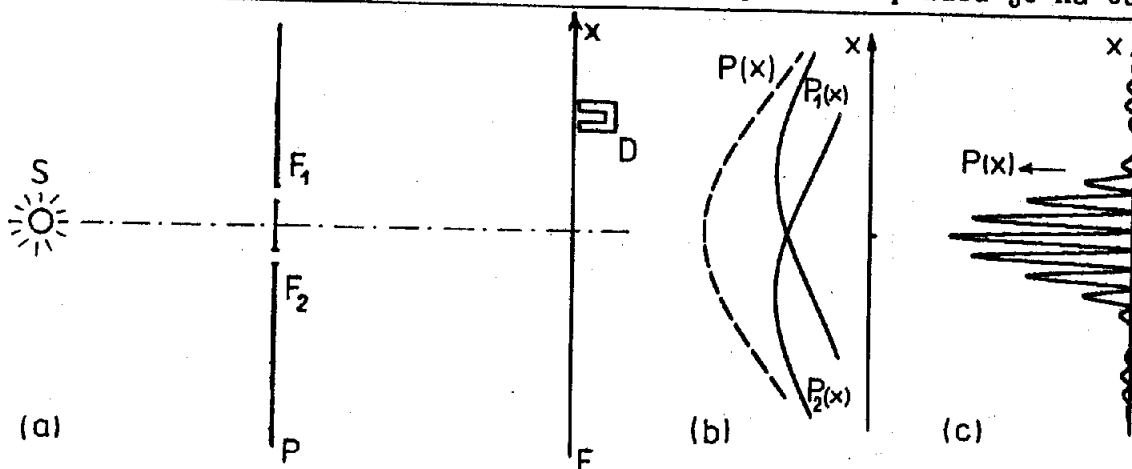
### 2.3) Částice nebo vlny ?

V předcházejícím výkladu jsme používali vžitý obrat "vlna spojená s částicí". Tento historicky podmíněný výraz nelze považovat za vhodný, neboť vytváří dojem, že jde o klasickou částici, která je doprovázena vlnou a tyto dva objekty jsou spolu nějakým způsobem vázány. Ve skutečnosti jde však o jediný objekt, který se v některých situacích (experimentech) chová jako vlna a v jiných jako klasická částice (zmíněná kulečnicková koule extrapolovaná do atomových rozměrů). Otázka: "Je elektron vlna nebo částice?" nemá prostě smysl.

Skutečností je, že mnoho nedorozumění a zdánlivých paradoxů vyplývá z nutnosti popisovat novou realitu, nepřístupnou přímo našemu smyslovému vnímání, pomocí pojmů zavedených při studiu makrosvěta. To vede k používání jakési dvojnásobné řeči, kdy střídavě používáme různé klasické pojmy, které by vedly nutně k rozporům, kdyby byly užity současně (např. vlna a částice). Mluví se o drahách elektronů, o hmotných vlnách a hustotě náboje apod; užívání takových klasických pojmů v oblasti mikrosvěta je však daleká extrapolace a nemělo by proto být překvapením, když se ukáže být neoprávněnou. Situace je však, vyjádřeno slovy N.Bohra, taková, že: "I když jevy překračují libovolně daleko možnost klasického objasnění, všechno jejich zkoumání musí být vedeno pomocí klasických pojmů".

Specifické chování mikročástic lze demonstrovat na klasickém Youngově pokusu s difrakcí na dvou štěrbinách. I když pokus, o němž bude řeč, nebyl v tak jednoduché podobě realizován, představuje podstatu mnoha technicky složitějších (a tím i méně přehledných) pokusů. Pro určitost

Jej budeme "provádět" s elektrony, naprosto stejně by však probíhal se všemi mikročásticemi, včetně fotonů. Schema uspořádání pokusu je na obr.8.



Obr. 8. (a) Schema uspořádání pro difrakci na dvou štěrbinách; rozměry štěrbin  $F_1, F_2$  jsou menší než vlnová délka  $\lambda$ , jejich vzdálenost je srovnatelná s  $\lambda$ . (b) Výsledek pokusu při postupně otevřené štěrbině  $F_1$  (zavřené  $F_2$ ) a  $F_2$  (zavřená  $F_1$ ). (c) výsledek pokusu při obou štěrbinách otevřených.

Ze zdroje S vylétují monoenergetické (všechny se stejnou energií) elektrony a některé z nich dojdou přes překážku P se štěrbinami  $F_1, F_2$  až do místa registrace, kde jsou registrovány detektorem D; v rovině E může být fotografická deska, pohybovat se ve směru Ox Geigerův-Millerův počítač (pro fotony fotonásobič) apod. Cílem experimentu je zjistit, po dopadu velkého počtu elektronů do roviny E, rozložení  $P(x)$  počtu elektronů podél osy x v rovině E.

Uvažme nejdříve, jaký by měl být výsledek pokusu, tj.  $P(x)$ , jestliže by se elektrony chovaly jako klasické částice. V tomto případě by trajektorie elektronu procházela buď štěrbinou  $F_1$  nebo  $F_2$  a místo dopadu na E by zřejmě nezáviselo na tom, zda byla druhá ze štěrbin otevřená nebo zakrytá. Výsledná funkce  $P(x)$  by měla být

$$P(x) = P_1(x) + P_2(x) \quad (7)$$

kde  $P_1(x)$  ( $P_2(x)$ ) značí rozdělení získané při otevřené štěrbině  $F_1$  ( $F_2$ ) a zakryté štěrbině  $F_2$  ( $F_1$ ).

Experiment však ukazuje, že při současném otevření obou štěrbin

$$P(x) \neq P_1(x) + P_2(x) \quad , \quad (8)$$

ale získá se funkce  $P(x)$  schematicky znázorněná na obr.8c, což je známé rozdělení intenzity vlnění při difrakci na dvou štěrbinách [5].

Abychom udrželi částicovou představu, mohli bychom hledat vysvětlení (8) ve vzájemném ovlivňování elektronů, prošlých různými štěrbinami. Experiment v němž snížíme emisi elektronů z S natolik, že v prostoru mezi P a E bude průměrně vždy jen jeden elektron, nám však dá (za přiměřeně prodlouženou dobu) opět rozdělení podle obr. 8c. Vznik tohoto rozdělení dokážeme jednoduše vysvětlit jen na základě vlnové představy. Naproti tomu, při všech zmíněných pokusech, bude dostatečně citlivý detektor (s potřebnou rozlišovací schopností) registrovat pulsy oddělené časovými intervaly, svědčící o dopadu diskretních částic; přitom vždy registruje "celou částici", tzn. buď na něj elektron dopadne celý (náboj, hmotnost) nebo se neregistruje nic. Naprosto stejná situace nastane u světla dopadajícího na fotonásobič. Proces registrace tedy dokážeme snadno pochopit na základě korpuskulární představy. K objasnění celého experimentu tedy potřebujeme současně vlnovou i korpuskulární představu o mikročásticích emitovaných zdrojem S.

Vraťme se k interpretaci funkce  $P(x)$ , kterou jsme získali jako výslednici registrace velkého počtu částic v rovině E. Z hlediska jedné částice ji můžeme interpretovat jen jako pravděpodobnost, že tato částice, po emisi z S a průchodu štěrbinami, bude zaregistrována v místě se souřadnicí  $x$ . Obdobně  $P_1(x)$  ( $P_2(x)$ ) udává pravděpodobnost, že částice, po průchodu štěrbinou  $F_1$  ( $F_2$ ), při zakryté štěrbině  $F_2$  ( $F_1$ ), bude zaznamenána v bodě se souřadnicí  $x$ . Z rozboru difrakce vlnění víme, že funkce  $P(x)$ ,  $P_1(x)$ ,  $P_2(x)$  udávají rozložení intenzity vlnění v rovině E; intenzita vlnění je však úměrná kvadrátu absolutní hodnoty amplitudy vlnění (amplituda může být komplexní). To nás vede k zavedení amplitud pravděpodobnosti  $\varphi(x)$ ,  $\varphi_1(x)$ ,  $\varphi_2(x)$  pro něž platí

$$P(x) = |\varphi(x)|^2, \quad P_1(x) = |\varphi_1(x)|^2, \quad P_2(x) = |\varphi_2(x)|^2 \quad (9)$$

Při obou štěrbinách otevřených pak musíme skládat amplitudy (nikoliv intenzity jako v (7)), takže

$$\varphi(x) = \varphi_1(x) + \varphi_2(x) \quad \text{a} \quad P(x) = |\varphi_1(x) + \varphi_2(x)|^2 \quad (10)$$

Můžeme tedy shrnout: elektrony (částice) jsou registrovány v diskretních, vždy stejných, porcích, podobně jako klasické částice, avšak pravděpodobnost dopadu elektronu (částice) na detektor v daném místě je dána funkcí určující intenzitu vlnění. V tomto smyslu je tedy nutné chápat korpuskulárně-vlnový dualismus.

Vraťme se ještě k experimentu z obr. 8a a modifikujme ho tak, abychom mohli rozhodnout, kterou štěrbinou elektron prošel. Realizovat to můžeme tak, že za stínítko se štěrbinami umístíme zdroj světla a budeme sledovat u které štěrbině dojde k rozptylu světla (fotonu), tj. budeme za štěrbinami sledovat Comptonův jev [6], [8]. Jiná možnost je, dát detektor za jednu ze štěrbin; elektrony které zde nebyly registrovány prošly zřejmě

druhou šterbinou a dopadly na E, zatímco zbývající byly absorbovány v detektoru u šterbiny. Tato alternativa je zřejmě ekvivalentní zakrytí jedné ze šterbin, takže výsledek pokusu již známe:  $P_1(x)$  nebo  $P_2(x)$ . Dáme-li detektor napřed k jedné a potom k druhé šterbině, bude nakonec v místě E rozložení  $P(x) = P_1(x) + P_2(x)$ . Avšak i v provedení s Comptonovým jevem, kdy jsou otevřeny obě šterbiny a každý z prošlých elektronů u jedné z nich interagoval s fotonem, dá výsledek  $P(x) = P_1(x) + P_2(x)$ . Experiment tedy potvrzuje výsledek, který jsme odvodili z předpokladu, že známe trajektorie elektronů. Jinými slovy: experiment, který je uspořádán tak, aby prokázal korpuskulární vlastnosti mikročástic (existenci klasické trajektorie) dá očekávaný výsledek (7).

Odstraníme-li však zařízení, které má rozhodnout kterou šterbinou elektron prošel, potom dostaneme rozložení  $P(x) = |\varphi_1(x) + \varphi_2(x)|^2$ , odpovídající rozložení intenzity při difrakci na dvojšterbině.

Uspořádáme-li tedy pokus tak, aby prokázal vlnovou povahu částic (typickým představitelem jsou všechny difrakční experimenty), potom získáme výsledek očekávaný na základě vlnové představy o částicích.

V uvedených závěrech není nic paradoxního, uvědomíme-li si, že jde o dva různé experimenty; vliv měřicího zařízení pro určení, kterou šterbinou elektron prošel, není zanedbatelný, ale naopak, mění zásadním způsobem funkci  $P(x)$ . Jak tedy máme nerozporně uvažovat a vyjedřovat se o dějích v mikrosvětě ? O trajektorii částice (o průchodu šterbinou  $F_1$  nebo  $F_2$ ) můžeme uvažovat a mluvit pouze tehdy, jestliže jde o experiment, který je schopen rozlišit (je postaven tak aby rozlišil) průchod šterbinou  $F_1$  a  $F_2$ . O trajektorii částice (o průchodu šterbinou) však nesmíme uvažovat při rozboru experimentů, které jsou postaveny tak, že nedovolují rozhodnout, kterou šterbinou elektron prošel. Jedině tak nebudete docházet k rozporům a chybným závěrům.

### 3. Interpretace vlnové funkce

Vlnové projevy částic i univerzální platnost de Broglieho vztahu  $\lambda = h/p$ , jsou přesvědčivě experimentálně prokázány. S každou částicí je tedy třeba "spojovat" nějakou vlnu, jejímž matematickým vyjádřením je vlnová funkce

$$\psi(x, y, z; t) \quad ( \psi(\vec{r}, t) ),$$

závislá na prostorových souřadnicích  $x, y, z$  ( $\vec{r} = (x, y, z)$ ) a čase  $t$ . Pro vlnou částicí je to rovinná vlna, jejíž analytické vyjádření je dáno (1); jak se získá  $\psi(\vec{r}, t)$  pro částice v silových polích, uvidíme v kap. III.

Před námi však nyní stojí otázka, jak fyzikálně interpretovat vlnovou funkci. Tento problém byl žhavý především v počátcích kvantové