

Matematická analýza I, 20. 12. 2007

I. Část Každý příklad 1 bod.

1. Určete polynom s reálnými koeficienty 3. stupně víte-li, že dva z jeho kořenů jsou $\alpha_1 = -1$, $\alpha_2 = 1 + i$.
2. Určete definiční obor funkce $f(x) = \arcsin \frac{x-1}{x+1}$.
3. Určete inverzní funkci k funkci $y = \lg(x + \sqrt{1+x^2})$.
4. Určete číslo c z Lagrangeovy věty o střední hodnotě pro $f(x) = \sqrt{x}$ a $[a, b] = [0, 1]$.
5. Určete rovnici tečny ke grafu funkce $y = \sin^2 x$ v bodě s x -ovou souřadnicí $x_0 = \frac{\pi}{4}$.
6. Určete rovnici asymptoty v $+\infty$ ke grafu funkce $f(x) = \sqrt{1+x^2} - x$.
7. Udejte příklad funkce f takové, že dolní a horní Riemannův integrál jsou

$$\int_0^1 f(x) dx = -2, \quad \int_0^1 f(x) d = 1.$$

8. Integrál

$$\int \frac{\sin x}{\sin x + \cos x} dx$$

převeďte vhodnou substitucí na integrál z racionální lomené funkce (vzniklý integrál z racionální lomené funkce již *nepočítejte*).

9. Vypočtete $\int \sin 4x \cos 3x dx$.
10. Vypočtete $\int_0^1 \operatorname{arctg} x dx$

II. Část

1. (4 body) Derivujte a upravte

$$y = \frac{x\sqrt{1-x^2}}{1+x^2} + \frac{3}{\sqrt{2}} \operatorname{arctg} \frac{x\sqrt{2}}{\sqrt{1-x^2}}.$$

2. (3 body) Vyšetřete průběh funkce

$$y = \frac{x}{2} + \operatorname{arccotg} x.$$

3. (3 body) Vypočtete

$$\int_0^1 \frac{dx}{e^{2x} + 2e^x + 2}$$