

Zkouška M1100, 18.12.2013 (teoretická část)

Skupina A

1. (1 bod) Definujte pojem vlastní limity funkce $f(x)$ v nevlastním bodě $-\infty$. Vhodným obrázkem ilustrujte Vaši definici.

2. (1 bod) Určete, ve kterých bodech má funkce

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

derivaci $f'(x)$ a ve kterých bodech je tato derivace spojitá.

3. (1 bod) Zformulujte Weierstrassovu a Bolzanovu větu z diferenciálního počtu o spojitých funkcích. Vhodným obrázkem Vaše tvrzení ilustrujte

4. (1 bod) Je každá monotónní funkce $f(x)$ definovaná na $[a, b]$ na tomto intervalu integrovatelná? Pokud ano, pak toto tvrzení dokažte. Pokud ne, pak uveďte protipříklad.

5. (1 bod) Doplňte a dokažte následující tvrzení. Je-li funkce $f(x)$ spojitá na intervalu $[a, b]$, potom má funkce $F(x) = \int_a^x f$ derivaci v každém bodě $x_0 \in [a, b]$, přičemž je $F'(x_0) = \dots$ (doplňte).