

Úkol 1. Určete, zda jsou následující polynomy nad \mathbb{F}_5 lineárně nezávislé, a pokud nejsou, vyjádřete některý z nich jako lineární kombinaci předcházejících:

$$3x^5 + x^3 + x^2 + 2, \quad x^5 + 4x^3 + 2x^2 + x, \quad x^4 + 3x^2 + 2x + 1, \quad 4x^5 + x^4 + x^2 + 3x + 3, \\ 2x^5 + x^4 + 3x^3 + x^2 + 1, \quad 3x^5 + 2x^2 + x + 4.$$

Úkol 2. Rozhodněte, zda k polynomu f lze přidat nějaké polynomy tak, aby dohromady tvořily bázi vektorového prostoru nad \mathbb{Q} generovaného v $\mathbb{C}[x]$ polynomy $g_1 = ix + 2 - i$, $g_2 = (1 + 2i)x + i$, $g_3 = (i - 2)x + 1 + 2i$ a $g_4 = ix - 1 + 2i$. Pokud tak učinit lze, vypočtete nějakou takovou bázi a polynomy g_1 , g_2 , g_3 a g_4 vyjádřete jako lineární kombinace polynomů této báze.

(a) $f = (2 + 3i)x - 2 + 3i$

(b) $f = (3 + 2i)x + 3 - 2i$