

F0010 Přípravný kurz ke studiu, Cvičení 4

1. Převody velikostí úhlů: převed'te z úhlové (stupně) na obloukovou míru (radiány)

(a) 63°

(b) $22^\circ 30'$

převed'te z obloukové na úhlovou míru

(c) $\frac{15}{6}\pi$

(d) 4

2. Vypočítejte

(a) $\sin \frac{5}{6}\pi$

(b) $\sin 585^\circ$

(c) $\cos\left(-\frac{4}{3}\pi\right)$

(d) $\operatorname{tg} 135^\circ$

(e) $\operatorname{arccotg}(-\sqrt{3})$

(f) $\cos \frac{7}{12}\pi$ (užijte součtové vzorce)

(g) $\sin \frac{\pi}{8}$ (užijte vzorce pro poloviční úhel)

3. Načrtněte grafy následujících funkcí – určete periodu, definiční obor, obor hodnot, vypočítejte průsečíky s osou x a y .

(a) $f(x) : y = \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) + 1$

(b) $f(x) : y = 2 \cos(3x) - \sqrt{2}$

(c) $f(x) : y = \operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$

4. Určete, kdy mají následující rovnosti smysl a ověřte jejich platnost

(a) $4 \sin^2 x \cos^2 x + \cos^2 2x = 1$

(b) $\frac{\sin 2x}{1 + \cos 2x} + \frac{1 - \cos 2x}{\sin 2x} = 2 \operatorname{tg} x$

(c) $\frac{\cos x}{\sin y} - \frac{\sin x}{\cos y} = \frac{2 \cos(x + y)}{\sin 2y}$

(d) $\sin x + \cos x = \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$

5. Řešte rovnice s neznámou $x \in \mathbb{R}$

(a) $\sqrt{2} \cos(4\pi + 2x) = -1$

(b) $2 \sin^2 x + 3\sqrt{2} \cos x - 4 = 0$

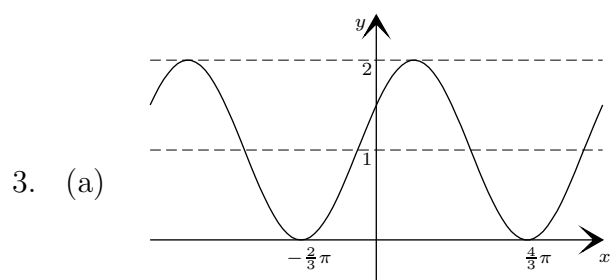
- (c) $2 \sin x + \operatorname{tg} x + 2 \cos x + 1 = 0$
- (d) $1 - \cos 2x = \sin 2x \sin x$
- (e) $\cos 3x = \cos x \cos 2x + 2 \sin x - 2 \sin^3 x$
- (f) $\operatorname{tg} \left(x + \frac{\pi}{6}\right) \operatorname{tg} \left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 1$

6. Řešte nerovnice s neznámou $x \in \mathbb{R}$

- (a) $0 \leq \cos x < \frac{1}{2}$
- (b) $\sin x \geq \cos x$
- (c) $\sin^2 x + 2 \sin x \cos x + \cos^2 x > \frac{1}{2}$
- (d) $2 \sin^2 x + 3 \sin x - 2 \geq 0$
- (e) $\cos 2x + \sin x < 1$

Řešení

1. (a) $\frac{7}{20}\pi$
 (b) $\frac{1}{8}\pi$
 (c) 450°
 (d) $229^\circ 11'$
2. (a) $\frac{1}{2}$
 (b) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$
 (c) $-\frac{1}{2}$
 (d) -1
 (e) $-\frac{1}{6}\pi$
 (f) $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$
 (g) $\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$



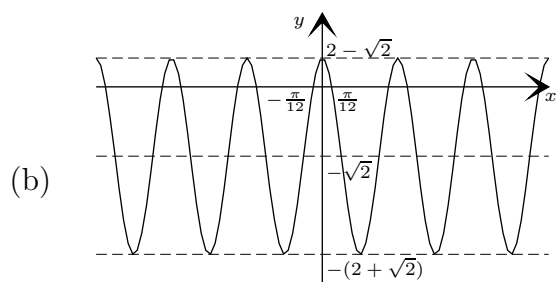
$$\text{perioda} = 2\pi$$

$$D(f) = \mathbb{R}$$

$$H(f) = [0; 2]$$

$$x_0 = \frac{4}{3}\pi + 2k\pi, \text{ kde } k \in \mathbb{Z}$$

$$y_0 = \frac{3}{2}$$



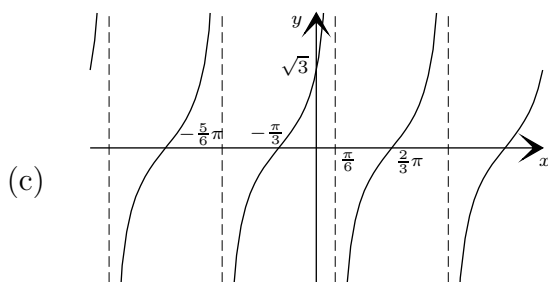
$$\text{perioda} = \frac{2}{3}\pi$$

$$D(f) = \mathbb{R}$$

$$H(f) = [-(2 + \sqrt{2}); 2 - \sqrt{2}]$$

$$x_0 \in \bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \left\{ \frac{\pi}{12} + \frac{2}{3}k\pi; \frac{7}{12}\pi + \frac{2}{3}k\pi \right\}$$

$$y_0 = 2 - \sqrt{2}$$



$$\begin{aligned} \text{perioda} &= \pi \\ D(f) &= \mathbb{R} - \bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \left\{ \frac{\pi}{6} + k\pi \right\} \\ H(f) &= \mathbb{R} \\ x_0 &= \frac{2}{3}\pi + k\pi \\ y_0 &= \sqrt{3} \end{aligned}$$

4. (a) platí pro $x \in \mathbb{R}$
 (b) platí pro $x \neq \frac{\pi}{2}k$, kde $k \in \mathbb{Z}$
 (c) platí pro $x \in \mathbb{R} \wedge y \neq \frac{\pi}{2}k$, kde $k \in \mathbb{Z}$
 (d) platí pro $x \in \mathbb{R}$
5. (a) $x \in \bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \left\{ \frac{3}{8}\pi + k\pi; \frac{5}{8}\pi + k\pi \right\}$
 (b) $x \in \bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \left\{ \frac{\pi}{4} + 2k\pi; \frac{7}{4}\pi + 2k\pi \right\}$
 (c) $x \in \bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \left\{ \frac{2}{3}\pi + 2k\pi; \frac{4}{3}\pi + 2k\pi; \frac{3}{4}\pi + k\pi \right\}$
 (d) $x \in \bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \{k\pi\}$
 (e) $x \in \bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \left\{ k\pi; \frac{\pi}{2} + 2k\pi; \frac{3}{4}\pi + k\pi \right\}$
 (f) $\emptyset$
6. (a) $x \in \bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \left\{ \left(\frac{\pi}{3} + 2k\pi; \frac{\pi}{2} + 2k\pi \right] \cup \left[\frac{3}{2}\pi + 2k\pi; \frac{5}{3}\pi + 2k\pi \right) \right\}$
 (b) $x \in \bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \left[\frac{\pi}{4} + 2k\pi; \frac{5}{4}\pi + 2k\pi \right]$
 (c) $x \in \bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \left(-\frac{\pi}{12} + k\pi; \frac{7}{12}\pi + k\pi \right)$
 (d) $x \in \bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \left[\frac{\pi}{6} + 2k\pi; \frac{5}{6}\pi + 2k\pi \right]$
 (e) $x \in \bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \left\{ (\pi + 2k\pi; 2\pi + 2k\pi) \cup \left(\frac{\pi}{6} + 2k\pi; \frac{5}{6}\pi + 2k\pi \right) \right\}$

Literatura

- Petáková, J., Matematika pro přípravu k maturitě a přijímacím zkouškám na vysoké školy, Prometheus, Praha, 1998.
 Polák, J., Přehled středoškolské matematiky, Prometheus, Praha, 1991.