

Matematická analýza I, 9. 1. 2008

I. část (Každý příklad 1 bod.)

1. Určete rozklad na parciální zlomky s neurčitými koeficienty (tyto koeficienty *nepočítejte!*) racionální funkce $\frac{1}{x(x^4+2x^2+1)}$.
2. Řešte rovnici $\arcsin(x^2 - \frac{3}{2}x + 1) = \frac{\pi}{6}$.
3. Vypočtěte $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + 2n} - n)$.
4. Určete intervaly, kde je funkce $f(x) = \lg(x^2 - 2x + 2)$ prostá a na těchto intervalech určete inverzní funkci.
5. Pomocí vztahu pro derivaci inverzní funkce odvoďte vzorec pro derivaci $[\lg x]^t$.
6. Vypočtěte $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^x$.
7. Určete počet reálných kořenů rovnice $x^3 - 12x + 8 = 0$ (využijte funkčních hodnot v lokálních extrémech a Bolzanovu větu).
8. Vypočtěte $\int_1^e \lg x \, dx$.
9. Určete plochu obrazce omezeného grafem funkce $f(x) = -x^2 - x + 2$ a osou x .
10. Určete pro která α konverguje nevlastní integrál $\int_0^2 \frac{dx}{x^{2\alpha-1}}$.

II. část

1. (3 body) Vyšetřete průběh funkce

$$y = \frac{\lg x^2}{x}.$$

2. (4 body) Vypočtěte **obvod** "křivočarého" trojúhelníka, jehož jedna strana je tvořena úsekem osy x mezi body $x_0 = 0$, $x_1 = \frac{\pi}{2}$ a zbývající dvě strany jsou tvořeny částí grafů funkcí $y = \ln(\sin x)$, $y = \ln(\cos x)$ (načrtněte obrázek tohoto křivočarého trojúhelníka, zejména určete průsečík grafů $y = \ln(\sin x)$, $y = \ln(\cos x)$).

3. (3 body) Vypočtěte

$$\int_0^{\pi/4} \frac{\sin x}{\sin x + \cos x} \, dx.$$