

Písemka z elektrodynamiky: 10 bodů

1. Určete rotaci a divergenci vektorového pole \mathbf{A} a gradient a laplacián funkce f v parabolických souřadnicích

$$\begin{aligned}x &= uv \cos \theta \\y &= uv \sin \theta \\z &= \frac{1}{2}(u^2 - v^2),\end{aligned}$$

kde x, y, z jsou kartézské souřadnice.

2. Pomocí úplně antisymetrického tenzoru ϵ dokažte následující vektorové identity

$$\begin{aligned}\nabla \times \nabla f &= 0 \\ \nabla \cdot \nabla \times \mathbf{A} &= 0 \\ (\nabla \times \mathbf{A}) \times \mathbf{A} &= (\mathbf{A} \cdot \nabla) \mathbf{A} - \frac{1}{2} \nabla A^2.\end{aligned}$$

3. Určete elektrostatickou intenzitu \mathbf{E} pole vyvolaného tenkou nekonečnou rovnoměrně nabitou deskou ve vakuu, a to jednak pomocí definičního vztahu pro intenzitu

$$\mathbf{E}(\mathbf{x}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iiint_{\mathbb{R}^3} \frac{d^3 \mathbf{x}' \rho(\mathbf{x}') (\mathbf{x} - \mathbf{x}')}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|^3},$$

a jednak pomocí Gaussovy věty a vhodně zvoleného objemu.

Písemka z elektrodynamiky: 10 bodů

1. Určete rotaci a divergenci vektorového pole \mathbf{A} a gradient a laplacián funkce f v parabolických souřadnicích

$$\begin{aligned}x &= uv \cos \theta \\y &= uv \sin \theta \\z &= \frac{1}{2}(u^2 - v^2),\end{aligned}$$

kde x, y, z jsou kartézské souřadnice.

2. Pomocí úplně antisymetrického tenzoru ϵ dokažte následující vektorové identity

$$\begin{aligned}\nabla \times \nabla f &= 0 \\ \nabla \cdot \nabla \times \mathbf{A} &= 0 \\ (\nabla \times \mathbf{A}) \times \mathbf{A} &= (\mathbf{A} \cdot \nabla) \mathbf{A} - \frac{1}{2} \nabla A^2.\end{aligned}$$

3. Určete elektrostatickou intenzitu \mathbf{E} pole vyvolaného tenkou nekonečnou rovnoměrně nabitou deskou ve vakuu, a to jednak pomocí definičního vztahu pro intenzitu

$$\mathbf{E}(\mathbf{x}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iiint_{\mathbb{R}^3} \frac{d^3 \mathbf{x}' \rho(\mathbf{x}') (\mathbf{x} - \mathbf{x}')}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|^3},$$

a jednak pomocí Gaussovy věty a vhodně zvoleného objemu.