ZÁKLADY ASTRONOMIE 2
Praktikum 5
Dynamická paralaxa hvězd

1 Úvod

Dvojhvězdy jsou nenahraditelným zdrojem informací ze světa hvězd. Nejvýznamnější jsou z tohoto pohledu zákrytové dvojhvězdy, tedy soustavy, kde se nám při pohledu ze Země jejich složky při oběhu kolem těžiště soustavy vzájemně zakrývají. Jsou zpravidla tak daleko, že složky dvojhvězdy nerozlišíme jako jednotlivé hvězdy, ale pozorujeme jen společné světlo obou hvězd. Z průběhu celkové jasnosti soustavy pak můžeme určit zejména poměry hmotností, rozměrů, zářivých výkonů složek a sklon trajektorie. Pokud přidáme i výsledky spektroskopických pozorování, zejména křivku radiálních rychlostí, můžeme určit hmotnosti a poloměry v absolutních hodnotách, tedy přímo v kilogramech a metrech. Parametry dvojhvězd lze z jejich světelných křivek a křivek radiálních rychlostí získat pomocí řady programů jako PHOEBE, WD, Nightfall, FOTEL, Binary Maker a jiné, z nichž většina je volně dostupných.

V naší úloze se ale zaměříme na tzv. vizuální dvojhvězdy, kdy obě složky dvojhvězdy rozlišíme a pozorujeme je při pohybu kolem těžiště soustavy. Pokud u takové dvojhvězdy známe periodu oběhu P složek kolem hmotného středu soustavy a velkou poloosu a této trajektorie, můžeme zjistit vzdálenost soustavy tzv. *dynamickou paralaxu dvojhvězdy* i hmotnosti obou složek. Na rozdíl od striktních, přesných metod zmíněných výše, tady se musíme spokojit s jistou mírou nepřesnosti a závislosti výsledků, protože využijeme empirické vztahy mezi hmotností a zářivým výkonem hvězd. Nicméně i přesto jsou takto získané údaje velmi cenné, neboť v řadě případů není jiná možnost, jak například hmotnosti hvězd zjistit. Velkým kladem metody dynamické paralaxy je její jednoduchost. Je vlastně založena na aplikaci třetího Keplerova zákona. Podívejme se v čem metoda spočívá. Nechť složky dvojhvězdy o hmotnostech μ_1, μ_2 obíhají kolem těžiště soustavy po trajektorii s velkou poloosou a za dobu P. Pak lze třetí Keplerův zákon zapsat ve tvaru

$$\frac{a^3}{P^2} = \mu_1 + \mu_2. \tag{1}$$

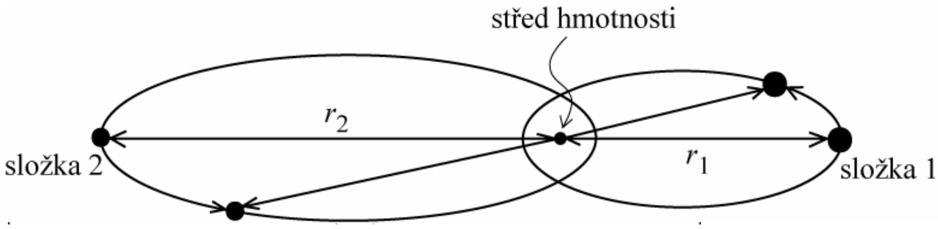
Hmotnosti jsou přitom vyjádřeny v hmotnostech Slunce $\mathrm{M}_\odot$, perioda oběhu P v rocích a velká poloosa a v astronomických jednotkách AU. Z pozorování vizuální dvojhvězdy lze zjistit hvězdné velikosti složek, jejich periodu oběhu P a také úhlovou vzdálenost v úhlových vteřinách a". Její hodnota samozřejmě závisí na vzdálenosti dvojhvězdy. Pro soustavu vzdálenou od nás r parseků, tedy s paralaxou π, lze velkou poloosu trajektorie vyjádřit jako

$$a = a"r = a/\pi. \tag{2}$$

Dosazením do Keplerovy rovnice dostáváme po úpravě vztah pro dynamickou paralaxu

$$\pi^3 = \frac{a''^3}{P^2\,(\mu_1 + \mu_2)}, \tag{3}$$

který využijeme v naší úloze.



Obr. 1: Oběžná trajektorie složek dvojhvězdy.

2 Pracovní postup

Metoda dynamické paralaxy je iterativní a stačí jen několik málo kroků k cíli. V principu je snadno algoritmizovatelná, takže by neměl být větší problém celou úlohu nebo alespoň její podstatnou část řešit vlastním krátkým programem nebo využitím funkcí například Excelu a podobně.

V prvním kroku předpokládejte, že hmotnosti složek dvojhvězdy jsou stejné, tedy $\mu_1 = \mu_2$ a navíc jsou rovny právě jedné hmotnosti sluneční. Ze vztahu 3 lze pak snadno vypočítat odpovídající hodnotu paralaxy π.

Pozorované hvězdné velikosti složek m_1, m_2 nyní využijeme k výpočtu jejich absolutní hvězdné velikosti M_1, M_2 pomocí vztahu pro modul vzdálenosti

$$M_i = m_i + 5 + 5\log\pi, i = 1, 2, \tag{4}$$

kde indexy značí složky 1, 2 dvojhvězdy a π je paralaxa systému.

Absolutní hvězdná velikost je mírou zářivého výkonu hvězdy a ten, jak víme, závisí na hmotnosti. Protože ale existují pro různé typy hvězd různé závislosti, je zapotřebí zvolit jaký typ hvězd jsou složky naší dvojhvězdy. Nejpravděpodobnější je, že půjde o hvězdy hlavní posloupnosti. Za tohoto předpokladu lze pro další řešení využít závislost hmotnost - zářivý výkon, respektive absolutní hvězdná velikost $M = f(\mu)$ z knihy Harrise et al. (1963). S její pomocí určíme odhady hmotností pro obě složky dvojhvězdy μ_1, μ_2. Abychom si práci ještě více usnadnili, aproximujeme závislost $M = f(\mu)$ lineárním vztahem

$$\log\mu_i = \mathrm{p}M_i + \mathrm{q}, \tag{5}$$

kde M_i je absolutní hvězdná velikost i-té složky a konstanty p, q nabývají hodnot podle tabulky 1. Teď už lze snadno spočítat odhady hmotností složek μ_1, μ_2.

Tabulka 1: Koeficienty p, q

rozsah M [mag]	p	q
$M < 0$	-0,12	0,46
$0 \leq M \leq 7{,}5$	-0,10	0,46
$7,5 < M \leq 11$	-0,14	0,75

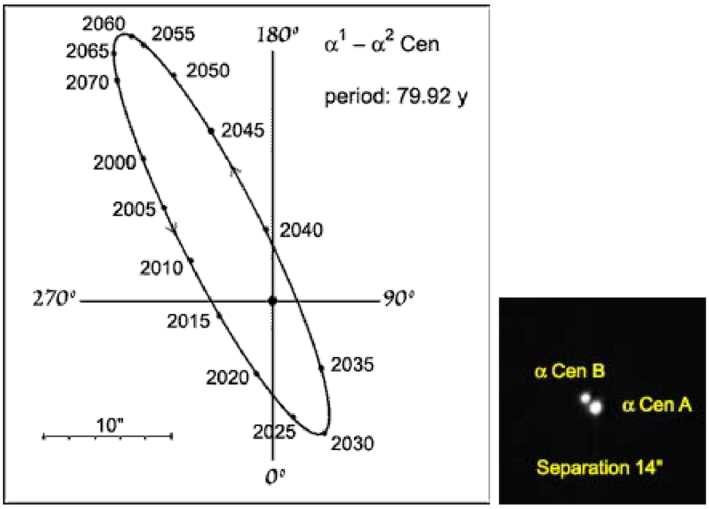
Na počátku jsme ale v prvním kroku předpokládali, že obě hmotnosti jsou stejné a jsou rovny hmotnosti Slunce. To je v pořádku, ale pro další cyklus použijeme už přesnější odhad hmotnosti složek a vypočtené hodnoty μ_1, μ_2 dosadíme znovu do vztahu 3 a celý postup zopakujeme. Už po několika cyklech iterativního procesu zjistíte, že se hodnoty hmotností složek dále nemění a dospěli jste tak k cíli.

Použité zdroje a další materiály ke studiu

D. L. Harris, K. A. Strand a C. E. Worley: Basic Astronomical Data, Chicago and London 1963, 273

Pokorný, Z., Vademecum. Hvězdárna a planetárium M. Koperníka v Brně, 2006

`http://outreach.atnf.csiro.au/education/senior/astrophysics/binary_types.html`



Obr. 2: Dvojhvězda α Centauri.

PRAKTICKÁ ČÁST

Shrnutí úkolů:

1. Z tabulky 3 si zvolte dvě vizuální dvojhvězdy, pro něž budete určovat hmotnosti složek a vzdálenosti od nás.
2. Za předpokladu, že hmotnosti složek dvojhvězdy jsou stejné $\mu_1 = \mu_2 = 1\ \mathrm{M}_\odot$, vypočtěte ze vztahu 3 odpovídající hodnotu paralaxy π a zapište do tabulky 2.
3. Ze zjištěné paralaxy a pozorovaných hvězdných velikostí složek m_1, m_2 spočítejte jejich absolutní hvězdné velikosti M_1, M_2 a zapište do tabulky 2.
4. Za předpokladu, že složkami dvojhvězdy jsou hvězdy hlavní posloupnosti, vypočtěte pomocí vztahu 5 odhady hmotností $\log\mu_1, \log\mu_2$, a posléze μ_1, μ_2 pro obě složky a výsledky zapište do tabulky 2. Vypočtené hodnoty hmotností poslouží jako vstupní hodnoty do dalšího cyklu.
5. Postup v bodech 2 až 5 opakujte. Iterativní metodou se tak dostanete ke správné hodnotě hmotností složek. Počet iterací je dán požadovanou přesností výsledku. Jestliže se bude výsledná paralaxa ve dvou po sobě následujících výpočtech lišit o méně než řekněme 0,01", bude stačit jen několik iterací a výpočet může skončit. Celý proces lze samozřejmě naprogramovat. V takovém případě přiložte k protokolu výpis programu, jednoduchý popis používání a výpis mezivýsledků odpovídající tabulce 2. Pokud nechcete programovat, lze práci urychlit například tím, že výpočty budete provádět v prostředí tabulkového procesoru Excel.
6. Postup zopakujte pro druhou vybranou hvězdu.
7. Pro zvolené hvězdy vyhledejte na internetu nebo v dostupné literatuře hodnoty trigonometrické paralaxy a doplňte je do tabulky 1. Uveďte zdroj, odkud jste hodnoty převzali a diskutujte rozdíl mezi zjištěnými hodnotami dynamické a trigonometrické paralaxy.

Tabulka 2: Výpočet dynamické paralaxy.

Dvojhvězda:							
Cyklus výpočtu	μ_1	μ_2	π	M_1	M_2	$\log \mu_1$	$\log \mu_2$
1	1.0	1.0					
2							
3							
4							
5							
Dvojhvězda:							
Cyklus výpočtu	μ_1	μ_2	π	M_1	M_2	$\log \mu_1$	$\log \mu_2$
1	1.0	1.0					
2							
3							
4							
5							

Tabulka 3: Vybrané vizuální dvojhvězdy.

Dvojhvězda	m_1 [mag]	m_2 [mag]	a"	P [roky]	Dynam. paralaxa	Trigon. paralaxa
70 Oph	4,2	6	4,56	87,71		
α Cen	0	1,2	17,58	79,92		
γ Vir	3,5	3,5	3,7	168,68		
ζ Boo	4,7	7	4,9	151,51		