

Zkoušková písemka II. M4010, 8 + 2 body

1. Nalezněte řešení rovnice se zadanou okrajovou podmínkou, proveďte zkoušku:

$$u_x u_y = -u, \quad u(x, 0) = x.$$

2. Nalezněte obecné řešení rovnice i partikulární řešení splňující zadanou okrajovou podmínkou, načrtněte charakteristiky i okrajovou křivku a proveďte zkoušku:

$$x^2 u_x + y u_y = 2u, \quad u(1, y) = y^3.$$

3. Klasifikujte rovnici druhého řádu a převedte na kanonický tvar. Lze-li převedená rovnice řešit integrací, vyřešte (proveďte zkoušku - máte-li čas):

$$u_{xx} - 2 \sin x u_{xy} + (2 - \cos^2 x) u_{yy} - \cos x u_y = 0.$$

4. Řešte počáteční úlohu pro hyperbolickou rovnici a proveďte zkoušku:

$$\begin{aligned} u_{tt}(t, x) &= u_{xx}(t, x) + 2 \cos x, & (t, x) &\in (0, \infty) \times (-\infty, \infty), \\ u(0, x) &= 2x^2 - x, & x &\in (-\infty, \infty), \\ u_t(0, x) &= x \sin x, & x &\in (-\infty, \infty). \end{aligned}$$

5. Řešte úlohu

$$\begin{aligned} u_{xx} &= u_{tt}, & x &\in (0, \pi), \quad t \in (0, \infty) \\ u(t, 0) &= 0, & t &\in (0, \infty), \\ u(t, \pi) &= 0, & t &\in (0, \infty), \\ u(0, x) &= -6 \sin 2x \cos 2x, & x &\in (0, \pi), \\ u_t(0, x) &= -\sin x + 4 \sin x \cos x, & x &\in (0, \pi). \end{aligned}$$