Úkol 1. Určete, pro která $t \in \mathbb{R}$ je podprostor $\mathbb{R}^5$ generovaný vektory u_1 až u_5 roven podprostoru generovanému vektory v_1 až v_5.

$$u_1 = \begin{pmatrix} t-1 \\ t-1 \\ 1-t \\ 0 \\ t-1 \end{pmatrix}, \; u_2 = \begin{pmatrix} 2-t \\ t \\ 2t-3 \\ t-1 \\ 1 \end{pmatrix}, \; u_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ t-1 \\ t-3 \\ t-2 \\ 2t-3 \end{pmatrix}, \; u_4 = \begin{pmatrix} -2t \\ 0 \\ 2t \\ 3t \\ t \end{pmatrix}, \; u_5 = \begin{pmatrix} 3t-2 \\ t+1 \\ 2-4t \\ 3-t \\ 2t \end{pmatrix}$$

$$v_1 = \begin{pmatrix} t \\ -t \\ -2t \\ -t \\ 0 \end{pmatrix}, \; v_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3t \\ 2t-2 \\ 2t-1 \\ 3t-1 \end{pmatrix}, \; v_3 = \begin{pmatrix} 1-t \\ t+1 \\ 2t-1 \\ t \\ 1 \end{pmatrix}, \; v_4 = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}, \; v_5 = \begin{pmatrix} t-|t|-2 \\ -t \\ 2-|t| \\ 3-|t| \\ 1-2t \end{pmatrix}$$

Řešení: Podprostory jsou si rovny právě pro $t \in (0, \infty) \setminus \{1\}$.

Úkol 2. Určete dimenzi a nalezněte nějakou bázi součtu a průniku podprostorů U a V vektorového prostoru všech polynomů nad $\mathbb{R}$. Rozhodněte, zda je součet $U + V$ přímý.

$$U = [x^5 - x^3 + x^2 + 2x + 1,\; -x^5 + 2x^4 + x^3 + x + 1,\; x^5 + x^4 - 2x^3 + x^2 + x]$$

$$V = [x^4 + 2x^3 - x^2 - 2x,\; x^5 - x^4 + x^3 + x + 1,\; 2x^3 + x + 2,\; x^5 + 2x^3 - x^2 - 3x]$$