

UNIVERZITA J. E. PURKYNĚ V BRNĚ

---

Fakulta přírodovědecká

# PŘÍKLADY Z ATOMOVÉ FYZIKY

Jan JANČA

Vratislav KAPIČKA

---

BRNO 1984

## 1. T E P E L N É Z Á Ř E N Č

Přehled teorie :

$$\text{Kirchhoffův zákon} - \frac{M_{e\lambda}}{\alpha_\lambda} = F(\lambda, T)$$

$M_{e\lambda}$  - monochromatické vyzařování  $\left[ \frac{W}{m^3} \right]$

$\alpha_\lambda$  - relativní spektrální pohltivost 1

Vztahy mezi monochromatickým vyzařováním -  $M_{e\lambda}$ , září -  $L_{e\lambda}$  a intenzitou vyzařování -  $M_e$   $[W m^{-2}]$

$$M_{e\lambda} = \frac{d M_e}{d \lambda}, \quad M_e = \int_0^\infty M_{e\lambda} d\lambda, \quad M_{e\lambda} = - \frac{c}{\lambda^2} M_e$$

Zář (plošný jas) -  $L_e$   $[W m^{-2} sr^{-1}]$

$$M_e = \pi L_e$$

$$M_{e\lambda} = \pi L_{e\lambda}$$

Hustota zářivé energie -  $u$ ,  $[J m^{-3}]$

Monochromatická hustota zářivé energie -  $u_\lambda$ ,  $w_\lambda$   $[J m^{-4}]$

$$u_\lambda = \frac{4}{c} M_{e\lambda} \quad u = \frac{4}{c} M_e$$

Zákon Stefan-Boltzmannův -  $M_e = \sigma T^4$

$$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-12} W cm^{-2} deg^{-4}$$

Posunovací zákon Wienův -  $\lambda_{max}$ .  $T = \text{konst.}$

$$k = 0,29 \text{ cm} \cdot \text{deg}$$

První termodynamický zákon Wienův -  $u_\nu = \nu^3 F(\frac{\nu}{T})$

Druhý termodynamický zákon Wienův -  $u_\lambda = \lambda^{-5} \cdot c_1 \exp(-\frac{c_2}{\lambda T})$

$$c_1 = 8\pi h c = 4,99 \cdot 10^{-24} J \cdot m \quad c_2 = \frac{hc}{k} = 1,43 \cdot 10^{-2} m \cdot deg$$

$$\text{Planckův vyzařovací zákon} - u = \frac{8\pi h \nu^2}{c^3} \cdot \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$$

$$h = 6,62 \cdot 10^{-34} J \cdot s$$

Přenos teplené zářivé energie mezi dvěma nekonečně dlouhými rovnoběžnými rovinami plochami

$$\Delta H = \frac{(T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{e_1} + \frac{1}{e_2} - 1}$$

$T_1, e_1$  - absolutní teplota a emisivita prvního povrchu

$T_2, e_2$  - absolutní teplota a emisivita druhého povrchu

$e_1 = 1 - r_1, e_2 = 1 - r_2$

$r_1, r_2$  - reflexivity povrchů

### Příklady

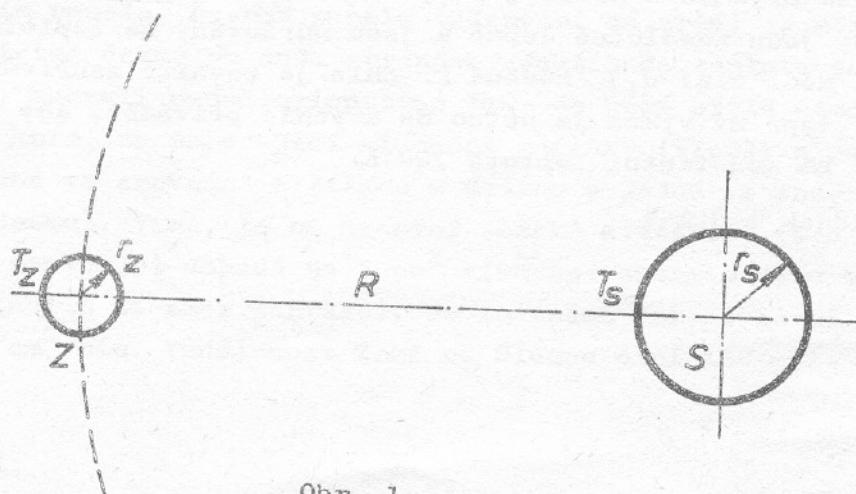
- 1.1 Absolutně černé těleso se ochlazuje prostřednictvím tepelného záření. Při tomto ochlazování se ve spektru rozdělení zářivé energie podle vlnové délky maximum monochromatického vyzařování posunulo o 500 nm. Určete o kolik stupňů se těleso ochladilo, když počáteční teplota činila 2000 K.

Výsledek :  $\Delta T = 530$  K.

- 1.2 Teplota povrchu Slunce činí 6000 K. Podíl průměru zemské orbitální a průměru Slunce činí  $2.14 \cdot 10^2$ . Pokládáme-li Zemi za šedé těleso, které izotropně vyzařuje ve všech směrech, vypočtěte střední teplotu Země. (Viz obr. 1.)

Výsledek :  $T_Z = 18^\circ$  C.

- 1.3 Hmotnost Slunce činí  $2 \cdot 10^{30}$  kg. Poloměr Slunce je roven  $7 \cdot 10^8$  m. Teplota slunečního povrchu činí 6000 K. Jakou hmotnost ztrácí Slunce tepelným zářením za 1 sec. Za jak dlouho ztratí Slunce 1 % hmotnosti. Výsledek :  $m = 5 \cdot 10^9$   $\text{kg s}^{-1}$ ;  $t = 10^{11}$  let



Obr. 1

- 1.4. Vypočtěte efektivní povrch wolframového žhavícího vlákna ve vakuové elektronice, když máme změřeno, že teplota vlákna činí 2500 K, vyzářovaný výkon 50 W, což při této teplotě činí 30 % výkonu záření absolutně černého tělesa.

Výsledek :  $P = 7,5 \cdot 10^{-1} \text{ cm}^2$

- 1.5. Vypočtěte výkon elektrického proudu, který musí procházet drátem o průměru 1 mm a délce  $l = 200 \text{ mm}$ , aby se drát udržel na konstantní teplotě 3500 K. Teplota okolí je 300 K.

Výsledek : 350 W

- 1.6. Absolutně černé těleso je v laboratoři realizováno následujícím způsobem. Sférická dutina je zevnitř začerněna a opatřena malým otvorem. Do dutiny vede topná spirála protékaná elektrickým proudem.

- a) Určete po kolika odrazech se intenzita paprsku, který dopadl otvorem dovnitř dutiny zmenší  $n$ -krát. Koeficient pohltivosti vnitřních stěn dutiny je roven  $a$  (je stejný pro všechny vlnové délky).  
b) Najděte charakteristickou teplotu spojitého tepelného záření vystupujícího z otvoru v dutině, je-li známo, že průměr otvoru v dutině  $d = 1 \text{ cm}$  a příkon elektrické topné spirály činí  $P = 0,9 \text{ kW}$ , přičemž 90 % tohoto výkonu se rozptyluje na vnitřních stěnách dutiny a odvádí ve formě tepelné energie kondukcí.

Výsledek : a)  $N = -\frac{\log n}{\log(1-a)}$ ; b)  $T = 2100 \text{ K}$ .

- 1.7. Vypočtěte množství tepla, které se přenese mezi postříbřenými stěnami termosky za 1 vteřinu z plochy  $1 \text{ cm}^2$ , je-li odrazivost stěn  $r = 0,9$  a teplota vnitřní stěny  $87^\circ\text{C}$ , vnější stěny  $27^\circ\text{C}$ .

Kolikrát by vzrostlo množství tepla, kdyby odrazivost obou stěn klesla z 0,9 na 0,3 ?

Výsledek :  $\Delta H = 6,28 \text{ cal cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$

$10,2 \times$  se zvětší transport tepelné energie.

- 1.8. Měděná krychle o hraně 1 cm je zavěšena v evakuované nádobě, jejíž stěny jsou absolutně černé a jsou udržovány na teplotě 300 K. Emisivita mědi činí 0,3. Měděná krychle je zevnitř zahřívána el. proudem. Jaký tepelný výkon je nutno do krychle přivádět, aby se krychle udržela na konstantní teplotě 700 K.

Výsledek : 3,1 W.

1.9. Měděná koule o průměru 2 cm s absolutně černým povrchem se ochlazuje, nachází se přitom ve vakuové nádobě, jejíž stěny jsou absolutně černé a jsou udržovány na teplotě blízké absolutní nule.

Určete, na jakou teplotu se měděná koule ochladí, když původní teplota činila  $T_0 = 300$  K. Změnu teploty vypočtěte za 1 hod.

Výsledek : 222 K.

1.10 Dewarova nádoba má tvar válce (průměr = 10 cm, výška = 20 cm). Reflexivita povrchu je rovna 0,9. Do nádoby je nalita voda o teplotě  $100^{\circ}\text{C}$ . Za jak dlouho se voda v nádobě ochladí na  $30^{\circ}\text{C}$  při teplotě místnosti  $20^{\circ}\text{C}$ . Uvažujte pouze ztráty tepla zářením.

Výsledek :  $t = 150$  hodin.

1.11 Ukažte, že Stefan-Boltzmannův zákon je přímým důsledkem Planckova vyzářovacího zákona.

$$\begin{aligned} \text{Návod : } \int_0^\infty \frac{x^3 dx}{e^x - 1} &= \int_0^\infty x^3 e^{-x} (1 - e^{-x})^{-1} dx = \\ &= \int_0^\infty x^3 e^{-x} (1 + e^{-x} + e^{-2x} + \dots) dx \\ \sum_{n=1}^\infty \int_0^\infty x^3 e^{-nx} dx &= 6 \quad \sum_{n=1}^\infty \frac{1}{n^4} = \frac{\pi^4}{15} \end{aligned}$$

1.12 Odvodte třetí Wienův zákon  $E_{\max} = \text{Konst. } T^5$ .

1.13 Vypočítejte počet kvant v  $1 \text{ cm}^3$  dutiny zaplněné rovnovážným tepelným zářením při teplotě  $0^{\circ}\text{C}$ .

Výsledek :  $4,14 \cdot 10^8$  kvant/ $\text{cm}^3$ .

1.14 V rámci programu INTERKOSMOS se připravuje k vyslání nová družice.

Dostal(a) jste za úkol vyřešit tento dílčí problém:

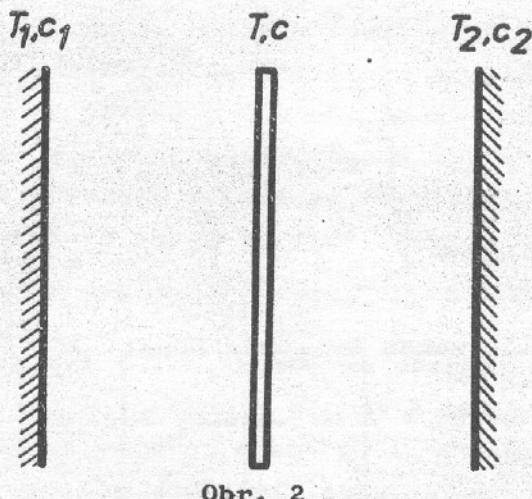
Družice bude vybavena slunečními bateriemi, které budou umístěny na zvláštním panelu. Povrch panelu (sluneční baterie) je možno považovat za absolutně černý po obou stranách. Jaká bude teplota panelu po určité době, bude-li panel orientován tak, že bude stále otočen jednou plochou kolmo na dopadající sluneční paprsky (tloušťka panelu je zanedbatelná ve srovnání s šírkou a délkou - jedná se tedy vlastně o tenkou desku). Víme, že na hranici zemské atmosféry (zde se právě družice pohybuje) dopadá na  $1 \text{ cm}^2$  sluneční energie dvou calorií za minutu (kolmo na směr paprsku). Je to známá tzv. solární konstanta  $= 2 \text{ cal/cm}^2 \text{ min}$ . Vzdálenost Země od Slunce činí 150 mil. km, průměr

Slunce je 1,38 mil. km, teplota povrchu Slunce činí 6000 K. Teplota v okolí družice je rovna téměř absolutní nule.

Výsledek : 335 K.

- 1.15 Dva povrchy, které jsou ideálními zářiči, jsou navzájem rovnoběžné a vzdáleny navzájem od sebe. Teplota jednoho povrchu je udržována na konstantní teplotě 200 K, teplota druhého povrchu na 300 K. Prostor mezi povrhy je evakuován. Vyleštěný aluminiový plech o emisivitě 0,1 na obou stranách je umístěn uprostřed mezi oběma zmíněnými povrhy - viz obr. 2. Vypočítejte teplotu aluminiového plechu. (Předpokládáme, že teplota na obou stranách plechu je stejná.) Vypočítejte tok tepelné energie od teplejšího povrchu k chladnějšímu.

Výsledek : 262 K



Obr. 2

- 1.16 1 kg vody  $50^{\circ}\text{C}$  teplé je nalit do tenkostěnné kovové nádoby tvaru krychle. Stěny této nádoby lze považovat za absolutně černé. Vypočítejte čas nutný k ochlazení vody v nádobě na  $10^{\circ}\text{C}$ , jestliže je tato nádoba zavěšena na kryostatu, jehož stěny jsou absolutně černé a jsou udržovány na teplotě 0 K. Prostor v kryostatu je evakuován.

Výsledek : 1,6 hod.

- 1.17 Teplota vnitřních oblastí Slunce dosahuje až  $1,3 \cdot 10^7$  K. Vypočtěte tlak tepelného záření na Slunci.

Výsledek :  $7 \cdot 10^6$  MPa

1.18 Dvě dutiny s malými kruhovými otvory o stejném průměru  $d = 1 \text{ cm}$  jsou navzájem vzdáleny - viz obr. 3. Vzdálenost mezi otvory v dutinách činí  $R = 20 \text{ cm}$ . V jedné dutině je pomocí odporové spirály, protékáné elektrickým proudem, udržována teplota  $T_1 = 2200 \text{ K}$ . Zanedbáme-li rozptyl tepla stěnami dutin, vypočtěte teplotu  $T_2$  ve druhé dutině. Podobně nalezněte teplotu  $T_2$ , jestliže je mezi otvory optický systém, soustředující záření kuželem o vrcholovém úhlu  $\vartheta = 30^\circ$ .

Návod:

$$\text{První dutina vyzařuje } W_1 = \frac{\pi d^2}{4} \sigma T_1^4.$$

Druhá dutina vyzařuje  $W_2 = \frac{\pi d^2}{4} \sigma T_1^4$  = energie dopadající z první dutiny

$$\text{Prostorový úhel, do kterého vyzařuje první dutina } \Omega = \frac{\pi d^2}{4R^2}.$$

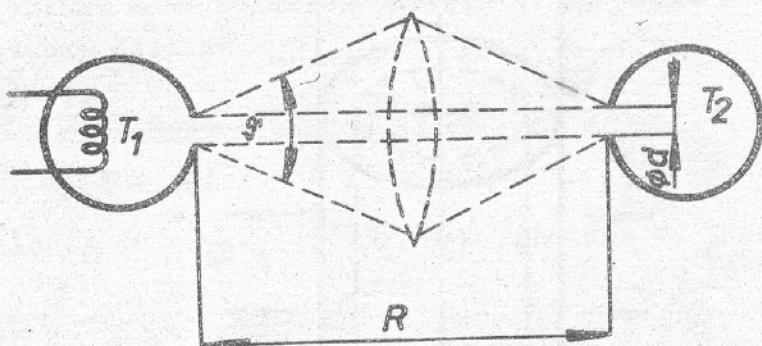
$$\text{Zář (jas) první dutiny } L_e = \frac{\sigma T_1^4}{\gamma}.$$

S optickým systémem dopadá do druhé dutiny za 1 s energie

$$W'_2 = \int_{\gamma=0}^{\vartheta_0/2} \frac{\sigma T_1^4}{\gamma} \frac{\pi d^2}{4} \cos \vartheta d\Omega.$$

$$\text{Výsledek: Bez optického systému } T_2 = T_1 \sqrt{\frac{d}{2R}} = 348 \text{ K.}$$

$$\text{S optickým systémem } T_2 = T_1 \sqrt{\sin 15^\circ} = 1120 \text{ K.}$$



Obr. 3

1.19 a) Vypočtěte entropii  $S$  rovnovážného tepelného záření v objemu  $V = 1 \text{ cm}^3$  při teplotě  $T = 300 \text{ K}$ .

b) Vyjádřete  $S$  jako funkci  $c_v$ .

$$\text{Výsledek: a)} S = \frac{16 T^3}{3c} . V = 2,74 \cdot 10^{-14} \text{ J} \cdot \text{deg}^{-1}$$

$$\text{b)} c_v = \frac{16 T^3}{c}, \quad S = \frac{c_v}{3}$$

1.20 Wolframový drát o průměru  $d = 1 \text{ mm}$  je zahříván elektrickým proudem ve vakuu na teplotu  $T = 1500 \text{ K}$ . Při této teplotě je koeficient relativní pohltivosti wolframu roven  $\alpha = 0,2$  a koeficient tepelné vodivosti  $\lambda = 0,23 \text{ cal/cm} \cdot \text{s} \cdot \text{deg}$ . Předpokládáme-li, že ztráty tepla v daném případě jsou pouze zářením, vypočtěte rozdíl teplot v ose drátu a na jeho povrchu.

Návod :

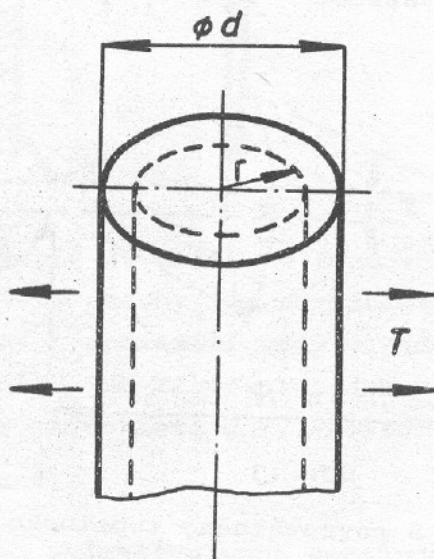
Ve stacionárním stavu je množství tepla přenášené za 1 s povrchem válce o poloměru  $r$  a délky  $l$  rovno (obr. 4)

$$Q = -\lambda \frac{dT}{dr} 2\pi r l$$

Toto množství tepla se musí rovnat energii získané Jouleovým ohřevem v objemu válce s poloměrem  $r$

$$Q = q_0 \pi r^2 l; \quad q_0 - \text{elektrický výkon uvolněný v jednotce objemu ve formě tepla}$$

Výsledek :  $T = \frac{d\alpha \sigma T^4}{4\lambda} = 0,15 \text{ K}$ .



Obr. 4

## 2. KVANTOVÉ VLASTNOSTI SVĚTELNÉHO ZÁŘENÍ

Přehled teorie :

a) Energie a impuls fotonu -  $E = h\nu$        $h$  - Planckova konstanta

$$\vec{p} = \hbar \cdot \vec{k} \quad \vec{k} - vlnový vektor$$

b) Einsteinova rovnice pro vnější fotoefekt -  $\hbar\nu = A + \frac{mv_{\max}^2}{2}$

$A$  - výstupní práce,

$m, v_{\max}$  - hmotnost a maximální rychlosť fotoelektronu

c) Efekt Comptonův -  $\Delta\lambda = \lambda \sin^2 \frac{\theta}{2}$

$\Delta\lambda$  - změna délky vlny kvant rozptýlených pod úhlem  $\theta$  vzhledem k původnímu směru.

$\lambda$  - Comptonovská vlnová délka ( $\lambda = \frac{2h}{mc}$ ).

d) Čerenkovovo záření - vzniká při pohybu nabité částice s konstantní rychlostí  $v$ , převyšující fázovou rychlosť světla  $c'$  v tomto prostředí. Čerenkovovo záření lze pozorovat ve směru svírajícím úhel se směrem pohybu nabité částice, přičemž

$$\cos \theta' = \frac{c'}{v}$$

Kde  $c' = \frac{c}{n}$ ;  $c$  - rychlosť světla ve vakuu,  $n$  - index lomu prostředí.

e) Základní vztahy mezi celkovou energií  $E$ , impulsem  $p$  a hmotností  $m_0$  relativistické částice -

$$E = \frac{m c^2}{\sqrt{1 - (\frac{v}{c})^2}}; E^2 = p^2 c^2 + m_0^2 c^4$$

$m_0$  - klidová hmotnost částice,  $v$  - rychlosť částice.

### Příklady

- 2.1 Izotropní záření bodového zdroje světla obsahuje fotony s délkou vlny  $\lambda_1 = 0,5 \mu\text{m}$  a  $\lambda_2 = 1,0 \mu\text{m}$ , jejichž počet je v poměru 1 : 2. Výkon záření činí 1 W. Určete počet fotonů s délkou vlny  $\lambda_1$ , které procházejí čtvercovou šterbinou  $1 \text{ cm}^2$  ve vzdálenosti 1 m od zdroje.

Výsledek :  $10^{13}$  fotonů/s.

2.2 Ukažte, že tlak p tepelného záření na stěny dutiny je roven

$$p = \frac{1}{3} u .$$

Návod :

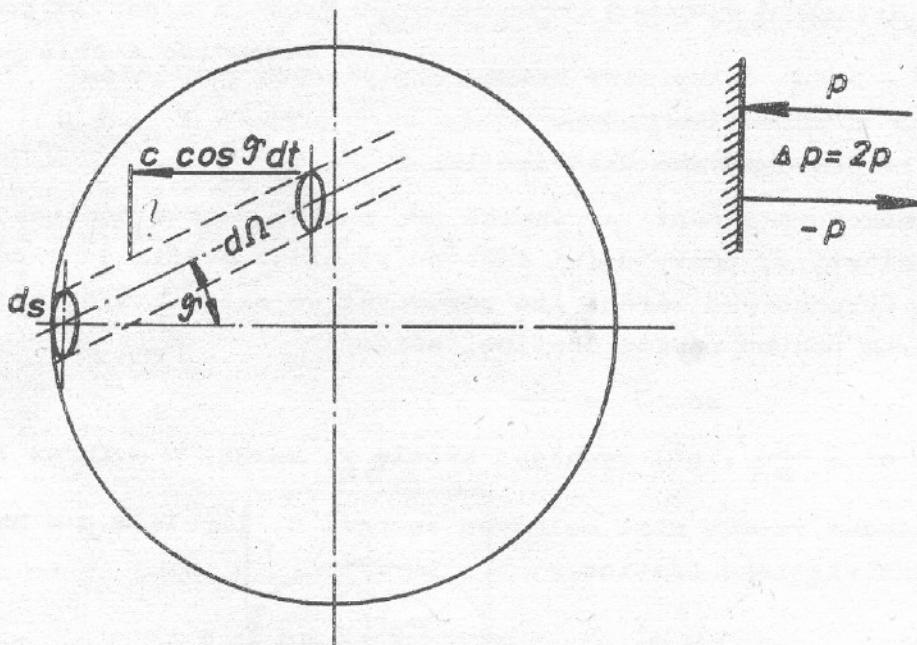
Počet kvantů  $n\gamma$ , která dopadají za čas  $dt$  na jednotkovou plochu pod úhlem  $\theta$ , bude (viz obr. 5)

$$n\gamma c \cos \theta \cdot dt \frac{d\Omega}{4\pi}$$

$n\gamma$  - počet kvantů o frekvenci  $\gamma$  v jednotce objemu

Tlak na stěnu dutiny způsobený fotony o frekvenci  $\gamma$  bude

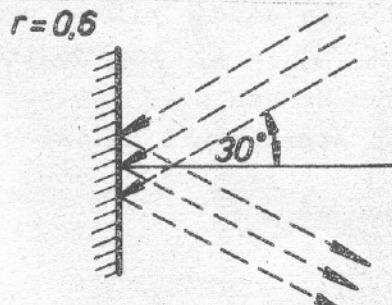
$$P_\gamma = \frac{2n}{4\pi} \iint p c \cos^2 \theta d\Omega$$



Obr. 5

2.3 Vypočtěte tlak na plochu při zrcadlovém odrazu rovnoběžného světelného svazku o intenzitě  $I = 0,5 \frac{W}{cm^2}$ . Koeficient odrazu  $r = 0,6$ ; úhel mezi směrem dopadajícího světla a normálou k ploše je  $30^\circ$ . (Obr. 6)

$$\text{Výsledek : } p = \frac{I}{c} (1 + r) \cos^2 \theta = 2 \cdot 10^{-5} \frac{N}{m^2} .$$



Obr. 6

- 2.4 Vycházejíce ze zákonů zachování energie a impulsu ukažte, že zcela volný elektron nemůže
- úplně absorbovat kvantum zářivé energie,
  - vyzařovat energii.

Návod:

$$a) h\nu = (m - m_0)c^2; \quad \frac{h\nu}{c} = mv;$$

$$b) m_0c^2 = mo^2 + h\nu.$$

- 2.5 Určete velikost Comptonova posunu a úhel, pod kterým se rozptyluje foton, je-li známa počáteční vlnová délka fotonu  $\lambda = 0,003 \text{ nm}$  a rychlosť odraženého elektronu  $\frac{v}{c} = 0,6$ .

Výsledek:  $\Delta\lambda = 0,0135 \text{ nm}$ ;  $\theta = 63^\circ 40'$

- 2.6 Určete úhel mezi směrem pohybu odraženého elektronu a původním směrem fotonu při Comptonovském rozptylu, odchýlí-li se foton při rozptylu na elektronu o pravý úhel. Jakou energii získá odražený elektron?

Výsledek:  $\cotg\alpha = 1 + \frac{h\nu}{m_0c^2}; \quad E = \frac{h\nu^2}{m_0c^2 + h\nu}$

- 2.7 V jednom z pokusů s Comptonovským rozptylem bylo zjištěno, že rozptylé kvantum odletělo pod úhlem  $\theta = 60^\circ$  vzhledem k původnímu směru, zatímco Comptonovský elektron opsal kružnici o poloměru  $r = 1,5 \text{ cm}$  v magnetickém poli o indukci  $B = 20 \text{ mT}$ . Najděte délku vlny dopadajícího kvanta.

Návod:

Comptonovský elektron je v tomto případě pomalý a úlohu lze řešit ne-relativisticky.

$$E_{el} = \frac{(erB)^2}{2m_0c^2}; \quad \lambda = \frac{\Delta\lambda}{2} \quad \left[ \sqrt{1 + \frac{4hc}{E\Delta\lambda}} - 1 = 0,043 \text{ nm} \right]$$

- 2.8 Řešte stejný příklad jako v předešlém případě, ale pro  $\theta = 90^\circ$ ,  $r = 2 \text{ cm}$ ,  $B = 300 \text{ mT}$ .

Návod:

V tomto případě je nutno řešit úlohu relativisticky.

$$E^2 = p^2 c^2 + m_0^2 c^4$$

$E'_{el} = m_0 c^2 \sqrt{\left(\frac{reB}{m_0 c}\right)^2 + 1}$ , ale od této energie je nutno odečíst klidovou energii elektronu.

$$E_{el} = m_0 c^2 \left[ \sqrt{1 + \left(\frac{erB}{m_0 c}\right)^2} - 1 \right]; \quad \lambda = 0,0007 \text{ nm}$$

2.9 Ukažte, že pro Čerenkovovo záření platí  $\cos \vartheta = \frac{c'}{v}$

Návod:

$$E = \overline{E}' + \epsilon$$

$$\sqrt{\frac{m_0 c^2}{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \sqrt{\frac{m_0 c^2}{1 - \frac{1}{n^2}}} + h\nu$$

$$\overrightarrow{P} = \overrightarrow{P}' + \overrightarrow{p}$$

$$\frac{m_0}{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{m_0}{1 - \frac{1}{n^2}} - \frac{\overrightarrow{c}}{n} + \frac{h\nu}{c} n$$

$n$  - index lomu prostředí, ve kterém se pohybuje nabité částice.

První rovnice je skalární a druhá vektorová. Po úpravě a sečtení obou rovnic dostaneme

$$\frac{m_0^2 c^4}{(1 - \frac{1}{n^2}) n^2} = \frac{m_0^2 c^2 v^2}{1 - \frac{v^2}{c^2}} + h^2 \frac{2}{n^2} - \frac{2cm_0 v' h\nu n}{1 - \frac{v^2}{c^2}} \cos \vartheta$$

Odtud po úpravách dostaneme

$$\cos \vartheta = \frac{c'}{v} \left( 1 + \frac{h\nu (n^2 - 1)}{2 E} \right); \quad h\nu \ll E$$

kde  $E$  je energie nabité částice před vyzářením Čerenkovova fotonu.

3. RUTHERFORDOV A BOHRUV MODEL ATOMU

Přehled teorie:

- a) Úhel  $\vartheta$ , pod kterým se nabité částice rozptyluje od původního směru pohybu v Coulombovském poli jádra (hmotnost jádra je uvažována mnohem větší než hmotnost rozptylující se částice) je dán vztahem

$$\operatorname{tg} \frac{\vartheta}{2} = \frac{q_1 q_2}{2pW \cdot 4\pi\epsilon_0},$$

kde  $q_1$  a  $q_2$  jsou náboj rozptylující se částice a náboj uvažovaného jádra,  $W$  je kinetická energie rozptylující se částice,  $p$  je záměrná vzdálenost.

- b) Rutherfordův vztah pro hustotu toku nabitých částic rozptýlených pod úhlem  $\vartheta$  ve vzdálenosti  $r$  od rozptylující folie.

$$\frac{\Delta N}{N} = \frac{n}{r^2} \left( \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 2W} \right)^2 \frac{1}{\sin \frac{1}{4} \frac{\vartheta}{2}}$$

Rutherfordův vztah pro počet částic rozptýlených v daném směru.

$$dN = N n \pi \left( \frac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_0 mv^2} \right)^2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sin \frac{\vartheta}{4}}{\sin \frac{\vartheta}{2}} d\vartheta$$

$n$  - počet rozptylových center na jednotku plochy,

$N$  - celkový počet dopadajících částic,

$\Delta N$  - počet rozptýlených částic v daném směru na jednotku plochy,

$r$  - vzdálenost detektoru od rozptylující folie.

- c) Bohrovy postuláty.

$$h\nu = W_2 - W_1$$

$W_1, W_2$  - energie elektronů ve stavech charakterizovaných hlavními kvantovými čísly  $n_2$  a  $n_1$ , mezi kterými nastávají přechody doprovázené emisí (absorpcí) záření o frekvenci  $\nu$ .

$$L_n = \hbar n$$

$L_n$  - moment hybnosti elektronu na  $n$ -té kruhovém orbitu.

$$W = -Z^2 \frac{m e^4}{8 \epsilon_0^2 h^2} \cdot \frac{1}{n^2}$$

$W$  - energie elektronu na  $n$ -té kruhové dráze

$Z$  - atomové číslo

$$r = \frac{\epsilon_0 \cdot h^2}{\pi Z e^2 m_0} n^2,$$

kde  $r$  - poloměr  $n$ -té kruhové dráhy elektronu.

d) Zobecněný Balmerův vzorec

$$\tilde{\nu} = RZ^2 \left( \frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) \text{ cm}^{-1}$$

$\tilde{\nu} = \frac{1}{\lambda}$  - vlnočet spektrální čáry,

$R$  - Rydbergova konstanta (vlnočet),

$Z$  - atomové číslo zářícího atomu,

$n_1, n_2$  - hlavní kvantová čísla stavů, mezi nimiž nástává zářivý přechod

$$R = \frac{R_\infty}{1 + \frac{m}{M}} ; \quad R_\infty = \frac{m_e e^4}{8 \epsilon_0^2 h^3 c},$$

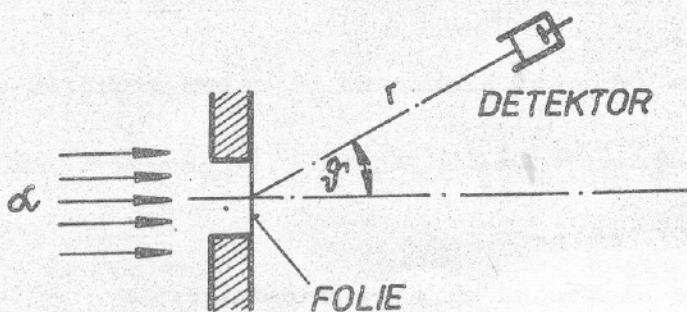
$M$  - hmotnost jádra atomu,

$R_\infty$  - Rydbergova konstanta pro  $M = \infty$

$$R = 109\ 737,309 \text{ cm}^{-1}$$

Příklady

- 3.1 Svazek  $\alpha$  částic o kinetické energii 5,3 MeV a intenzitě 10 000 částic/s dopadá kolmo na zlatou folii o ploše  $1 \text{ cm}^2$  a  $10^{-5} \text{ cm}$  silnou. Počítač (detektor)  $\alpha$ -částic se vstupním otvorem  $1 \text{ cm}^2$  je umístěn ve vzdálenosti 10 cm za folií tak, že přímka spojující střed rozptylující folie se středem vstupního otvoru detektoru svírá s původním směrem dopadajících  $\alpha$ -částic úhel  $60^\circ$ . (Viz obr. 7.) Vypočítejte počet průletů  $\alpha$ -částic detektorem za 1 s a za 1 hod.



Obr. 7

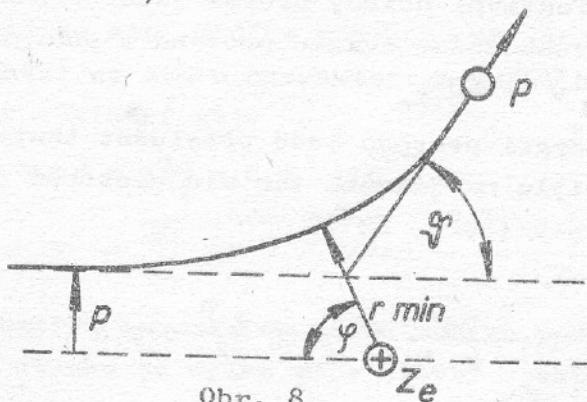
Výsledek:  $10^{-3}$  částic/s.

- (3.2) a) Svazek  $\alpha$ -částic o energii 5,3 MeV dopadá na zlatou folii. Na jakou nejmenší vzdálenost se mohou  $\alpha$ -částice přiblížit k jádrům atomů zlata?
- b) Znáte-li nyní hodnotu největšího přiblížení  $\alpha$ -částic k jádrům atomů zlata, vypočtěte (obecně ne numericky), kolik  $\alpha$ -částic bude rozptylováno do prostorového úhlu omezeného úhly rozptylu  $90^\circ$  a  $180^\circ$ , tj. odráženo před folií zpět.

Výsledek:

$$a) b = 4,3 \cdot 10^{-12} \text{ cm}; \quad b) N_{90^\circ-180^\circ} = \frac{1}{4} N_{\text{n.t.}} \pi b^2$$

- (3.3) Určete minimální vzdálenost, na kterou se přiblíží proton s kinetickou energií  $W = 0,5$  MeV k jádru atomu thoria při rozptylu na úhel  $\vartheta = 30^\circ$ . Jádro atomu thoria je v klidu. (viz obr. 8).



Obr. 8

Návod:

Minimální vzdálenost  $r_{\min}$  bude dosažena při splnění podmínky  $r = 0$  (v polárních souřadnicích), tj. radiální rychlosť je rovna nule.

Ze zákonů zachování energie a momentu hybnosti plyne

$$W = \frac{m}{2} (r^2 + r^2 \dot{\varphi}^2) + \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

$$mv_0 p = mr^2 \dot{\varphi}$$

$v_0$  - původní rychlosť protonu,

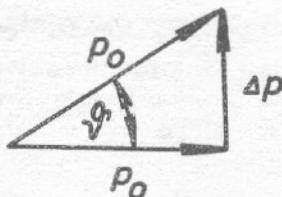
$p$  - závěrná vzdálenost.

Vyloučením  $\dot{\varphi}$  z této rovnice a použitím podmínky minima dostaneme

$$r_{\min} = \frac{Ze^2}{8W_{\text{kin}} \pi \epsilon_0} \left( 1 + \frac{1}{\sin \frac{\vartheta}{2}} \right) = 6,28 \cdot 10^{-11} \text{ cm.}$$

- 3.4 Vypočtěte velikost impulsu, který je předán rozptýlené  $\alpha$ -částici jádrem atomu olova, který je v klidu, je-li známo, že kinetická energie  $\alpha$ -částice je rovna 2 MeV a záměrná vzdálenost  $7 \cdot 10^{-12}$  cm.  
Při jaké kinetické energii  $\alpha$ -částice bude předaný impuls maximální.  
Jedná se opět o Pb jádro a stejnou záměrnou vzdálenost?

Návod:



$$p = 2p_0 \sin \frac{\varphi}{2}$$

$$\text{Výsledek: } 1,57 \cdot \frac{1}{\text{o}} \text{ MeV.}$$

Předaný impuls bude maximální při

$$W = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 p} = 1,685 \text{ MeV.}$$

Obr. 9

- 3.5 a) Vypočtěte efektivní účinný průřez jader tantalu, která přísluší rezptylu rovnoběžného svazku protonů s energií  $W = 1$  MeV do úhlů větších než  $\vartheta = 60^\circ$ .
- b) Při jaké energii protonů bude příslušet tentýž efektivní účinný průřez rozptylu na jádrech tantalu protonům rozptylujícím se do intervalu úhlů  $(30^\circ - 60^\circ)$ ?

Výsledek:

$$a) \sigma = \frac{\pi}{4} \left( \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 W} \right)^2 \cot \frac{2\vartheta}{2} = 2,6 \cdot 10^{-22} \text{ cm}^2$$

$$b) W = 1,9 \text{ MeV.}$$

- 3.6 Délka vlny první čáry Lymanovy serie činí  $\lambda_1 = 121,5 \text{ nm}$ . Hrana Balmerovy série činí  $\lambda_2 = 365,0 \text{ nm}$ . Vypočtěte energii ionizace atomu vodíku.

$$\text{Výsledek: } W = 13,6 \text{ eV.}$$

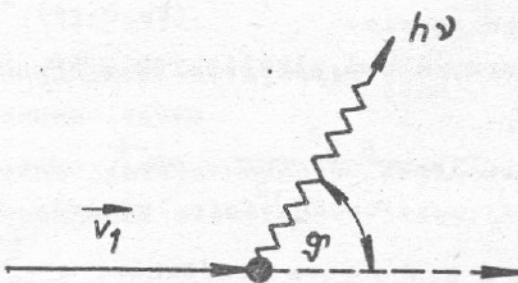
- 3.7 Vypočtěte rychlosť rotace elektronu okolo jádra na Bohrovských orbitech. Ukažte, že pro frekvenci  $\nu$  vyzařovanou atomem vodíku platí  $\nu_n > \nu > \nu_{n+1}$ , kde  $\nu_n$  a  $\nu_{n+1}$  jsou frekvence rotace na těch drahách, mezi nimiž nastává přechod.

Výsledek:

Úloha vede na nerovnosti  $\frac{2}{n^3} > \frac{1}{n^2} - \frac{1}{(n+1)^2} > \frac{1}{(n+1)^3}$ , které jsou identicky splněny, a proto je předpoklad správný.

- 3.8 Vycházejíce ze zákonů zachování energie a impulsu při vyzařování fotonu pohybujícím se atomem, vypočtěte velikost Dopplerovského posuvu (řešte nerelativisticky).

Výsledek:  $\frac{\Delta \nu}{\nu} = \frac{v}{c} \cos \vartheta$



Obr. 10

- 3.9 a) Vyjádřete změnu délky vlny fotonu, která je způsobena zpětným rázem atomu vodíku, který atom vyzářil.  
b) Jakou rychlosťí se atom vodíku pohybuje při zpětném rázu, když elektron přechází ze stavu oharakterizovaného hlavním kvantovým číslem  $n = 2$  v základní stav

Výsledek: a)  $\Delta \lambda = \frac{h}{2M_0} = 6,6 \cdot 10^{-7}$  nm

b)  $v = \frac{Rh}{4M} = 3,3$  m/s.

- 3.10 Při posuzování svazku nabuzených atomů vodíku pod úhlem  $45^\circ$  vzhledem ke směru pohybu svazku se délka vlny hlavní spektrální čáry Lymanovy serie ukázala posunutou o 2 nm. Jaká je rychlosť svazku?

Výsledek:  $v = 7 \cdot 10^6$  m/s.

- 3.11 Kvantum světla vznikající při přechodu mezi prvními dvěma energetickými úrovněmi v jedenkrát ionizovaném  $\text{He}^+$  vytrhuje fotoelektron z atomu vodíku, který se nachází v základním stavu. Vypočtěte rychlosť tohoto elektronu mimo mateřský atom.

Výsledek:  $v = 3,65 \cdot 10^6$  m/s.

#### 4. ATOMY S VÍCE ELEKTRONY

Přehled teorie:

a) Termy atomů alkalických kovů

$$T = \frac{R Z^2}{(n + \sigma_e)^2} \text{ cm}^{-1}$$

R - Rydbergova konstanta, n - hlavní kvantové číslo,  $\sigma_e$  - Rydbergova oprava, závisející na vedlejším kvantovém čísle 'l'.

b) Orbitální mechanický moment elektronu nebo elektronové slupky atomu

$$p_L = \hbar \sqrt{L(L+1)}$$

L - výsledné orbitální kvantové číslo

Spinový moment  $p_S = \hbar \sqrt{S(S+1)}$ ,  
kde S - výsledné spinové kvantové číslo

Úplný moment impulsu  $p_J = \hbar \sqrt{J(J+1)}$ ,  
kde J - výsledné kvantové číslo úplného momentu impulsu.

c) Vazba LS       $L = \sum |l_1|$        $S = \sum |s_1|$        $J = \sum |L + s|$

Vazba JJ       $J_1 = |l_1 + s_1|$        $J_2 = |l_2 + s_2|$        $J = |J_1 + J_2|$

d) Intenzita emisní atomové čáry

$$I_{mn} = \text{konst. } N_0 \epsilon_n p_{mn} \exp\left(-\frac{E_n}{kT}\right)$$

$N_0$  - počet zářících atomů daného druhu,

$\epsilon_n$  - statistická váha horního kvantového stavu ( $g = 2J + 1$ ),

$p_{mn}$  - pravděpodobnost spontánního přechodu,

$E_n$  - excitační energie uvažované spektrální čáry,

k - Boltzmannova konstanta,

T - absolutní teplota.

#### Příklady

- 4.1 Spinový mechanický moment dvouelektronové konfigurace v atomu se určuje kvantovým číslem  $S = 1$ . Najděte úhel mezi spinovými mechanickými momenty jednotlivých elektronů.

Výsledek:  $\vartheta = 65^\circ$ .

4.2 Jsou známy ionizační potenciály následujících tří členů izoelektronové řady:

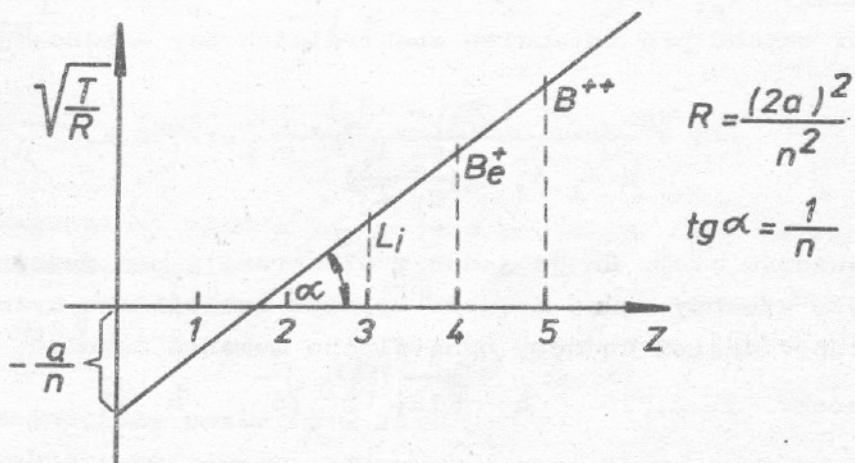
$\text{Li}$  (5,38 eV),  $\text{Be}^+$  (17,0 eV),  $\text{B}^{++}$  (35,6 eV).

a) Sestrojte na základě těchto údajů graf závislosti  $\sqrt{\frac{T}{R}} = f(z)$ , kde  $T$  je hodnota termu příslušného stavu.

b) Z grafu určete hodnotu kvantového čísla a hodnotu zastiňovací konstanty, charakterizujících základní elektronové stavy  $\text{Li}$ ,  $\text{Be}^+$  a  $\text{B}^{++}$ .

Řešení:

a)



Obr. 11

b)  $n = 2$ ,  $a = 1,76$ .

4.3 Systém 3 elektronů  $l_1 = 1$ ,  $l_2 = 2$ ,  $l_3 = 3$  se nachází ve S stavu.

Najděte úhel mezi orbitálními momenty prvních dvou elektronů.

Výsledek:  $\varphi = 54^\circ$ .

4.4 Nalezněte délku vlny spektrálních čar Na, které vznikají při přechodech vzbuzených atomů Na ze stavů 4S, 4P do základního stavu 3S.

Rydbergovské opravy pro S a P termy jsou rovny - 1,37 a - 0,9.

Výsledek: 589 nm a 1140 nm.

4.5 V uzavřené nádobě o objemu  $v = 0,1$  l se nalézá při teplotě  $T = 1500$  K a tlaku  $p = 13$  Pa plynné lithiump. Celkový vyzařovaný výkon na rezonanční čáře s délkou vlny  $\lambda = 670,8$  nm činí  $P = 1,74$  W. Určete střední dobu života atomů lithia v nabuzeném rezonančním stavu.

Návod:

Je-li  $\bar{T}$  střední doba života, vyšle každý nabuzený atom za 1 sec  $\frac{1}{\bar{T}}$  kvant.

Celkový vyzařovaný výkon potom bude  $P = \frac{1}{\bar{T}} \cdot N h\nu$ , kde

$$N = N_0 \frac{g}{g_0} \exp\left(-\frac{h\nu}{kT}\right), \text{ odtud po úpravách plyně } \bar{T} = 2 \cdot 10^{-8} \text{ s.}$$

- 4.6 Vypočtěte teplotu plynu sestávajícího z atomů cesia, je-li známo, že intenzity spektrálních čar tvořící rezonanční dublet o délkách vlny 894,35 nm a 852,11 nm jsou v poměru 2 : 3.

Výsledek:

Pomocí vztahů pro intenzitu spektrálních čar snadno zjistíme, že

$$T = \frac{\hbar c (\lambda_1 - \lambda_2)}{k \lambda_1 \lambda_2 \lg\left(\frac{g_2 I_1}{g_1 I_2}\right)} = 2770 \text{ K.}$$

- 4.7 V nabuzeném atomu He je jeden z elektronů v p a druhý v d-stavu. Najděte všechny možné hodnoty úplného orbitálního kvantového čísla L a odpovídající hodnoty orbitálního momentu impulsu

Výsledek: 3, 2, 1     $\hbar \sqrt{12}$ ,  $\hbar \sqrt{6}$ ,  $\hbar \sqrt{2}$ .

- 4.8 Jaké jsou možné hodnoty úplného momentu impulsu d-elektronu v atomu? Jaké jsou přitom úhly mezi spinovými a orbitálními mechanickými momenty?

Výsledek:  $\frac{\hbar \sqrt{35}}{2}$ ,  $\frac{\hbar \sqrt{15}}{2}$ ,  $61^\circ 50'$  a  $135^\circ$ .

- 4.9 Určete všechny možné hodnoty kvantových čísel L, S a typy termů atolu, u kterého jsou zcela zaplněny všechny podslupky, kromě těchto dvou:  $4f^1$   $5d^1$ . Použijte LS vazby.

Výsledek:  $L = 5, 4, 3, 2, 1; S = 1, 0$   
 $1, 3_p, 1, 3_D, 1, 3_F, 1, 3_G, 1, 3_H$ .

- 4.10 Určete všechny možné termy, které charakterizují excitovaný atom uhlíku, jehož elektronová konfigurace je následující:

$1s^2, 2s^2, 2p^1, 3d^1$ .

Výsledek: Aplikujeme pravidla LS vazby  $1_{F_3}, 1_{D_2}, 1_{P_1},$   
 $3_{F_{4,3,2}}, 3_{D_{3,2,1}}, 3_{P_{2,1,0}}$ .

## 5. MAGNETICKÉ VLASTNOSTI ATOMU

Přehled teorie:

- a) Orbitální magnetický moment  $\mu_L$  a jeho projekce  $\mu_{eH}$  do směru vnějšího magnetického pole.

$$\vec{\mu}_L = \mu_B \sqrt{L(L+1)}, \quad \vec{\mu}_{eH} = \vec{\mu}_B m_L$$

$\mu_B$  - Bohrův magnetron

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e} \quad (\text{SI}), \quad \mu_B = 9,2731 \cdot 10^{-24} \text{ Am}^2$$

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e} \quad (\text{SI}), \quad \mu_B = 1,1650 \cdot 10^{-29} \text{ Vms}$$

Spinový magnetický moment  $\mu_S$  a jeho projekce  $\mu_{SH}$  do směru vnějšího magnetického pole

$$\mu_S = g \mu_B \sqrt{S(S+1)} \quad \mu_{SH} = g \mu_B m_S$$

$g$  - gyromagnetický poměr,  $g = 2$ .

Celkový magnetický moment elektronu v atomu a jeho projekce do směru vnějšího magnetického pole.

$$\mu = \epsilon_L \mu_B \sqrt{J(J+1)} \quad \mu_H = \epsilon_L \mu_B m_J$$

$J$  - kvantové číslo úplného momentu impulsu,

$m_J$  - magnetické kvantové číslo,

$\epsilon_L$  - Landeho faktor spektrálního rozštěpení.

b) Landeho faktor -  $\epsilon_L = 1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)}$

- c) Energie magnetického dipólu ve vnějším magnetickém poli H

$$W = - (\vec{M} \cdot \vec{B}) \quad (\text{SI})$$

- d) Kruhová frekvence Larmorovy precese roviny elektronové dráhy v atomu ve vnějším magnetickém poli o indukci B.

$$L = \frac{eB}{2m} \quad (\text{SI})$$

- e) Kruhová frekvence precese atomu, která má vlastní mechanický i magnetický moment.

$$\omega = \epsilon_L \cdot \omega_L$$

f) Rozštěpení spektrálních čar v případě normálního a anomálního Zeemanova jevu

$$\text{Normální jev} \quad \Delta\omega = \pm \omega_L, 0$$

$$\text{Anomální jev} \quad \Delta\omega = (m_1 g_{L_1} - m_2 g_{L_2}) \omega_L.$$

$\omega_L$  - frekvence Larmorovy precese,  
 $m_1, m_2$  - magnetická kvantová čísla stavů, mezi nimiž nastává přechod,  
 $g_{L_1}, g_{L_2}$  - Landeho násobitelé odpovídajících elektronových stavů.

g) Výběrová pravidla určující dovolené přechody v atomech :

$$\Delta S = 0 \quad \Delta m_S = 0$$

$$\Delta L = \pm 1 \quad \Delta m_L = 0, \pm 1$$

$$\Delta J = 0, \pm 1 \quad \Delta m_J = 0, \pm 1$$

$$J = 0 \rightarrow J = 0 \quad m_J = 0 \rightarrow m_J = 0$$

h) Diamagnetická susceptibilita souboru N navzájem izolovaných atomů (iontů) :

$$\chi = - \frac{Ne^2}{6m_e} \sum_{i=1}^Z \frac{1}{r_i^2}$$

$e$  a  $m_e$  - náboj a hmotnost elektronu,

$\frac{1}{r_i^2}$  - střední hodnota kvadrátu vzdálenosti i-tého elektronu od jádra,

Z - počet elektronů v atomu (iontu).

i) Langevinova formule -  $I = N \mu (\coth \beta - \frac{1}{\beta})$

I - intenzita magnetizace,

N - počet atomů (molekul)

$\mu$  - magnetický moment atomu (molekuly)

$$\beta = \frac{\mu H}{kT}$$

$$\coth \beta = \frac{e^\beta + e^{-\beta}}{e^\beta - e^{-\beta}}$$

k - Boltzmannova konstanta

T - absolutní teplota

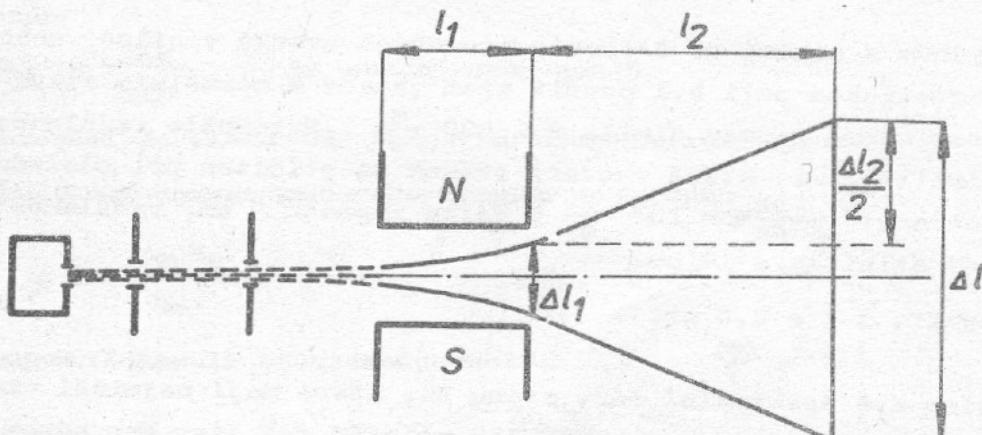
Paramagnetická susceptibilita ve "slabém" magnetickém poli

$$\chi = \frac{N^2}{3k} \frac{1}{T} = C \frac{1}{T}$$

C - Curieho konstanta.

Příklady

5.1 V pokusu Stern-Gerlachově je úzký svazek atomů stříbra (v základním elektronovém stavu), propouštěn přes příčné, silně nehomogenní magnetické pole s gradientem  $\frac{dB}{dz}$ ; délka dráhy svazku v magnetickém poli je  $l_1$ , vzdálenost detektérního stínítka od magnetu je  $l_2$ . Určete velikost průměru magnetického momentu elektronu  $\mu_B$  do směru magnetického pole, když víme, že rozštěpení svazku činí  $\Delta l$  a rychlosť atomů ve svazku je  $v$ .



Obr. 12

Návod:

$$F = -\mu_B \frac{dB}{dz}; \quad v \perp = \mu_B \frac{dB}{dz} \frac{l_1}{mv}; \quad \Delta l_1 = \mu_B \frac{dB}{dz} \frac{l_1^2}{mv^2};$$

$$\Delta l_2 = \mu_B \frac{dB}{dz} \frac{2l_1 l_2}{mv^2}; \quad \mu_B = \frac{mv^2 \Delta l}{l_1(l_1 + 2l_2) \frac{dB}{dz}}.$$

5.2 Představme si, že opakujeme Stern-Gerlachův pokus za následujících podmínek. Atomy stříbra vyletují z pásky, která je vyhřátá na teplotu 1000 K. Potom atomy stříbra prolétají nehomogenním magnetickým polem. Gradient magnetického pole (stupeň nehomogenity) činí

$$\frac{dB}{dz} = 10^2 \text{ T/m}. \quad \text{Délka pólůvých nástavových magnetů činí 10 cm.}$$

Za magnetem ve vzdálenosti 10 cm je umístěno stínítko (detektor).

Vypočítejte vzájemnou vzdálenost očekávaných stop na stínítku.

Výsledek: Dvě stopy s  $\Delta l = 7 \text{ mm}$ .

5.3 Stanovte systém přechodů, které mohou vzniknout v magnetickém poli mezi následujícími singuletovými elektronovými stavami.

a)  $1_{D_2} \rightarrow 1_{P_1}$

b)  $F \rightarrow D$

Výsledek:

a)  $1_{D_2} \rightarrow 1_{P_1}, \quad \Delta \lambda_L = \frac{eB}{mc}, \quad 0 \quad$  b)  $1_{F_3} \rightarrow 1_{D_2}$

- 5.4 Nalezněte hodnoty maximální průmětů magnetických momentů do směru magnetického pole pro atomy vanadu (nachází se ve stavu  $^4F$ ) manganu (nachází se ve stavu  $^6S$ ) železa (nachází se ve stavu  $^5D$ ) když je známo, že svazky těchto atomů se při průchodu silně nehomogenním magnetickým polem rozštěpí na 4 (vanad), 6 (mangan) a 9 (železo) složek.

Výsledek: vanad -  $0,6 \mu_B$ , mangan -  $5 \mu_B$ , železo -  $6 \mu_B$ .

- 5.5 Při jednom z pokusů se štěpením atomových svazků v silně nehomogenním magnetickém poli byl použit atom vanadu v normálním stavu  $^4F_{3/2}$ . Rychlosť atomů vanadu činila  $v = 400 \frac{m}{s}$ . Nalezněte vzdálenost mezi krajními stopami, které vytváří svazek na stínítku při následujících parametrech:  $\frac{dB}{dz} = 10^3 \frac{T}{m}$ , délka magnetu 3 cm, vzdálenost magnetu od stínítka = 10 cm.

Výsledek:  $\Delta l = 2,8 \text{ mm.}$

- 5.6 Zjistěte dvě spektrální čáry atomu Na, které mají nejnižší excitační potenciál. Vypočtěte, na kolik čar se tyto dvě čáry rozpadnou ve slabém a silném magnetickém poli. Vypočtěte rovněž vzdálenost jednotlivých komponent.

Výsledek:

Spektrální čára  $^2P_{1/2} \rightarrow ^2S_{1/2}$  se rozpadne na 4 komponenty

$$\Delta \nu_1 = \Delta \nu_L \left( -\frac{2}{3} \right); \Delta \nu_2 = \Delta \nu_L \left( \frac{4}{3} \right); \Delta \nu_3 = \Delta \nu_L \left( -\frac{2}{3} \right);$$

$$\Delta \nu_4 = \Delta \nu_L \left( -\frac{4}{3} \right)$$

Spektrální čára  $^2P_{3/2} \rightarrow ^2S_{1/2}$  se rozpadne na 6 komponent

$$\Delta \nu_1 = \Delta \nu_L \left( -\frac{5}{3} \right), \Delta \nu_2 = \Delta \nu_L \left( \frac{2}{3} \right), \Delta \nu_3 = \Delta \nu_L \left( \frac{1}{3} \right),$$

$$\Delta \nu_4 = \Delta \nu_L \left( -\frac{1}{3} \right), \Delta \nu_5 = \Delta \nu_L \left( -\frac{3}{3} \right), \Delta \nu_6 = \Delta \nu_L \left( -\frac{5}{3} \right).$$

- 5.7 Na kolik komponent se rozštěpí při pokusu Stern-Gerlachově svazek atomů nacházející se ve stavech:  $^3D_2$  a  $^5F_1$ .

Výsledek:

$^3D_2$  se rozštěpí na 5 komponent,

$^5F_1$  se nerozštěpí.

5.8 Znáte-li vztah pro frekvenci Larmorovy precese, ukažte, že pro diamagnetickou susceptibilitu  $\chi$  atomárního plynu platí přibližný vztah

$$\chi = - \frac{Ze^2 N}{6m_e} \sum_{i=1}^Z r^{-2}$$

kde  $N$  je počet atomů,  $e$  je náboj elektronu,  $m_e$  je hmotnost elektronu,  $Z$  je náboj jádra,  $r$  je střední hodnota druhé moniny vzdálenosti elektronů v atomu od jádra.

Návod:

$$\omega_L = \frac{eB}{2mc} \quad - \text{ má opačný směr než } B.$$

S precesí  $Ze$  elektronů je spojen diamagnetický proud  $I = - \frac{Ze^2 B}{4\pi m}$ .

Magnetický moment kruhového proudu potom bude

$$\mu = - \frac{Ze^2 B}{4m} Q^2 \quad z \parallel B, \bar{x}^2 + \bar{y}^2 = Q^2.$$

Předpokládáme-li sférickou symetrii  $\bar{x}^2 = \bar{y}^2 = \bar{z}^2$ .

$$\text{Poněvadž } \chi_B = \mu_N \rightarrow \chi = - \frac{Ze^2 N}{6m} \frac{-r}{r^2}$$

5.9 Molární diamagnetická susceptibilita kryptonu činí  $\chi = - 28 \cdot 10^{-6} \frac{\text{cm}^3}{\text{mol}}$

Vypočtěte energii, kterou získá atom kryptonu při zapnutí magnetického pole o intenzitě 10 KOe.

Výsledek:  $B$

$$\Delta W = \int_0^B \mu(B) dB = 1,42 \cdot 10^{-9} \text{ eV.}$$

5.10 Určete hodnotu parametrické susceptibility  $1 \text{ cm}^3$  kyslíku. Magnetický moment jedné molekuly kyslíku činí  $2,8 \mu_B$ . Plyn se nachází při normálních podmínkách. Vypočtěte intenzitu magnetizace  $1 \text{ cm}^3$  kyslíku v silném ( $B = 10 \text{ T}$ ) a slabém ( $B = 10^{-2} \text{ T}$ ) magnetickém poli.

Výsledek:

$$\chi = 4 \cdot 10^{-7}, I = \text{nepatrné pro } B = 10^{-2} \text{ T} (1,64 \cdot 10^{-2} \frac{\text{J}}{\text{T} \cdot \text{m}^3})$$

$$I = 0,7 \frac{\text{erg}}{0 \text{ e cm}^3} \quad \text{pro } B = 10^2 \text{ T.}$$

5.11 Paramagnetický plyn sestávající z atomů ve stavu  ${}^2S_{1/2}$  se nachází při teplotě  $T = 300 \text{ K}$  v magnetickém poli o intenzitě  $B = 2,5 \text{ T}$ .

Vypočtěte poměr  $\gamma = \frac{\Delta N}{N}$ , kde  $\Delta N$  je rozdíl v počtu atomů s kladnou a zápornou orientací projekce magnetického momentu do směru magnetického pole.

$$\text{Výsledek: } \frac{\Delta N}{N} = \text{th} \frac{2\mu_B B_m j}{kT} = 5,5 \cdot 10^{-3}.$$

## 6. ELEKTRONY V KOVECH A POLOVODIČÍCH

Přehled teorie:

a) Fermiho rozdělení volných elektronů v kovu

$$n(E) dE = \frac{(2m_e)^{3/2}}{2\pi^2 h^3} V \frac{E^{1/2} dE}{\exp(\frac{E-E_f}{kT}) + 1},$$

$m_e$  - hmotnost elektronu

$V$  - objem kovu

$E$  - energie elektronu

$E_f$  - Fermiho energie

b) Fermiho energie  $E_f$  při  $T = 0$  K:

$$E_f = \frac{\hbar^2}{8m} \left( \frac{3N}{\pi V} \right)^{2/3} = 5,84 \cdot 10^{-34} \left( \frac{N}{V} \right)^{2/3} J,$$

$N$  - celkový počet volných elektronů v kovu

$V$  - objem kovu.

c) Střední energie volných elektronů při  $T = 0$  K

$$\bar{E}_0 = \frac{3}{5} E_f.$$

d) Poloha Fermiho hladiny v pravém polovodiči

$$E_f = \frac{1}{2} (E_{val} + E_{vod})$$

$E_{val}$  - Energie elektronů u stropu valenčního pásu

$E_{vod}$  - Energie elektronů u dna vodivostního pásu.

e) Elektrická vodivost nepravých polovodičů při teplotě T:

$$\sigma = \sigma_1 \exp(-\frac{E_0}{kT}) + \sigma_2 \exp(-\frac{E}{kT})$$

$\sigma_1$  a  $\sigma_2$  - jsou konstanty charakterizující daný polovodič

$E_0$  - šířka pásu zakázaných energií

$E$  - aktivační energie donorů (akceptorů).

### Příklady

6.1 Výstupní práce hliníku činí 3,74 eV. Vypočítejte hloubku efektivní potenciálové jámy, ve které se mohou volné elektrony pohybovat.

Výsledek: 15,44 eV.

6.2 Odvodte vztah pro maximální energii, kterou mohou mít volné elektrony v atomech stříbra při teplotě  $T = 0$  K a koncentraci volných elektronů  $n$ .

Výsledek:  $E_{\max} = 4,9$  eV,  $v_{\max} = 1,31 \cdot 10^6$  m/s.

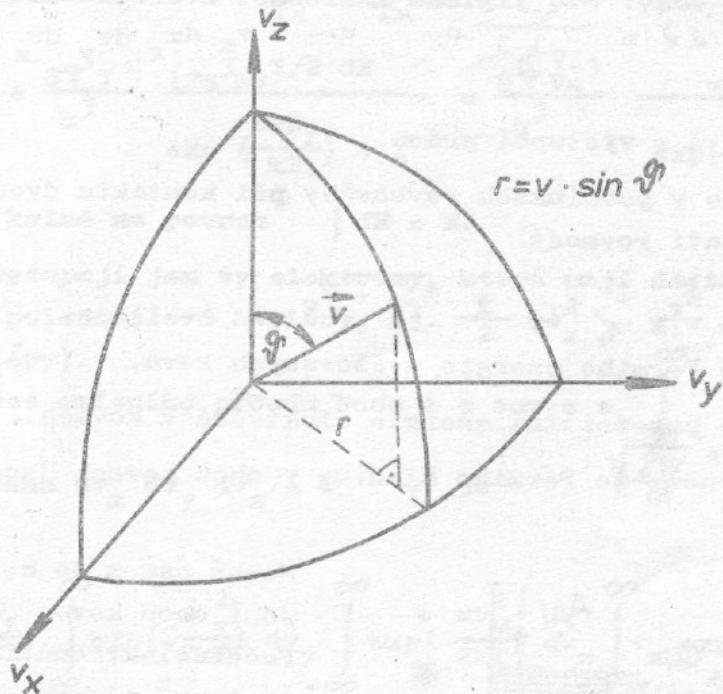
6.3 Vypočtěte  $\Delta E$  mezi sousedními energetickými hladinami volných elektronů v kovu v blízkosti  $E_{\max}$ . Objem kovu =  $1 \text{ cm}^3$ , koncentrace elektronů  $n = 2 \cdot 10^{22} \text{ cm}^{-3}$ .

Výsledek:  $E = 8,1 \cdot 10^{-23}$  eV.

6.4 Vypočtěte počet srážek volných elektronů s povrchem kovu ( $\frac{1}{2} \text{ cm}^2 \text{ s}$ ) při teplotě  $T = 0$  K. Koncentrace elektronů  $n$  je známa.

Ukažte, že  $\nu = \frac{1}{4} n \bar{v}$ , kde  $\bar{v}$  je střední rychlosť volných elektronů.

Návod:



Obr. 13

Počet elektronů v jednotce objemu, jejichž rychlosti leží v intervalu  $\langle v, v + dv \rangle$  a svírá úhel  $\langle \vartheta, \vartheta + d\vartheta \rangle$  s normálou k jednotce plochy povrchu kovu bude

$$dn \langle \vartheta, \vartheta + d\vartheta \rangle = dn \vartheta \cdot \frac{2\pi \sin \vartheta d\vartheta}{4\pi}$$

Celkový počet elektronů, dopadajících na jednotku plochy povrchu kovu za jednotku času bude

$$\nu = \int_{v=0}^{v_{\max}} \int_{\vartheta=0}^{\frac{\pi}{2}} v \cos \vartheta \, d\nu \, d\vartheta = \frac{h\pi^2}{m} \left(\frac{3n}{8\pi}\right)^{4/3}$$

6.5 Určete počet volných elektronů v kovu, jejichž projekce rychlosti do souřadních os leží v intervalu  $(v_x, v_x + dv_x)$ ,  $(v_y, v_y + dv_y)$ ,  $(v_z, v_z + dv_z)$ .

Výsledek:  $d\nu_{v_x, v_y, v_z} = \frac{m^3 v}{4\pi^3 h^3} \, dv_x \, dv_y \, dv_z$ .

6.6 Vypočtěte množství elektronů, které vyletují z jednotkové plochy povrchu kovu za jednotku času, s rychlostmi, jejichž projekce do souřadních os jsou  $v_x, v_x + dv_x$ ;  $v_y, v_y + dv_y$ ;  $v_z, v_z + dv_z$ , přičemž osa x je kolmá k povrchu kovu.

Výsledek:  $d\nu = \frac{m^3}{4\pi^3 h^3} e^{-\frac{A}{kT}} e^{-\frac{E}{kT}} v_x \, dv_x \, dv_y \, dv_z$

A = výstupní práce.

6.7 Dokažte, že v podmírkách rovnováhy při kontaktu dvou různých kovů (1 a 2) platí rovnost

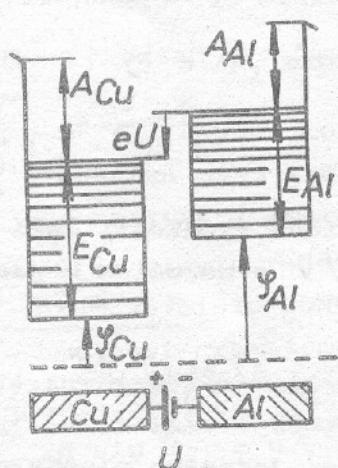
$$E_{f_1} + \varphi_1 = E_{f_2} + \varphi_2$$

$E_{f_1}, E_{f_2}$  - Fermiho energie uvažovaných kovů,

$\varphi_1, \varphi_2$  - potenciální energie elektronů v kovech.

Ukažte rovněž, že Fermiho hladiny v obou kovech jsou stejně vysoko.

Návod:



Nechť osa x je kolmá na povrch spojení obou kovů.

Počet elektronů, dopadajících za 1s na 1 cm<sup>2</sup> plochy obou stran bude

$$d\nu_1 = \frac{m^3}{4\pi^3 h^3} \frac{v_{x_1} \, dv_{x_1} \, dv_{y_1} \, dv_{z_1}}{\exp\left(\frac{E_1 - E_{f_1}}{kT}\right) + 1}$$

$$d\nu_2 = \frac{m^3}{4\pi^3 h^3} \frac{v_{x_2} \, dv_{x_2} \, dv_{y_2} \, dv_{z_2}}{\exp\left(\frac{E_2 - E_{f_2}}{kT}\right) + 1}$$

Obr. 14

Pro komponenty rychlosti platí

$$\frac{mv_x^2}{2} = \frac{mv_{x_2}^2}{2} + \Delta \varphi, \quad v_{y_1} = v_{y_2}, \quad v_{z_1} = v_{z_2}$$

$\Delta \varphi$  - rozdíl potenciálních energií elektronů v daných kovech.

- 6.8 Červená hranice fotoefektu polovodičové fotodiody odpovídá vlnové délce  $\lambda_1 \approx 650$  nm (při velmi nízkých teplotách). Červená hranice vlastní fotovodivosti odpovídá  $\lambda_2 \approx 2,07 \mu\text{m}$ . Jak hluboko leží dno vodivostního pásu u daného polovodiče vzhledem k vakuu.

Výsledek: 1,31 eV.

- 6.9 Odvodte Richardson-Dushmanovu rovnici pro hustotu termoemisního proudu užitím Fermi-Diracova rozdělení energií pro volné elektrony v kovu.

Návod:

$$\text{Víme, že } dN = \frac{8\pi v}{h^3} \frac{(2m^3 E)^{1/2} dE}{\exp(\frac{E-E_f}{kT}) + 1} = \frac{8\pi v m^3}{h^3} \frac{v^2 dv}{\exp(\frac{E-E_f}{kT}) + 1}$$

nechť  $v_x$  je kolmá na povrch.  $\int dN = N$ .

Z povrchu vystupují jen ty elektrony, které mají dostatečnou energii k překonání potenciálové bariéry, tj.  $\frac{1}{2} mv_x^2 \geq w$  ( $w$  - výška potenciálové bariéry).

Potom velikost emisního proudu bude  $i = env = e \int vdn_v$

$$\text{Využijme vztahu } dv_x dv_y dv_z = 4 \sqrt{\frac{2w}{m}} dv$$

Po dosazení

$$i = \frac{2m^3 e}{h^3} \exp\left(\frac{E_f}{kT}\right) \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{mv_y^2}{2kT}\right) dv_y \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{mv_z^2}{2kT}\right) dv_z \int_{-\infty}^{\infty} v_x \exp\left(-\frac{mv_x^2}{2kT}\right) dv_x \sqrt{\frac{2w}{m}}$$

Integrál typu

$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{mv_y^2}{2kT}\right) dv_y = \left(\frac{2\pi kT}{m}\right)^{1/2}$$

Po dosazení a integraci dostaneme konečný vztah

$$i = \frac{4\pi e m (kT)^2}{h^3} \exp\left(-\frac{A}{kT}\right)$$

kde  $A = w - E_f$  - výstupní práce.

## 7. RENTGENOVÉ ZÁŘENÍ

Přehled teorie:

a) Moseleyův zákon:

$$\tilde{\nu} = R (Z - \sigma)^2 \left( \frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right)$$

$\tilde{\nu}$  - vlnočet spektrální čáry charakteristického rentgenova záření,  
 $R$  - Rydbergova konstanta  
 $Z$  - atomové číslo  
 $\sigma$  - oprava na zastínění jádra,  
 $n_1, n_2$  - hlavní kvantová čísla slupek v atomu, mezi kterými nastává přechod.

b) Zákon absorpce rentgenova záření při průchodu stejnorodým prostředím

$$I = I_0 \exp (-\mu d)$$

$I, I_0$  - intenzita prošlého a dopadajícího rentgenova záření,  
 $\mu$  - lineární koeficient absorpce,  
 $d$  - tloušťka vrstvy daného materiálu.

c) Koeficienty absorpce a rozptylu rentgenova záření:

Koeficient	Zeslabení	Pravé absorpce	Rozptylu
lineární, $\text{cm}^{-1}$	$\mu = \tau + \sigma$	$\tau$	$\sigma$
hmotový, $\text{cm}^2/\text{g}$	$\mu/\rho$	$\tau/\rho$	$\sigma/\rho \approx 0,2$
atomový, $\text{cm}^2$	$\mu_a = \frac{\mu}{\rho} \frac{A}{N}$	$\tau_a = \frac{\tau}{\rho} \frac{A}{N}$	$\sigma_a = \frac{\sigma}{\rho} \frac{A}{N}$

$\rho$  - hustota absorbujícího materiálu,  $A$  - hmotnost 1 gramatomu,  
 $N$  - Avogadrovo číslo.

d) Empirický vztah pro hmotový koeficient pravé absorpce

$$\frac{\tau}{\rho} = a \frac{\lambda^3 Z^4}{A} \text{ cm}^2/\text{g}$$

$$a = \begin{cases} 13,6 \cdot 10^{-3} & \lambda < \lambda_K \\ 1,8 \cdot 10^{-3} & \lambda > \lambda_K \end{cases}$$

$\lambda$  - délka vlny rentgenova záření v  
 $\lambda_K$  - délka vlny okraje K-absorpčního pásu  
 $Z$  - atomové číslo absorbujícího prvku  
 $A$  - hmotnost gramatomu absorbujícího prvku.

e) Braggova podmínka

$$2d \sin \theta = n\lambda$$

$d$  - mezirovinná vzdálenost v systému rovnoběžných rovin v krystalu,  
 $\theta$  - úhel odlesku rentgenova záření (Braggův úhel),  
 $n$  - řad difrakce,  
 $\lambda$  - délka vlny použitého monochromatického rentgenova záření.

- f) Mezirovinná vzdálenost  $d$  v systému rovnoběžných krystalových rovin pro případ jednoduché pravoúhlé mřížky.

$$\frac{1}{d^2} = \left(\frac{h}{a}\right)^2 + \left(\frac{k}{b}\right)^2 + \left(\frac{l}{c}\right)^2$$

$h, k, l$  - Millerovy indexy uvažovaného systému rovnoběžných rovin  
 $a, b, c$  - mřížkové konstanty.

### Příklady

- 7.1 Vypočítejte opravu na zastínění jádra pro K čáry wolframu, olova a cesia, jsou-li známy vlnové délky těchto K čar.

Wolfram  $\lambda_{K\alpha} = 0,021$  nm; olovo  $\lambda_{K\alpha} = 0,0492$  nm; cesium  $\lambda_{K\alpha} = 0,0402$  nm

Výsledek: wolfram  $\sigma = -2$ ; olovo  $\sigma = 0,25$ ; cesium  $\sigma = 0$

- 7.2 Při ozáření atomů kryptonu monochromatickým rentgenovým zářením s délkou vlny  $\lambda = 0,065$  nm bylo zjištěno, že v některých případech vylétají z atomu kryptonu dva elektrony. Vypočítejte kinetickou energii obou elektronů, když je známo, že jeden z elektronů je fotoelektron uvolněný z K slupky (energie ionizace K slupky činí 14,4 KeV), zatímco druhý elektron je uvolněn jako Augerův elektron z L slupky (energie ionizace L slupky činí 2,0 KeV).

Výsledek: energie fotoelektronu = 4,6 KeV,  
energie Augerova elektronu = 10,4 KeV.

- 7.3 K absorpční hrana wolframu činí 0,0178 nm a vlnové délky spektrálních čar K-serie jsou:

$\lambda_{K\alpha} = 0,021$  nm,  $\lambda_{K\beta} = 0,0184$  nm,  $\lambda_{K\gamma} = 0,0179$  nm.

- Jakou vlnovou délku bude mít čára  $L\alpha$ ?
- Jakou nejnižší energií mohou být excitovaly čáry serie L?
- Svazek elektronů o energii 100 KeV dopadá na wolframovou antikatodu. Jaká bude nejkratší vlnová délka charakteristického rentgenova záření, jež může být emitována?
- Vysvětlete, proč spojité rentgenovo záření může mít vlnovou délku kratší, než je vlnová délka vypočtená v odstavci o).

Výsledek: a) 0,150 nm, b) 9,58 KeV, c) 0,0178 nm.

- 7.4 V rentgenové trubici je použita kobaltová antikatoda. Proměřením spektra K-serie však bylo zjištěno, že kobalt není zcela čistý. Byla pozorována silná  $K\alpha$ -čára o vlnové délce 0,1785 nm, náležející zřejmě kobaltu a slabá  $K\alpha$ -čára o vlnové délce 0,1537 nm, náležející pravděpodobně neznámé příměsi. Zjistěte, který prvek tvoří neznámou příměs v kobaltu.

Výsledek: Neznámou příměs tvoří atomy mědi.

7.5 Rentgenovo záření o vlnové délce odpovídající krátkovlnné hranici spojitého rentgenova záření při napětí na antikatodě 60 KeV je komptonovský rozptylováno pod úhlem  $120^\circ$ . Rozptylené kvantum vyrazilo fotoelektron z K-slupky atomu molybdenu.

- Vypočtěte energii fotoelektronu mimo atom molybdenu.
- Jaký je poměr energie fotoelektronu mimo atom a komptonovského elektronu? (Energie ionizace K-slupky molybdenu činí  $E_i = 20 \text{ KeV}$ )

Výsledek: a)  $E_{\text{fot}} = 31 \text{ KeV}$ , b)  $E_{\text{fot}}/E_{\text{compt}} = 3,45$ .

7.6 a) Vypočtěte tloušťku hliníkového štitu, který zeslabuje  $K_{\alpha\alpha}$ -čáru železa 10 krát více než  $K_{\alpha\alpha}$ -čáru molybdenu, je-li známo, že hmotové koeficienty absorpce daných čar jsou rovny  $94 \text{ cm}^3/\text{g}$  pro železo a  $5,3 \text{ cm}^3/\text{g}$  pro molybden.

- Kolikrát tento štit zeslabí intenzitu  $K_{\alpha\alpha}$ -čáry molybdenu?

Výsledek: a)  $d = 0,1 \text{ mm}$                         b) 1,15 krát.

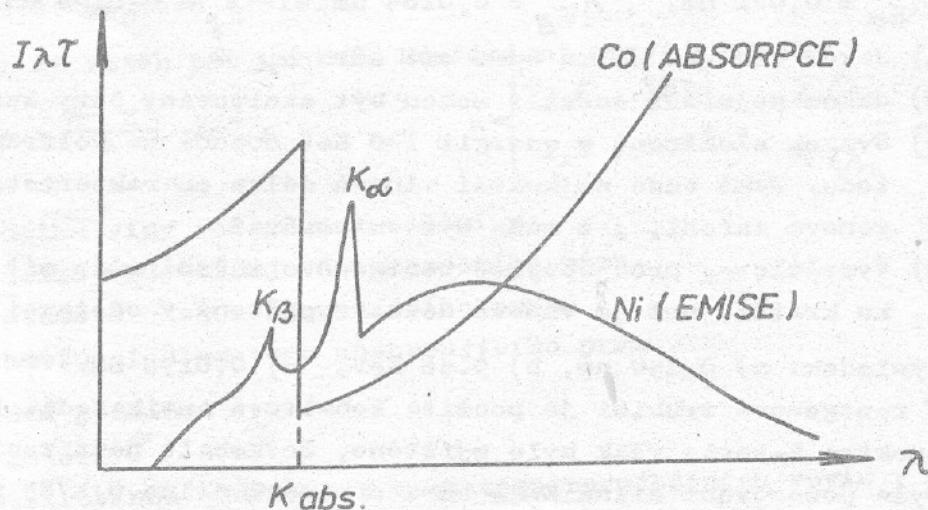
7.7 Délka vlny K $\alpha$  a K $\beta$  rentgenova charakteristického záření z niklové antikatody činí  $\lambda_{K\alpha} = 0,166 \text{ nm}$ ,  $\lambda_{K\beta} = 0,15 \text{ nm}$ .

- Vyberte takový filtr, který zeslabuje intenzitu K $\beta$ -čáry 10 krát více než intenzitu K $\alpha$ -čáry.

- Kolikrát tento filtr zeslabí intenzitu K $\alpha$ -čáry?

(Konstanta a v poloempirickém tvaru absorpčního zákona činí pro kobalt  $a = 13,6 \cdot 10^{-3}$  pro  $\lambda < \lambda_K$ ;  $a = 1,8 \cdot 10^{-3}$  pro  $\lambda > \lambda_K$ )

Výsledek:



Obr. 15

- Kobaltový filtr o tloušťce  $0,75 \cdot 10^{-2} \text{ mm}$ , b) 1,48 krát.

- 7.8 Vypočtěte hmotový koeficient absorpcie pro rentgenovo záření s délkou vlny  $\lambda_1 = 0,1 \text{ nm}$  pro kobalt, jsou-li známy hmotový koeficient absorpcie pro  $\lambda_2 = 0,144 \text{ nm}$  u hliníku ( $40 \text{ cm}^2/\text{g}$ ) a hustoty obou kovů.

Výsledek:  $121 \text{ cm}^2/\text{g}$ .

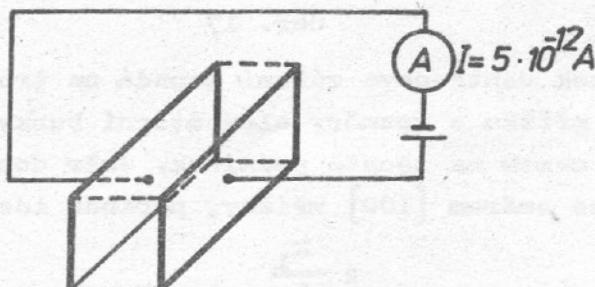
- 7.9 Jodid draselný (KI) tvoří kubické krystaly. Hustota této látky činí  $3,13 \text{ g/cm}^3$ . Bylo zjištěno, že Braggova reflexe prvního řádu pro monochromatický svazek rentgenova záření nastává při úhlu odlesku  $10^\circ$ .

- a) Jaká je vlnová délka dopadajícího rentgenova záření?  
b) Při jakém úhlu dopadu vznikne reflexe druhého řádu?

Výsledek: a)  $\lambda = 0,242 \text{ nm}$ , b)  $\vartheta = 70^\circ$ .

- 7.10 Paprsky tvrdého rentgenova záření procházejí sloupcem vzduchu v ionizační komoře o průřezu  $2 \text{ cm}^2$  a délce 4 cm. Nasycený proud touto komořou činí  $5 \cdot 10^{-12} \text{ A}$ . Viz obr. 16.

- a) Jaká je dávka tohoto záření v mr/hod a  $\text{MeV}/\text{cm}^3\text{s}$ ?  
b) Jaká je intenzita dopadajícího záření ne sloupec vzduchu v ionizační komoře v  $\text{MeV}/\text{cm}^2\text{s}$ . Lineární koeficient absorpcie vzduchu pro tvrdé rtg paprsky činí  $2,5 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^{-1}$ .

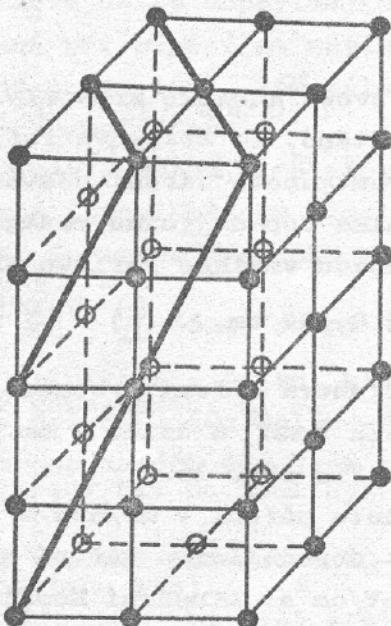


Obr. 16

- Výsledek: a)  $6750 \text{ mr/hod.}, 142 \text{ MeV}/\text{cm}^3\text{s}$ .  
b)  $5,7 \cdot 10^5 \text{ MeV}/\text{cm}^2\text{s}$

- 7.11 Odvodte vztah, který určuje mezirovinné vzdálenosti  $d$  pro systém rovin ( $hkl$ ) v jednoduché kubické mřížce. Viz obr. 17.

Výsledek: 
$$d = \frac{a}{(\sqrt{h^2 + k^2 + l^2})^{1/2}}$$



Obr. 17

7.12 Rovinný svazek rentgenova záření dopadá na trojrozměrnou pravoúhlou krystalovou mřížku s rozměry elementární buňky  $a$ ,  $b$ ,  $c$ . Najděte směry difrakčních maxim za těchto podmínek. Směr dopadajícího záření je rovnoběžný se směrem [100] mřížky, perioda identičnosti podél tohoto směru je  $a$ .

$$2 \frac{k_1}{a}$$

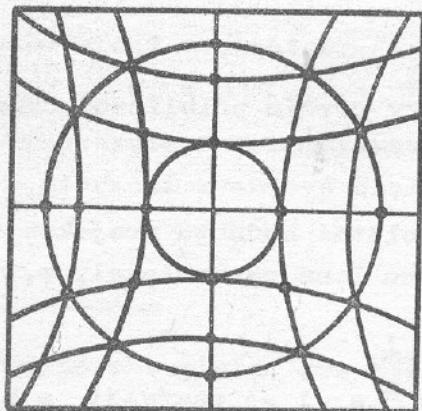
Výsledek:  $\lambda = \sqrt{\frac{k_1^2}{a^2} + \frac{k_2^2}{b^2} + \frac{k_3^2}{c^2}}$

7.13 Paralelní svazek rentgenova záření o délce vlny  $\lambda$  dopadá kolmo na plošnou čtvercovou mřížku sestávající z rozptylových center. Určete vzdálenosti mezi těmito centry, když víte, že na stínítku nacházejícím se v dostatečně velké vzdálenosti  $L$  za mřížkou a rovnoběžném s mřížkou je vzdálenost mezi centrální skvrnou a nejbližšími difrakčními skvrnami rovna  $r$ . (Viz obr. 18, 19.)

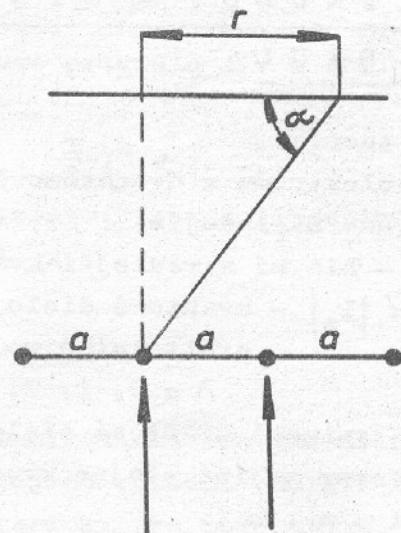
Výsledek:  $a = \lambda \sqrt{1 + \left(\frac{L}{r}\right)^2}$

7.14 Ukažte na příkladu prosté kubické krystalové mříže, že Braggova podmínka je přímým důsledkem plynoucím z podmínek Laueho. (Obr. 20).

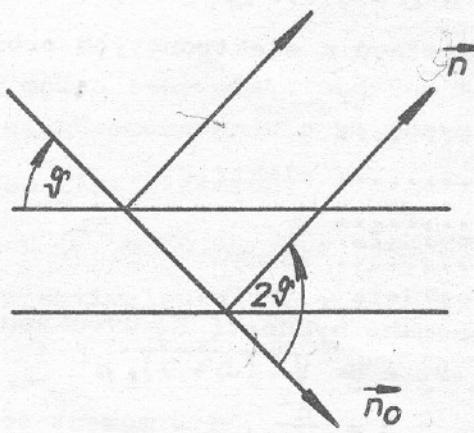
Návod: Vyjádřete podmínu pro směry dopadajícího a difraktovaného rentgenova záření.



Obr. 18



Obr. 19



Obr. 20

8. MOLEKULOVÁ SPEKTRA DVOUATOMOVÝCH  
MOLEKUL

Přehled teorie:

- a) Stav elektronu v dvouatomové molekule je v prvním přiblížení charakterizováno následujícími čtyřmi kvantovými čísly:

$n$ ,  $l$  - hlavní a vedlejší kvantové číslo,

$\lambda = |l_z|$  - kvantové číslo určující absolutní hodnotu projekce orbitálního momentu elektronu  $l$  na osu molekuly  $z$ ,

$$\lambda = 0, 1, 2, \dots$$

$\sigma$  - spinové kvantové číslo,  $\sigma = \pm \frac{1}{2}$ .

Elektrony mající stejné kvantové číslo  $n^2$  a  $l$  se nazývají ekvivalentní.

- b) Kvantová čísla  $\Lambda$ ,  $\Sigma$  a  $\Omega$  charakterizují sumární hodnoty mechanických momentů  $L$ ,  $S$  a  $J$  promítnutých do osy dvouatomové molekuly.

$$\Lambda = |\sum_i (\pm \lambda_i)|, \quad \Lambda = 0, 1, 2, \dots; L;$$

$$\Sigma = \sum_i (\pm \sigma_i), \quad \Sigma = S, S-1, \dots, -S;$$

$$\Omega = \Lambda + \Sigma, \quad \Omega = \Lambda + S, \Lambda + S - 1, \dots, \Lambda - S.$$

Pro fermi s  $\Lambda = 0$  orientace spinu vzhledem k mezikerné ose neexistuje, a proto pro tento případ kvantová čísla  $\Sigma$  a  $\Omega$  nemají fyzikální smysl (ovšem jen potud, pokud molekula nerotuje).

- c) Výběrová pravidla pro změnu  $\Lambda$ ,  $\Sigma$  a  $\Omega$ :

$$\Delta \Lambda = 0 \pm 1, \quad \Delta \Sigma = \Delta S = 0, \quad \Delta \Omega = 0, \pm 1.$$

- d) Označení elektronových stavů a elektronových orbitů dvouatomových molekul:

$$\lambda = 0, 1, 2, 3, \dots \\ \sigma, \tau, \delta, \varphi, \dots \text{elektrony}$$

$$\Lambda = 0, 1, 2, 3, \dots \\ \Sigma, \Pi, \Delta, \emptyset, \dots \text{termy}$$

- e) Rotační energie  $E_J$  a moment hybnosti  $P_J$  dvouatomové molekuly:

$$E_J = B J (J + 1), \quad P_J = \hbar \sqrt{J (J + 1)},$$

$B$  - rotační konstanta,  $B = \frac{\hbar^2}{2I}$ ,  $I$  - moment setrvačnosti molekuly vzhledem k ose procházející těžištěm molekuly,  $J$  - rotační kvantové číslo,  $J = 0, 1, 2, \dots$

Výběrová pravidla  $\Delta J = \pm 1, \quad \Lambda = 0$

$$\Delta J = 0, \pm 1, \quad \Lambda \neq 0.$$

f) Vibrační energie  $E_v$  dvouatomové molekuly :

$$\text{Harmonický oscilátor} \quad E_v = \frac{\hbar\omega}{2} (v + \frac{1}{2})$$

$\omega$  je základní kmitočet molekuly, výběrové pravidlo  $\Delta v = \pm 1$ .

Anharmonický oscilátor

$$E_v = \frac{\hbar\omega}{2} (v + \frac{1}{2}) - x \hbar\omega (v + \frac{1}{2})^2 + \dots$$

$x$  - konstanta anharmoničnosti,  $\Delta v$  je v tomto případě libovolné.

$\Delta v$  - vibrační kvantové číslo -  $v = 0, 1, 2, \dots$

### Příklady

8.1 Vypočtěte teplotu, při které je střední kinetická energie translačního pohybu dvouatomových molekul rovna jejich rotační energii v prvním nabuzeném rotačním stavu. Vypočtěte numericky pro molekuly  $H_2$  a  $O_2$ .

Výsledek:  $H_2 - T = 117 \text{ K}$ ;  $O_2 - T = 2,76 \text{ K}$ .

8.2 Nalezněte střední hodnotu rotační energie souboru dvouatomových molekul při dostatečně vysoké teplotě plynu ( $kT \gg E_J$ ).

Výsledek:  $\bar{E}_{\text{rot}} = kT$ .

8.3 Nalezněte formuli, určující střední hodnotu vibrační energie dvouatomové molekuly s vlastní frekvencí  $\omega$  při teplotě  $T$ .

$$\text{Výsledek: } \bar{E}_{\text{vibr}} = \frac{\hbar\omega}{2} + \frac{\hbar\omega}{\exp(\frac{\hbar\omega}{kT}) - 1} .$$

8.4 Nalezněte všechny možné typy elektronových termů dvouatomové molekuly, jejíž neuzavřená elektronová podslupka obsahuje :

a) jeden  $\sigma$  a jeden  $\sigma^*$  - elektron,

b) jeden  $\sigma$ , jeden  $\pi$  a jeden  $\sigma^*$  - elektron,

c) jeden  $\sigma$  a dva ekvivalentní  $\pi$  - elektrony.

Výsledek: a)  ${}^1A_2$ ,  ${}^3A_1$ ,  ${}^3A_2$ ,  ${}^3A_3$

b)  ${}^2\Pi_{3/2}, 1/2$ ;  ${}^4\Pi_{5/2}, 3/2, 1/2, -1/2$ ;  
 ${}^2\Delta_{7/2}, 5/2$ ;  ${}^4\Delta_{9/2}, 7/2, 5/2, 3/2$ .

c)  ${}^2\Delta_{5/2}, 3/2$ ;  ${}^2\Sigma$ ;  ${}^4\Sigma$ .

8.5 Určete teploty, při kterých je střední energie translačního pohybu molekul  $\text{Br}_2$  rovna rotační a vibrační energii v prvním vzbuzeném rotačním (vibračním) stavu.

Výsledek: rotační  $T = 0,14 \text{ K}$ , vibrační  $T = 310 \text{ K}$ .

8.6 Znáte-li  $\tilde{\nu}$  a mezijadernou vzdálenost v molekule  $\text{Cl}_2$ , vypočtěte, do kterého rotačního stavu musí být molekula  $\text{Cl}_2$  nabuzena, aby se její energie stala rovnou energií v prvním vibračním stavu.

Výsledek:  $J = 48$ .

8.7 Nalezněte všechny možné typy elektronových termů dvouatomové molekuly, jejíž neuzavřená elektronová slupka obsahuje dva  $\sigma$  elektrony, přičemž

- a) oba elektrony jsou ekvivalentní
- b) jedná se o neekvivalentní  $\sigma$  elektrony.

Výsledek: ekvivalentní -  $^1\Sigma$ .  
neekvivalentní -  $^1\Sigma$ ,  $^3\Sigma$ .

8.8 Vypočtěte poměr molekul NO excitovaných do prvního ( $v = 1$ ) a druhého ( $v = 2$ ) vibračního stavu při teplotě plynu  $300 \text{ K}$  a  $3000 \text{ K}$ .

Vypočtěte totéž pro rotační stavy. Stupeň degenerace rotačních stavů je  $g = 2J + 1$ .

Výsledek:  $300 \text{ K} - N_1/N_2 = 8 \cdot 10^3$ ;  $3000 \text{ K} - N_1/N_2 = 2,45$ .  
 $300 \text{ K} - N_1/N_2 = 22$ ;  $3000 \text{ K} - N_2/N_1 = 1,47$  (inverze)

8.9 Jak se změní poměr intenzity antistokesovské a stokesovské čáry vibračního spektra kombinačního rozptylu světla na molekulách HBr při zvýšení teploty  $300 \text{ K}$  na  $400 \text{ K}$ ?

Výsledek: asi 45 krát.

## 9. E N E R G I E V A Z B Y

Přehled teorie:

Energie, kterou je třeba dodat jádru na odtržení jedné částice, je

$$E_v = c^2 [ Z \cdot m_p + (A - Z) m_n - m_{\text{skuteč.j.}} ] \quad \text{nebo}$$

$$c^2 [ Z m_H + (A - Z) m_n - m_{\text{at.skuteč.}} ]$$

zde  $c$  je rychlosť světla,

$Z$  je atomové číslo, protonové číslo,

$A$  je hmotnostní, nukleonové číslo,

$m_p$ ,  $m_n$ ,  $m_{\text{skuteč.j.}}$  - hmotnost protonů, neutronů, jádra (skutečná).

Člen v hranaté závorce je hmotnostní úbytek.

Zavedením hmotnosti vodíkového atomu místo hmotnosti protonu, hmotnosti atomu místo jádra a odečtením hmotostního čísla od každého členu na pravé straně je

$$E_v = c^2 [ Z \Delta_H + (A - Z) \Delta_n - \Delta ]$$

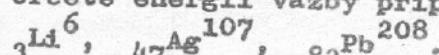
kde  $\Delta_H = (m_H - A_H)$ ,  $\Delta_n = (m_n - A_n)$  a  $\Delta = (m_{\text{at.skuteč.}} - A)$  pro jádro s atomovým číslem  $Z$  a nukleonovým  $A$ .

Příklady:

9.1 Určete energii vazby atomové hmotnostní konstanty

$$\text{Výsledek: } E_v = 1,49 \cdot 10^{-10} \text{ J, (931 MeV)}$$

9.2 Určete energii vazby připadající ne jeden nukleon u jader



$$\text{Výsledek: } E_v ({}^3_{\text{Li}} {}^6) = 8,54 \cdot 10^{-13} \text{ J, (5,33 MeV)}$$

$$E_v ({}^{47}_{\text{Ag}} {}^{107}) = 13,6 \cdot 10^{-13} \text{ J, (8,55 MeV)}$$

$$E_v ({}^{82}_{\text{Pb}} {}^{208}) = 12,6 \cdot 10^{-13} \text{ J, (7,87 MeV)}$$

9.3 Určete energii vazby neutronu a alfa částice v jádře  ${}^{10}_{\text{Ne}} {}^{21}$ .

$$\text{Výsledek: } E_v (\text{neutron}) = 10,8 \cdot 10^{-13} \text{ J, (6,76 MeV)}$$

$$E_v (\text{alfa}) = 11,7 \cdot 10^{-13} \text{ J, (7,34 MeV)}$$

9.4 Určete energii vazby potřebnou k rozdělení jádra  ${}^{80}_{\text{Ne}} {}^{16}$  na čtyři stejné části.

$$\text{Výsledek: } E_v = 23,1 \cdot 10^{-13} \text{ J, (14,42 MeV).}$$

9.5 Jaká je energie nabuzeného jádra  $^{82}_{82}\text{Pb}^{207}$ , které vzniklo tak, že jádro  $^{82}_{82}\text{Pb}^{206}$  pohltilo pomalý neutron.

Výsledek:  $E = 10,8 \cdot 10^{-13} \text{J}$ , (6.73 MeV).

9.6 Jádra  $^1\text{H}^2$  a  $^3\text{Li}^6$  mohou vytvořit při vzájemném spojení dvě alfa částice. Určete energii, která se přitom uvolňuje, jestliže víte, že energie vazby připadající na jeden nukleon je u jádra  $^1\text{H}^2 1,78 \cdot 10^{-13} \text{J}$  a u jádra  $^2\text{H}^4 12,49 \cdot 10^{-13} \text{J}$ , u  $^3\text{Li}^6 8,54 \cdot 10^{-13} \text{J}$ .

Výsledek:  $E = 35,9 \cdot 10^{-13} \text{J}$ .

9.7 Hmotnost jádra  $^{24}\text{Cr}^{52}$  určena experimentálně je 51,956 hmotnostních konstant. Určete tuto hmotnost teoreticky na základě poloempirického vyjádření, používaného při výpočtu energie vazby. Stanovte rozdíl experimentálně a teoreticky získaných výsledků.

Návod:

U výrazu pro hmotnost atomu  $M = Z \cdot m_{^1\text{H}} + (A - Z)m_{^1\text{n}}$  provedeme korekce tak, aby hmotnost atomu byla blízká skutečné hmotnosti atomu. Provedeme opravu související s tím, že vazebná energie je konstantní v určitém intervalu hmotnostních čísel.

$$\delta M_1 = -a_1 \cdot A \quad \dots \dots \dots \quad a_1 \text{ je konstanta}$$

opravu danou kapkovým modelem jádra

$$\delta M_2 = a_2 \cdot A^{2/3} \quad \dots \dots \dots \quad a_2 \text{ je konstanta}$$

opravu vyplývající ze zjištění, že nejstabilnější jsou jádra, u nichž počet protonů je roven počtu neutronů ( $Z = \frac{A}{2}$ ). Pak

$$\delta M_3 = a_3 \cdot \frac{(Z - \frac{A}{2})^2}{A} \quad .$$

Coulombovy síly se pro určité vzdálenosti mohou překládat s jaderními silami. Odtud oprava

$$\delta M_4 = a_4 \cdot Z^2 \cdot A^{-1/3} \quad \dots \quad \text{kde } a_4 = 0,000627.$$

Hodnoty koeficientu  $a_3$  stanovíme z podmínek největší stability izotopů (pro libovolné  $A$  při určitém  $Z$ ), tj. hledá se podmínka

$$\frac{\partial M}{\partial Z} = 0.$$

Dosazením hmotnosti nejstabilnějších atomů určí se  $a_3$ . Dosazením hmotnosti známých izotopů pak  $a_1$  a  $a_2$ . Poslední oprava je dána experimentálně zjištěným faktem, že se nejvíce vyskytují izotopy, u nichž je sudý počet protonů a neutronů (viz slupkový model jádra). Experimentálně zjištěná oprava je

$$\delta M_5 = 0 \text{ pro liché } A$$
$$\delta M_5 = -0,036 / A^{3/4} \text{ pro Z sudá a N sudá}$$
$$\delta M_5 = -0,036 / A^{3/4} \text{ pro Z lichá a N lichá}$$

Výpočtem je  $a_1 = 0,01504$   
 $a_2 = 0,01400$ .

Dosazením dostaneme výraz pro  $M_{\text{skuteč. teoreticky (poloempiriicky)}}$  určenou. Z tohoto výrazu určíme  $M_{\text{Cr}}$ .

Výsledek:  $M_{(24\text{Cr}^{52})} = 51,959$  hmotnostních konstant.

Rozdíl teoreticky a experimentálně získaných výsledků je 0,003 hmotnostních konstant.

## 10. ELEMENTÁRNÍ ČÁSTICE

### Přehled teorie:

Pro vzájemné působení jaderných částic platí zákon zachování četnosti (u slabého vzájemného působení částic, zákon kombinované četnosti).

Zákon zachování leptonového a mezonového čísla  $\sum Q_{L,M} = 0$   
pro  $(\bar{\mu}, \nu) = 1$ , pro  $(\bar{\mu}^+, \bar{\nu}) = -1$

$(e^-, \nu) = 1$ ,  $(e^+, \bar{\nu}) = -1$

Zákon zachování náboje  $\sum Q = \text{konst.}$

zachování baryonového čísla  $\sum B = 0$

zachování podivnosti částic (při silném vzájemném působení částic  $\sum S = \text{konst.}$ )

Klasifikaci částic při silném vzájemném působení lze určit z platnosti vztahu

$$Q = I_3 + \frac{B + S}{2}$$

Q - náboj částice

$I_3$  - izospin částice

B - baryonové číslo (pro nukleony = +1, pro antinukleony B = -1, pro lehké částice B = 0).

S - podivnost (při silném vzájemném působení  $\sum S = \text{konst.}$ ) při slabém  $AS = \pm 1$ ).

Při použití Feynmanových grafů každé částici přísluší čára, která pro  $\pi$  mesony a K bývá obvykle

pro elektrony

pro fotony

pro nukleony

Časová osa jde zleva doprava, nebo zdola nahoru. Vzájemné působení částic je vystíženo kroužkem - uzlový bod. Je-li vyznačen



jde obvykle o složitý děj (v určitém intervalu časovém i prostorovém)



jde často o děj jednoduchý v určitém místě, prostoru a času (např. emise a pohlcení fotonu).

Vnitřní čára, spojující 2 uzly se vztahuje k virtuální částici.



Částice se označují šipkou ve směru časové osy.

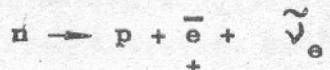


Antičástice šipkou proti směru časové osy

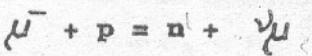
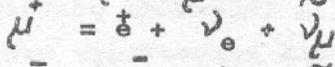
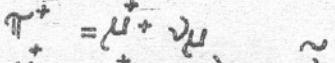
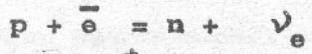
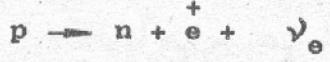


### Příklady:

10.1 Určete, zda mohou probíhat tyto rozpady:



+

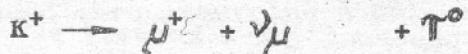


Návod:

Využijte zákona zachování leptnového a mesonového čísla.

Výsledek: všechny děje jsou možné.

10.2 Určete, zda se dané děje mohou uskutečnit

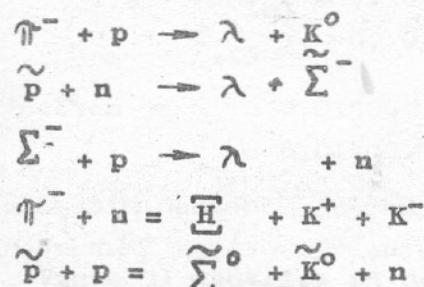


Návod:

Použijte zákona zachování mesonového čísla a zákona zachování baryonového čísla.

Výsledek: První děj je možný, poslední dva nikoliv.

### 10.3 Které z reakcí se mohou uskutečnit

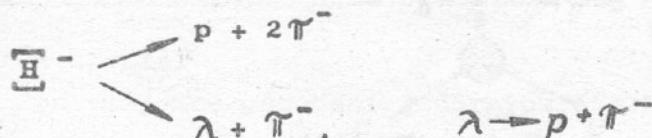


Návod:

Využijte zákona zachování podivnosti.

Výsledek: Všechny děje, kromě čtvrtého, jsou možné.

#### 10.4 Mohou se tyto reakce obě realizovat?



### Návod:

Pro slabé vzájemné působení  $\Delta S = +1.$

Výsledek: Je možná i jin druhá reakce.

10.5 Kolik existuje častic s  $I_2 = 1$ ,  $S = 0$ ,  $B = 0$ ?

Postup:

Využijte klasifikace částic se silným vzájemným působením.

Výsledek: Existují tři částice  $T^+, T^0, T^-$ .

10.6 Kolik existuje častic s  $I_z = \pm 1/2$ ,  $S = \pm 1$ ,  $B = 0$ ?

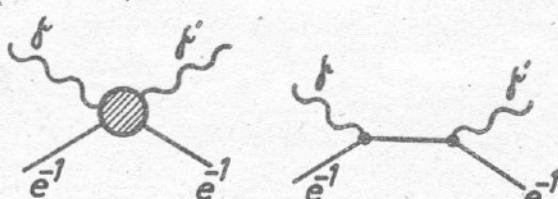
Výsledek: Existují čtyři částice K mesony (2 částice a 2 antičástice)

#### 10.7 Nakreslete diagram Comptonova jevu:

$$f + e^- \rightarrow f' + e^-$$

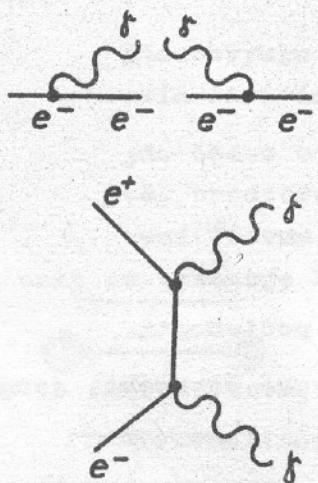
b) Určete diagramy emise a pohlcení fotonu elektronem a anihilaci elektronu a pozitronu.

Výsledek: a)



Ohr. 21

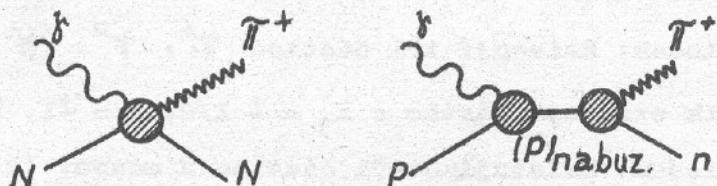
b)



Obr. 22

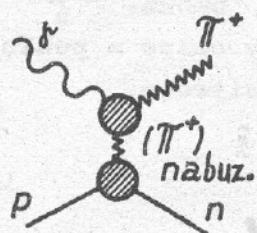
- 10.8 a) Určete diagram reakce vzniku  $\pi$  mesonu na nukleonech působením fotonu, tj.  $\gamma + p \rightarrow n + \pi^+$  a  $\gamma + p \rightarrow (p)_{\text{nabuz.}} \rightarrow n + \pi^+$ .  
 b) Určete diagram reakcí  $p \rightarrow n + (\pi^+)_{\text{nabuz.}}$ ,  $(\pi^+)_{\text{nabuz.}} \rightarrow \gamma + \pi^+$ , a porovnejte s předchozejícím příkladem.  
 c) Znázorněte vznik  $\mu$  neutrina na neutronu.

Výsledek: a)



Obr. 23

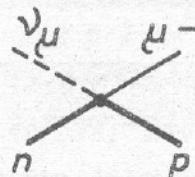
b)



Obr. 24

Děj je asi 40x intenzivnější než průběh vzniku  $\pi$  mesonu znázorněný reakcí v příkladu 10.8 a).

c)

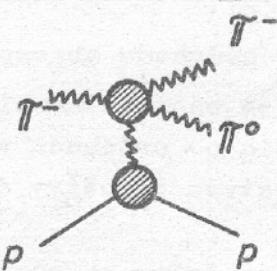


Obr. 25

Vznik  $\mu^-$  neutrina na neutroně je reakce  $\bar{\nu}_\mu + n \rightarrow p + \mu^-$ .

10.9 Znázorněte reakci  $\pi^- + p \rightarrow p + \pi^- + \pi^0$ .

Výsledek:



Obr. 26

10.10 Podle mesonové teorie  $p = n + \pi^+$ . Ideální proton má magnetický moment  $\mu_j$  jaderný, ideální neutron  $\mu_n = 0$ . Určete část doby, v které se nachází proton ve stavu ideálního protonu.

Návod :

$$\mu_{\text{proton}} = t \cdot \mu_j + (1 - t) \mu_{\pi^+}$$

Za předpokladu :

$$\frac{\mu_\pi}{\mu_j} = \frac{m_p}{m_\pi}$$

Výsledek: Proton je ve stavu čistý proton  $\approx 2/3$  doby.

11. R A D I O A K T I V I T A . V Z Á J E M N É P U S O B E N í  
J A D E R N É H O Z Á Ř E N í S H M O T O U .

Přehled teorie :

Počet radioaktivních atomů v čase  $t$  je určen

$$N = N_0 e^{-\lambda t}, \text{ kde } \lambda = \frac{\ln 2}{T}$$

Zde  $\lambda$  je rozpadová konstanta,

$T$  je poločas rozpadu,

$N_0$  je původní počet radioaktivních atomů

Hustota proudu částic po průchodu absorpční vrstvou s lineárním součinitelem zeslabení  $\mu$  je závislá na tloušťce absorpční vrstvy. Je-li  $I$  hustota proudu částic po průchodu vrstvou a  $I_0$  hustota proudu částic před průchodem vrstvou tloušťky  $d$ , je

$$I = I_0 \cdot e^{-\mu d}$$

U gama záření  $\mu = \mu_F + \mu_C + \mu_P$  tj. celkový lineární součinitel zeslabení je složen z lineárních součinitelů zeslabení pro fotoefekt, Comptonův jev a tvoření páru. U beta záření s energií  $0,5 < E_{\max} < 6$  MeV je poměr lineárního součinitela a hustoty, tj. hmotnostní součinitel zeslabení

$$\frac{\mu}{\rho} = 22 \cdot E_{\max}^{4/3}$$

Jednotka množství radioaktivní látky je 1 Ci. Je to množství radioaktivní látky, v němž nastává  $3,7 \cdot 10^{10}$  rozpadů za 1 sec.

$$[1 \text{ bequerel} = 1 \text{ rozp/s}^{-1}]$$

Jednotka absorbované dávky je energie 1 Joulu absorbovaná v 1 kg  $[J \cdot kg^{-1}]$ , označuje se často jako D a nazývá se gray  $[\frac{J}{kg}]$ , často bývá uváděna i jednotka 1 rad  $= 10^{-2} [J \cdot kg^{-1}]$

Jednotka dávkové rychlosti je přírůstek střední dávky v časovém intervalu  $\frac{\Delta D}{\Delta t}$ , označuje se D, rozměr  $[J \cdot kg^{-1} \cdot s^{-1}]$

Dávkový ekvivalent = dávka x jakostní faktor

Expozice - jednotka  $[C \cdot kg^{-1}]$ , často je používána starší jednotka 1 r = 1 rentgen =  $2,58 \cdot 10^{-4} [C \cdot kg^{-1}]$ . Je to energie záření, podle dřívější definice, která v  $1 \text{ cm}^3$  vzduchu za normálních podmínek vytvoří  $208 \cdot 10^9$  páru iontů. (1,04)

(Jednotka 1 rem = 1 r x jakostní faktor)

Expoziční rychlosť - jednotka  $[A \cdot kg^{-1}]$ , starší jednotka 1 r ·  $s^{-1} = 2,58 \cdot 10^{-4} [C \cdot kg^{-1} \cdot s^{-1}]$ .

Příklady:

11.1 Určete rozpadovou konstantu  $^{27}\text{Co}^{55}$ , jestliže počet atomů tohoto izotopu se zmenšuje za 1 hod. na 3,8 %. Další prvek už není radioaktivní.

Výsledek:  $\lambda = 1,1 \cdot 10^{-5} \text{ sec}^{-1}$ .

11.2 Svazek neutronů o energiích 0,025 eV prochází vakuem. Určete část neutronů, které se rozpadají na dráze 2 m.

Výsledek: Počet rozpadajících se neutronů je úměrný  $9 \cdot 10^{-7}$ .

11.3 Poločas rozpadu radiofosforu  $^{32}\text{P}^{32}$  je 15 dní. Určete aktivitu  $^{32}\text{P}^{32}$  po 10, 30, 90 dnech od vzniku radiofosforu. Počáteční aktivita je 100 mCi.

Výsledek: Aktivita je 63 mCi, 25 mCi a 2 mCi.

11.4 Polonium o množství 0,1 Ci je umístěno v kalorimetru tepelné kapacity 4,187 J/ $^{\circ}\text{C}$ . Vypočítejte, o kolik se zvýší teplota za 1 hodinu, víte-li, že Po vysílá částice alfa s energií 5,3 MeV?

Výsledek: Teplota se zvýší o  $2,7^{\circ}\text{C}/\text{hod}$ .

11.5 Při srážkách alfa-částic s jádry atomů pozorujeme na konoích přímých drah ostré zlomy. Obyčejně je zlom na jedné ze 100 drah alfa-částic. Na dráze se vytvoří asi  $3 \cdot 10^5$  kapek mlhy. Z nich asi  $1/3$  vzniká přímým předáním (prvním předáním) energie elektronů atomu. Vypočítejte pravděpodobnost srážky částice alfa s jádrem.

Výsledek: Pravděpodobnost je  $10^{-7}$ .

11.6 Určete stáří dřevěných předmětů, u kterých aktivita (na 1 g látky)  $^{14}\text{C}^{14}$  je rovna  $3/5$  aktivity uhliku  $^{14}\text{C}^{14}$  v čerstvě poražených stromech.

Výsledek: Stáří dřevěných předmětů je  $\approx 4100$  let.

11.7 Rozpad  $^{226}\text{Th}_{90}$  se děje ze základní hladiny. Vzniklé alfa-částice mají energii 6,33 MeV, 6,23 MeV, 6,10 MeV a 6,03 MeV. Sestavte energetické hladiny vzniklého jádra a určete jejich energii.

Návod:

Pro rozpad platí  $m_{\alpha} v_{\alpha} = Mv$

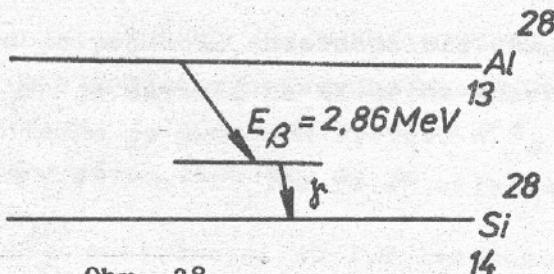
$$Q = \frac{1}{2} m_{\alpha} v_{\alpha}^2 + \frac{1}{2} Mv^2$$

Výsledek:

- 0,31 MeV  
0,24 MeV  
0,11 MeV  
0 MeV

Obr. 27

11.8 Určete energii gama kvant, která doprovázejí beta rozpad  $^{13}\text{Al}^{28}$ , tj.



Obr. 28

Výsledek: Energia gama kvant je 1,78 MeV

11.9 Jádro  $^{18}\text{Ar}^{37}$  K-záhytem se změnilo v jádro jiné. Určete kinetickou energii tohoto změněného jádra, stejně jako jeho rychlosť (energii vazby K-elektronu zanedbejte).

Návod:

$$\Delta E_K = [(Mat)_Z - (Mat)_{Z-1}] c^2 = 0,000876 \cdot c^2$$

$$\Delta E_K = T_{\text{neutr.}} + T_{\text{jádro odr.}} \quad p + \bar{e} = n + \nu$$

$$P_\gamma = P_{j_0}$$

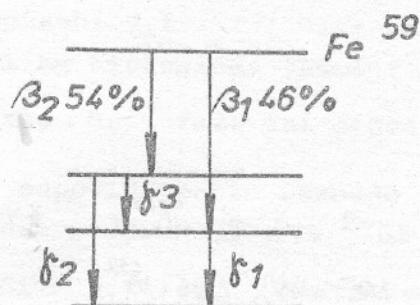
$$E_{j_0} = \frac{P_{j_0}^2}{2M_{j_0}} = \frac{P_\gamma^2}{2M_{j_0}} = \frac{E_\gamma^2}{2M_{j_0}c^2}$$

Výsledek:  $E_{j_0} = 9,6 \text{ eV}$ ,  $v = 7 \cdot 10^3 \text{ m/sec.}$

11.10 Určete počet elektronů vnitřní konverse emitovaných za 1 sec zářičem  $^{26}\text{Fe}^{59}$  o aktivitě 1 mCi. Rozpad se děje podle schematu.

Koefficienty vnitřní konverse gama-záření jsou pro  $\beta_1$ ,  $k_1 = 1,8 \cdot 10^{-4}$  pro  $\beta_2$ ,  $k_2 = 1,4 \cdot 10^{-4}$ , pro  $\beta_3$ ,  $k_3 = 7 \cdot 10^{-3}$ .

Pravděpodobnost emise gama-záření  $\beta_2$  a  $\beta_3$  je v poměru 1 : 15.



Obr. 29

Návod:

Celkový součinitel vnitřní konverze je dán součtem součinitelů konverze z jednotlivých přechodů.

Výsledek: Počet elektronů vnitřní konverze je  $1,18 \cdot 10^5$  elektron/sec.

- 11.11 Gama-zářič je ve výšce 20 m nad detektorem. S jakou rychlosí je nutno pohybovat se zářičem směrem nahoru, aby v místě detektoru byla tímto pohybem kompensována změna energie gama kvant způsobená gravitačním polem země.

Výsledek:  $v = 6,5 \cdot 10^{-7}$  m/sec.

- 11.12 Jádro  $^{26}\text{Fe}^{57}$  vysílá gama-záření o energii 14 keV. Doba života nabuzeného jádra je  $10^{-7}$  sec.

Určete:

- šířku energetické hladiny jádra,
- energiu jádra po vyslání gama-záření,
- rychlosí, s kterou se musí pohybovat zářič vzhledem k absorbátoru, aby byla kompensována ztráta energie gama kvanta (tj. energie předaná jádru zářiče a absorbátoru),
- určete změnu rychlosí zářiče, která nemá ještě vliv na posun rezonanční křivky u Mössbauerova jevu - tj. nemá být větší než relativní šířka čáry  $\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = 3,3 \cdot 10^{-13}$ ,  $\lambda$  je frekvence záření,  $\Delta\lambda$  šířka rezonanční křivky.
- určete posuv rezonanční čáry ( $\frac{\Delta\lambda}{\lambda}$ ), jestliže je zářič 22 m nad absorbátorem. Zářič i absorbátor jsou v klidu.

Návod:

$$a) \Delta E \cdot \Delta t \approx \hbar$$

$$b) T_j = \frac{P_j^2}{2M_j} = \frac{(h \cdot \nu_o)^2}{2M_j c^2}$$

$$c) \Delta\lambda = \nu_o \cdot \frac{v}{c}$$

$$d) \frac{\Delta \lambda}{\lambda} = \frac{\Delta v}{v}$$

$$e) \frac{\Delta E}{E} = \frac{\Delta \lambda}{\lambda}$$

Výsledek: a)  $(6,6 \cdot 10^{-9} \text{ eV})$ ,  $10,6 \cdot 10^{-28} \text{ J}$

b)  $(1,85 \cdot 10^{-3} \text{ eV})$ ,  $2,96 \cdot 10^{-22} \text{ J}$

c)  $\sim 80 \text{ m/sec.}$

d)  $\sim 10^{-4} \text{ m}$

e)  $\sim 2,4 \cdot 10^{-15}$ .

- 11.13 Relativní šířky čar gama-záření u  $^{26}\text{Fe}^{57}$  a  $^{30}\text{Zn}^{67}$  jsou při Mössbauerově jevu  $3 \cdot 10^{-13}$  a  $5 \cdot 10^{-16}$ . V jaké výšce musí být zářiče, aby gravitační posuv čar na zemi byl větší než šířka těchto čar.

Návod:

Postupujte podle příkladu 12e).

Výsledek: Výška musí být u čar Fe větší nebo rovna 2750 m.

Zn větší nebo rovna 4,6 m.

- 11.14 Olověný absorbátor silný  $2 \cdot 10^{-3} \text{ m}$  změní intenzitu monochromatického rentgenova záření 8,4 krát. Určete energii fotonů.

Návod:

Využijte tabulek ve skriptech.

Výsledek:  $E = 0,2 \text{ MeV}$ .

- 11.15 Jakou tloušťku má mít hliníková deska, která by zeslabila rentgenovo záření energie 200 KeV stejně jako olověná deska o tloušťce  $10^{-3} \text{ m}$ .

Výsledek: Tloušťka hliníkové desky je  $3,2 \cdot 10^{-2} \text{ m}$ .

- 11.16 Určete dávkovou rychlosť v mrad/hod. ve vzduchu a ve vodě v místě, kde hustota toku částic (gama kvant energie 2 MeV) je  $1,3 \cdot 10^8 \text{ kvant/m}^2 \cdot \text{sec.}$

Postup:

$$I = \tau \cdot I_f \quad (I_f \text{ je energie pohlcená v jednotce objemu})$$

$$I' = \frac{1}{\rho} \cdot \tau \cdot I_f$$

Výsledek: Dávková rychlosť ve vzduchu 35,3 mrad/hod.

Dávková rychlosť ve vodě 38,9 mrad/hod.

- 11.17 Jakou dávku způsobí  $7,1 \cdot 10^7$  alfa-částic s energií  $4,4$  MeV, pohlcených v  $0,001$  kg biologické tkáně?

Výsledek: 5 rad bez uvažování jakostního faktoru

- 11.18 Jednotka 1 Ci odpovídá počtu rozpadů  $0,001$  kg radia za 1 sec. Najděte tento počet rozpadů.

Výsledek:  $1\text{ Ci} = 3,7 \cdot 10^{10}$  částic/sec.

- 11.19 Průtok v ionizační komoře, která je ozařována homogenním gama-zářením, je  $10^{-3}$   $\mu\text{A}$ . Ionizační komora je plněná vzduchem za normálního tlaku. Teplota  $T = 27^\circ\text{C}$ . Objem ionizační komůrky je  $50 \cdot 10^{-6} \text{ m}^{-3}$ . Určete expozici gama-záření (v jednotkách mr).

Výsledek:  $E = 66$  mr.

- 11.20 V určité vzdálenosti od radioaktivního zářiče, jehož poločas rozpadu je 26 hod., je expoziční rychlosť gama-záření v čase  $t = 0$  rovna  $1\text{r}/\text{hod}$ . Určete expozici v téže uvažované vzdálenosti za 6 hodin. Určete čas, kdy absorbovaná dávka ve vzduchu je 1 rad.

Návod:  $t$

$$D = \int_0^t D_0 \cdot e^{-\lambda t} dt$$

Výsledek:  $E = 5,28$  r,  $t = 1,14$  hod.

- 11.21 Určete počet gama-částic s energií 1 MeV, které způsobují expozici 16 mrem za šestihodinový pracovní den. Součinitel zeslabení gama-záření ve vzduchu je pro toto záření  $3,6 \cdot 10^{-3} \text{ m}^{-1}$ .

Návod:

Použijte postupu u příkladu 11.20. Poločas rozpadu neovlivňuje v tomto případě výsledek.

Výsledek: Uvedenou expozici způsobuje  $1,42 \cdot 10^9$  gama kvant ( $\text{m}^{-3} \text{ sec}^{-1}$ ).

- 11.22 Určete vzdálenost, v které od bodového izotropního zářiče rychlých neutronů  $4 \cdot 10^7$  neutronů/sec se obdrží dávka menší než 200 mrem za týden.

Návod:

Viz tab.

Výsledek:  $r \geq 2,8$  m.

- 11.23 Hustota toku částic neutronů s energií 0,33 MeV je  $10^9$  neutron/m<sup>2</sup>s. Neutrony procházejí grafitovou deskou. Určete dávku záření absorbovanou grafitem za 1 hodinu. Účinný průřez pro srážky neutronů s jádrem grafitu je  $4,8 \cdot 10^{-28}$  m<sup>2</sup>/j. Střední část energie předávaná neutronem jádru A při srážkách je  $s = 2A/(1 + A)^2$ .

Návod:

$$D = I \cdot G \cdot s \cdot E \cdot t \cdot \frac{N_A}{A} \quad N_A \text{ je Avogadrovo číslo}$$

j značí jádro

Výsledek: D = 67 mrad.

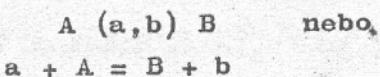
- 11.24 Mechanický selektor neutronů sestává ze dvou kruhových disků, které jsou na jedné ose a společně se otáčí. Rychlosť otáčení je 100 ot/sec. Vzdálenost mezi deskami je 0,54 m. Štěrbiny kruhových desek, kterými mohou procházet neutrony, jsou od sebe posunuty o  $8^\circ$ . Určete energii neutronů, které jsou za těchto podmínek selektorem propouštěny.

Výsledek: Energie neutronů procházejících selektorem je 0,031 eV.

## 12. JADERNÉ REAKCE

Přehled teorie :

Děje, při kterých působením částic s jádrem vznikají nové částice nebo jádra, se nazývají jaderné reakce. Značí se



Při jaderných reakcích se uplatňuje zákon

zachování elektrického náboje,

zachování energie,

zachování impulsu,

zachování momentu hybnosti,

zachování četnosti vlnové funkce (vyjma slabé vzájemné působení),

zachování izotopického spinu (mimo elmg. vzájemné působení).

Při dělení jader koeficient zesílení je poměr počtu neutronů (tepelných) k počtu neutronů předcházejícího pokolení.

$$K = \frac{n_i}{n_i - 1}$$

Počet neutronů za jedno pokolení je

$$\Delta n \sim n (K - 1)$$

$$\text{Za jednotku času } \frac{dn}{dt} = \frac{n (K - 1)}{\tau}$$

$\tau$  - doba života neutronů jednoho pokolení.

Celková energie částice je

$$mc^2 = T + m_0 c^2$$

T - kinetická energie částice.

Je-li T rovno 0, pak  $mc^2 = m_0 c^2$ , kde  $m_0$  je klidová hmota.

Pro relativistické částice pak

$$T = m_0 c^2 \left[ 1 / \sqrt{1 - v^2/c^2} - 1 \right]$$

Příklady:

12.1 a) Cyklotron pro urychlení alfa-částic, deuteronů a protonů pracuje na frekvenci 11 MHz. Určete intenzitu magnetického pole potřebnou pro urychlení alfa-částic, deuteronů a protonů. Jaká je energie těchto částic, je-li poloměr dráhy 1 m. Změnu hmoty s energií zanedbejte.

b) Určete náboj částice, která prochází Wilsonovou komorou, umístěnou v magnetickém poli intenzity H. Poloměr dráhy částice Ze je R, rychlosť v, hmotnost  $m_0$ .

Výsledek: a)  $H_\alpha = 1,14 \cdot 10^6 \text{ Am}^{-1}$

$$H_d = 1,14 \cdot 10^6 \text{ Am}^{-1}$$

$$H_p = 0,57 \cdot 10^3 \text{ Am}^{-1}$$

$$E_\alpha = 24,7 \text{ MeV}$$

$$E_d = 12,35 \text{ MeV}$$

$$E_p = 6,17 \text{ MeV}$$

b) U nerelativistických částic  $Ze = \frac{m_0 c v}{HR}$   
za předpokladu, že  $\sin \alpha(v, H) = 1$ .

12.2 Pro získání transuranů byly na cyklotronu urychlovány šestinásobné ionty  $N^{14}$ . Průměr duantů je 1,5 m. Intenzita magnetického pole  $H = 0,94 \cdot 10^6 \text{ Am}^{-1}$ . Je energie urychlených iontů dostatečná pro překonání bariéry (způsobené Coulombovkým vzájemným působením)?

Návod :

Podle příkladu 12.1

$$E = \frac{1}{2m} \left( \frac{ZeRH}{c} \right)^2$$

Energie Coulombovských sil je

$$U = \frac{Z_1 e \cdot Z_2 e}{r_0 \cdot (A_1^{1/3} + A_2^{1/3})}$$

Výsledek: Energie dusíkových iontů je dostatečná,  $E > U$ .

12.3 Určete, v jakých mezích se musí měnit frekvence generátoru lineárního urychlovače, jehož elektrody mají (stejnou) délku 0,006 m. Urychlují se elektrony a protony od energie 5 do 50 MeV.

Návod:

U elektronu počítejte s relativistickým jevem

Výsledek: Pro elektrony  $\nu = 2,49 \cdot 10^9 - 2,5 \cdot 10^9$  Hz  
Pro protony  $\nu = 258$  MHz - 815 MHz.

12.4 Kolik neutronů vznikne při štěpení jader ve stém pokolení, jestliže koeficient  $K = 1,05$ . Počátečního dělení se účastní  $N_1 = 10^3$  neutronů.

Výsledek:  $N_{100} = 1,25 \cdot 10^5$  neutronů.

12.5 Určete dobu, za kterou se změní výkon reaktoru e - krát, jestliže zesilovací koeficient je 1,01 a střední doba života jednoho pokolení neutronů je 0,2 sec.

Výsledek:  $t = 20$  sec.

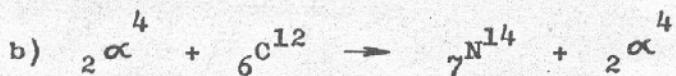
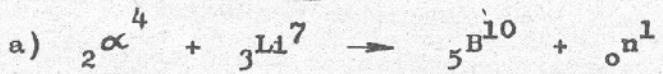
12.6 Alfa-částice s energií 1 MeV působily pružnou srážkou s jádrem  $^3\text{Li}^6$ . To bylo v klidu před srážkou. Určete kinetickou energii jádra  $^3\text{Li}^6$  po jedné srážce s alfa-částicí. Dráha jádra svírá s původním směrem letu částice úhel  $30^\circ$ .

Návod :

$$E_{\text{Li}} = \frac{\frac{4}{m\alpha} \frac{m_{\text{Li}}}{m\alpha + m_{\text{Li}}}}{\cdot E_\alpha \cdot \cos^2(\vartheta)}.$$

Výsledek:  $E_{\text{Li}} = 0,72$  MeV.

12.7 Určete energii odstřelující částice, při které je již možná endotermická jaderná reakce





- Výsledek: a)  $E = 4,4 \text{ MeV}$   
b)  $E = 18,1 \text{ MeV}$   
c)  $E = 6,17 \text{ MeV}$   
d)  $E = 1,89 \text{ MeV}$

12.8 Určete poločas rozpadu ke spontánnímu dělení u jádra  ${}_{92}^{238}\text{U}$ , je-li známo, že v 0,001 kg čistého  ${}_{92}^{238}\text{U}$  nastává 25 rozpadů za hodinu. Porovnejte počet těchto rozpadů s alfa rozpadem těchto jader za stejnou dobu.

Výsledek: Poločas rozpadu spontánního dělení u jader  ${}_{92}^{238}\text{U}$  je  $\sim 10^{16}$  roků.

Počet rozpadů alfa je  $4,5 \cdot 10^7$ , zatímco u spontánního dělení 25 (za stejnou dobu).

12.9 Reaktor má aktivní zónu tvořenou nádobou, v které je 200 tyčí přírodního uranu. Tyče jsou 1,5 m dlouhé a 0,02 m v průměru. Reaktor pracuje s tepelnými neutrony. Zanedbejte samoabsorpci neutronů v uranu a určete střední hustotu toku neutronů a koncentraci tepelných neutronů. Výkon reaktoru je 0,6 MW.

Návod:

Při jednom dělení se uvolňuje energie  $Q = A (E_v \text{ u uranu} - E_v \text{ v ostat})$

Výsledek: Střední hustota toku neutronů je  $10^{16}$  neutronů/ $\text{m}^2 \cdot \text{sec}$ )

Hustota neutronů je  $4,55 \cdot 10^{12}$  neutronů/ $\text{m}^3$ .

12.10 Deuterové plazma je v rovnovážném stavu. Jeho hustota je  $n_e = n_i = 3 \cdot 10^{20} \text{ m}^{-3}$ . Průměr sloupce tohoto plazmatu je 0,2 m, proud protékající plazmatem 1 MA. Určete existující teplotu a tlak v takovém plazmatu

Návod:

$$p = n \cdot kT \quad I_o = r \circ \sqrt{2\pi (n_i + n_e) \cdot kT}$$

Intenzita magnetického pole ve sloupci o poloměru  $r$  je

$$H = \frac{1}{\circ} \frac{2I}{r}$$

Síla, způsobená magnetickým polem

$$f = \frac{H^2}{8}$$

Výsledek:  $T = 2 \cdot 10^8 \text{ K}$ .

$$p = 8,7 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

Základní fyzikální konstanty

Název	Značka	Konstanta
rychlosť světla ve vakuu	c	$(2,997\ 925 \pm 0,000\ 003) \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$
elementární náboj	e	$(1,602\ 10 \pm 0,000\ 07) \cdot 10^{-19} \text{ C}$
Avogadrova konstanta	L	$(6,022\ 52 \pm 0,000\ 28) \cdot 10^{26} \text{ kmol}^{-1}$
atomová hmotnost vodíku	m( <sup>1</sup> H)	$(1,673\ 43 \pm 0,000\ 08) \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
atomová hmotnostní konstanta (unifikovaná)	m <sub>u</sub>	$(1,660\ 44 \pm 0,000\ 08) \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
klidová hmotnost protonu	m <sub>p</sub>	$(1,672\ 52 \pm 0,000\ 08) \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ $(1,007\ 276\ 63 \pm 0,000\ 000\ 24) \text{ u}$
klidová hmotnost neutronu	m <sub>n</sub>	$(1,674\ 82 \pm 0,000\ 08) \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ $(1,008\ 665\ 4 \pm 0,000\ 001\ 3) \text{ u}$
klidová hmotnost elektronu	m <sub>e</sub>	$(9,109\ 1 \pm 0,000\ 4) \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ $(5,485\ 97 \pm 0,000\ 09) \cdot 10^{-4} \text{ u}$
Planckova konstanta	h	$(6,625\ 6 \pm 0,000\ 5) \cdot 10^{-34} \text{ J s}$
	$\hbar = \frac{h}{2\pi}$	$(1,054\ 50 \pm 0,000\ 07) \cdot 10^{-34} \text{ J s}$
měrný náboj elektronu	$e_m = \frac{e}{m_e}$	$(1,758\ 796 \pm 0,000019) \cdot 10^{11} \text{ C kg}^{-1}$
permitivita vakuua	$\epsilon_0$	$(8,854,118 \pm 0,000002) \cdot 10^{-12} \text{ F m}^{-1}$
Rydbergova konstanta	R <sub>∞</sub>	$(1,0973731 \pm 0,00000003) \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$
Bohrův poloměr	a <sub>o</sub>	$(5,291\ 67 \pm 0,000\ 07) \cdot 10^{-11} \text{ m}$
poloměr elektronu	r <sub>e</sub>	$(2,817\ 77 \pm 0,000\ 11) \cdot 10^{-15} \text{ m}$
Bohrův magneton	$\mu_B$	$(9,273\ 2 \pm 0,000\ 6) \cdot 10^{-24} \text{ A m}^2$
jaderný magneton	$\mu_N$	$(5,050\ 5 \pm 0,000\ 4) \cdot 10^{-27} \text{ A m}^2$
magnetický moment protonu	$\mu_p$	$(1,410\ 49 \pm 0,000\ 13) \cdot 10^{-26} \text{ A m}^2$
gyromagnetický poměr protonu	$\beta_p$	$(2,675\ 19 \pm 0,00002) \cdot 10^8 \text{ Am}^2 (\text{Js})^{-1}$
Boltzmannova konstanta	k	$(1,38054 \pm 0,00018) \cdot 10^{-23} \text{ J deg}^{-1}$
konstanta Wienova zákona	$\lambda_{\max} T$	$(2,8978 \pm 0,0004) \cdot 10^{-3} \text{ m deg}$
Stefanova-Boltzmannova konstanta	σ	$(5,6697 \pm 0,0029) \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ deg}^{-4}$
konstanty jemné struktury	∞	$(7,29720 \pm 0,000\ 10) \cdot 10^{-3}$

Vztahy mezi některými jednotkami

$$\begin{aligned}
 1 \text{ \AA} &= 10^{-10} \text{ m} & 1 \text{ J} &= 10^7 \text{ erg} & 1 \text{ cal} &= 4,18 \text{ J} \\
 1 \text{ Fermi} &= 10^{-15} \text{ m} & 1 \text{ barn} &= 10^{-28} \text{ m}^2 & & \\
 1 \text{ rok} &= 3,15 \cdot 10^7 \text{ s} & 1 \text{ eV} &= 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J} & &
 \end{aligned}$$

Hrana K- a L-absorpčního pásu rentgenovského záření

Z	Prvek	Hrana absorpčního pásu			
		K	L <sub>I</sub>	L <sub>II</sub>	L <sub>III</sub>
23	V	0,2268	-	2,39	2,41
26	Fe	0,1741	-	1,71	1,74
27	Co	0,1604	-	1,546	1,58
28	Ni	0,1486	-	1,411	1,44
29	Cu	0,1380	-	1,297	1,326
30	Zn	0,1284	-	1,185	1,21
42	Mo	0,0619	0,4305	0,4715	0,491
47	Ag	0,0486	0,3236	0,3510	0,3695
50	Sn	0,04239	0,2773	0,2980	0,3153
74	W	0,01785	0,1022	0,1073	0,1215
78	Pt	0,01585	0,0888	0,0932	0,1072
79	Au	0,01585	0,0861	0,0905	0,1038
82	Pb	0,01505	0,0781	0,0814	0,0950
92	U	0,01075	0,0568	0,0591	0,0722

Hodnoty některých určitých integrálů

$$\int_0^\infty \frac{x^n dx}{e^x - 1} = \begin{cases} 2,31, & n = 1/2 \\ /6, & n = 1 \\ 2,405, & n = 2 \\ /15, & n = 3 \\ 24,9, & n = 4 \end{cases} \quad \int_0^a \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = \begin{cases} 0,225, & a = 1 \\ 1,18, & a = 2 \\ 2,56, & a = 3 \\ 4,91, & a = 5 \\ 6,43, & a = 10 \end{cases}$$

$$\int_0^\infty x^n e^{-x} dx = \begin{cases} n!, & n > 0, \text{ celočíselné} \\ \sqrt{\pi}/2, & n = 1/2 \end{cases} \quad \int_0^1 e^{-x^2} dx \approx 0,843$$

$$\sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^a e^{-x^2/2} dx = \begin{cases} 0,0797, & a = 0,1 \\ 0,3829, & a = 0,5 \\ 0,6827, & a = 1,0 \\ 0,8664, & a = 1,5 \\ 0,9545, & a = 2,0 \\ 0,9973, & a = 3,0 \end{cases}$$

$$\int_0^{\infty} x^n e^{-x^2} dx = \begin{cases} \sqrt{\pi/2}, & n = 0 \\ \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{n-1}{2} \right) ! \right], & n - \text{celé liché} \\ \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (n-1)}{2^{n/2}} \frac{\sqrt{\pi}}{2}, & n - \text{celé sudé} \end{cases}$$

Údaje o některých izotopech

Izotop	Spin jádra	$\Delta$ (M-A)	Druh rozpadu	Poločas rozpadu	Energie -záření MeV
$n$	1/2	0,008665		11,7 min	0,78
${}_1^1 H$	1/2	0,007825			
${}_1^2 H$	1	0,014102			
${}_2^4 He$	0	0,002604			
${}_3^6 Li$	1	0,015126			
${}_4^7 Be$	3/2	0,016931			
${}_3^7 Li$	3/2	0,016005			
${}_4^{10} Be$	0	0,013535		$2,5 \cdot 10^6 r$	0,555
${}_5^{10} B$	3	0,012939			
${}_7^{14} N$	1	0,003074			
${}_8^{16} O$	0	-0,005085			
${}_8^{17} O$	5/2	-0,000867			
${}_{10}^{20} Ne$	0	-0,007560			
${}_{10}^{21} Ne$	-	-0,006151			
${}_{13}^{28} Al$	3	-0,018092		2,3 min.	2,86
${}_{14}^{28} Si$	0	-0,023073			
${}_{47}^{107} Ag$	1/2	-0,09303			
${}_{82}^{206} Pb$	0	-0,02554			
${}_{82}^{207} Pb$	1/2	-0,02410			
${}_{82}^{208} Pb$	0	-0,02336			
${}_{88}^{226} Ra$	0	+0,02536		1620 r	4,777 a 4,589
${}_{92}^{238} U$	0	0,05076		$4,5 \cdot 10^9 r$	4,13 a 4,18

Nejvyšší plošné aktivity a hustoty toku částic odpovídající ozáření 100 mrem za týden

Záření	Energie záření	Plošné aktivity a hustoty toku částic (36 hod. prac. týden)
Rentgen.zář a gama zář.	< 3 MeV	$7,8 \text{ Ci/m}^2$
Beta-zář. a elektrony	< 10 MeV	$2 \cdot 10^5 \text{ částic/m}^2 \cdot \text{sec}$
Neutrony tepelné	0,025 eV	$7,5 \cdot 10^6 \text{ neutronů/m}^2 \cdot \text{sec}$
Neutrony rychlé	1-10 MeV	$2 \cdot 10^5 \text{ neutronů/m}^2 \cdot \text{sec}$

Hmotnostní součinitel zeslabení a absorpcie pro gama-záření

Energie MeV	Al		Pb		$H_2O$		Vzduch	
	$\mu/\rho (10^{-1})$	$T_{\rho}(10^{-1})$						
0,1	0,169	0,0371	5,46	2,16	0,171	0,0253	0,155	0,0233
0,2	0,122	0,0275	0,942	0,586	0,137	0,0299	0,123	0,0269
0,4	0,0927	0,0287	0,220	0,136	0,106	0,0328	0,0953	0,0295
0,6	0,0779	0,0286	0,119	0,0684	0,0896	0,0329	0,0804	0,0295
0,8	0,0683	0,0278	0,0866	0,0477	0,0786	0,0321	0,0706	0,0288
1,0	0,0614	0,0269	0,0703	0,0384	0,0706	0,0310	0,0635	0,0276
1,5	0,0500	0,0246	0,0550	0,0280	0,0590	0,0283	0,0515	0,0254
2,0	0,0431	0,0227	0,0463	0,0248	0,0493	0,0260	0,0445	0,0236
3,0	0,0360	0,0201	0,0410	0,0238	0,0390	0,0227	0,0360	0,0211
4,0	0,0310	0,0188	0,0421	0,0253	0,0339	0,0204	0,0307	0,0193
6,0	0,0264	0,0174	0,0436	0,0287	0,0275	0,0178	0,0250	0,0173
8,0	0,0241	0,0169	0,0459	0,0310	0,0240	0,0163	0,0220	0,0163
10,0	0,0229	0,0167	0,0489	0,0328	0,0219	0,0154	0,0202	0,0156

Některé fyzikální vlastnosti kovů

Kov	A, eV	Hustota $10^3 \text{ kg/cm}^3$	Krystalická struktura			Teplota tání °C
			typ	mřížka a	nm c	
Hliník	3,74	2,7	kpc	0,404		658,7
Barium	2,29	3,75	koo	0,502		704
Vanad	3,78	5,87	koo	0,303		1715
Vismut	4,62	9,8	hex	0,454	1,184	271
Wolfram	4,50	19,1	koc	0,316		3370
Železo	4,36	7,8	koo	0,286		1535
Zlato	4,58	19,3	kpo	0,407		1063
Kobalt	4,25	8,9	hex	0,251	0,407	1480
Hořčík	3,69	1,74	hex	0,320	0,502	650
Měď	4,47	8,9	kpo	0,361		1083
Molybden	4,27	10,2	koc	0,314		2620
Sodík	2,27	0,97	koc	0,424		97,5
Nikl	4,84	8,9	kpo	0,352		1452
Olovo	4,51	7,4	too	0,582	0,318	231,9
Platina	5,29	21,5	kpc	0,392		1775
Cín	4,15	11,3	kpc	0,494		327,5
Stříbro	4,28	10,5	kpc	0,408		960
Titan	3,92	4,5	hex	0,295	0,469	1720
Cesium	1,89	1,87	koc	0,605		28,5
Zinek	3,74	7,0	hex	0,266	0,494	419,4

A - výstupní práce elektronu z povrchu kovu

kpc - kubická plošně centrována

koo - kubická objemově centrována

hex - hexagonální

toc - tetragonální objemově centrována

Hustota některých materiálů

Materiál	Hustota $10^3 \text{ kg/cm}^3$	Materiál	Hustota $10^3 \text{ kg/cm}^3$
Bór	2,45	Plutonium	19,8
Vzduch (norm. podm.)	$1,293 \cdot 10^{-3}$	Rtuť	13,6
Grafit	1,6	Thorium	11,7
Indium	7,28	Těžká voda	1,1
Kadmium	8,65	Uran	19,0
NaCl	2,18	CsCl	4,04

Konstanty dvouatomových molekul

Molekula	Základní term	Mezijaderná vzdálenost $d, 10^{-10} \text{ m}$	Základní frekvence $\tilde{\nu} \text{ cm}^{-1}$	Anharmoničnost $x, 10^{-3}$	Energie disociace $D, \text{ eV}$
$\text{H}_2$	${}^1\Sigma$	0,741	4395,2	28,5	4,48
$\text{N}_2$	${}^1\Sigma$	1,094	2359,6	6,15	7,37
$\text{O}_2$	${}^3\Sigma$	1,207	1580,4	7,65	5,08
$\text{F}_2$	${}^1\Pi$	1,282	1139,8	8,51	$\sim 1,6$
$\text{P}_2$	${}^1\Sigma$	1,894	780,4	3,59	5,03
$\text{Cl}_2$	${}^1\Sigma$	1,988	564,9	7,09	2,48
$\text{Br}_2$	${}^1\Sigma$	2,283	323,2	3,31	1,97
$\text{I}_2$	${}^1\Sigma$	2,666	214,6	2,84	1,54
HF	${}^1\Sigma$	0,917	4138,5	21,8	5,8
HCl	${}^1\Sigma$	1,275	2989,7	17,4	4,43
HBr	${}^1\Sigma$	1,413	2649,7	17,1	3,75
HJ	${}^1\Sigma$	1,604	2309,5	17,2	3,06
CO	${}^1\Sigma$	1,128	2170,2	6,22	$\sim 9,7$
NO	${}^2\Pi$	1,150	1960	7,55	5,29
OH	${}^2\Pi$	0,971	3735	22,2	4,35

Hodnoty jakostního faktoru pro jednotlivé druhy záření

Druh záření	Jakostní faktor
Fotony gama-záření a rentgenova záření	1
Elektrony a částice beta s $E_{\max} > 30$ keV	1
Elektrony a beta-částice s $E_{\max} < 30$ keV	1,7
Tepelné neutrony	3
Rezonanční neutrony 0,5 eV až 1 keV	2,5
Neutrony středních energií 1 keV až 500 keV	8
Rychlé neutrony 500 keV až 10 MeV	10
Protony a alfa-částice	10
Odražená jádra a štěpné fragmenty	20

Nejvyšší přípustné ozáření a mezní ozáření ionizujícího záření

1 rem = 1 r x Jakostní faktor

Části těla	Nejvyšší přípustné dávky pro pracovníky		Mezní dávky pro obyvatele rok rem
	1/4 roku rem	rok rem	
Gonády, aktivní kostní dřeň a v případě rovnoměrného ozáření celé tělo	3	5	0,5
Kůže, štítná žláza, kost	15	30	3
Ruce, předloktí, nohy a kotníky	40	75	7,5
Kterýkoliv ostatní orgán či tkán	8	15	1,5

L I T E R A T U R A :

1. Špolskij E.V. : Atomová fyzika I a II, Praha 1952
2. Drška L., Klimeš B., Slavík J.B.: Základy atomové fyziky, Praha 1958
3. Horák Z.: Úvod do molekulové a atomové fyziky, Praha 1955
4. Friš-Timoreva: Kurs fyziky III, Praha 1953
5. Born M.: Atomic Physios, London 1963  
Atomnaja fyzika, Moskva 1965
6. Whyte G.N.: Základy dozimetrie ioniz.záření, Praha 1971
7. Rajskij, S.M., Smirnov V.F.: Fizičeskije osnovy metoda radioaktivnyoh indikatorov, Moskva 1956
8. Syrový A.: Sbírka příkladů z fyziky, Praha 1971
9. Irodov I.E.: Sbornik zadač po atomnoj i jadernoj fizike, Moskva 1963
10. Irodov I.E.: Sbornik zadač po atomnoj i jadernoj fizike, Moskva 1971
11. ČSN 01 1308 z 10.8. 1967

O B S A H

Úvod .....	1
1. Tepelné záření .....	2
2. Kvantové vlastnosti světelného záření .....	9
3. Rutherfordův a Bohrův model atomu .....	13
4. Atomy s více elektrony .....	18
5. Magnetické vlastnosti atomů .....	21
6. Elektrony v kovech a polovodičích .....	26
7. Rentgenovo záření .....	30
8. Molekulová spektra dvouatomových molekul .....	36
9. Energie vazby .....	39
10. Elementární částice .....	41
11. Radioaktivita. Vzájemné působení jaderného záření s hmotou .....	46
12. Jaderné reakce .....	52

Tabulky :

Základní fyzikální konstanty .....	56
Vztahy mezi některými jednotkami .....	57
Hrana K- a L-absorpčního pásu rentgenovského záření .....	57
Hodnoty některých určitých integrálů .....	57
Údaje o některých izotopech .....	58
Nejvyšší přípustné dávky záření, odpovídající dávce 100 mrem za týden .....	58
Hmotnostní součinitel zeslabení a absorpcie pro gama-záření .....	59
Některé fyzikální vlastnosti kovů .....	60
Hustoty některých materiálů .....	61
Konstanty dvouatomových molekul .....	61
Hodnoty jakostního faktoru pro jednotlivé druhy záření .....	62
Nejvyšší přípustné ozáření a mezní ozáření ionizujícího záření .....	62
Literatura .....	63

Název: Příklady z atomové fyziky  
Autoři: RNDr. Jan Janča, CSc., doc. RNDr. Vratislav Kapička, CSc.  
Ved.katedry: doc. RNDr. Vratislav Kapička, CSc.  
Vydavatel: rektorát UJEP Brno, A. Nováka 1 - vlastním nákladem  
Určeno: pro posluchače fakulty přírodovědecké  
Povoleno: vydavatelské oprávnění min. kultury č. 21 514/79  
Počet stran: 64  
AA - VA: 3,28 - 3,39  
Vydání: první  
Náklad: 300 výtisků  
Tisk: výrobná skript rektorátu UJEP Brno, Jaselská 25  
ofsetový tisk  
Poř. číslo: 1087  
Tém. sk.: 17/32  
Číslo: 55-963-84  
Cena: 3,50 Kčs