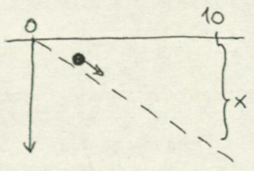
PODZIM 2013 $\boxed{2}$

Zkouška M1100, 9.1.2014 (praktická část)

Skupina B

1. (1 bod) Určete všechny hromadné body a dále $\liminf_{n\to\infty} a_n$ a $\limsup_{n\to\infty} a_n$ pro posloupnost
$$b_n = \left(\sin \frac{n\pi}{4}\right)^n, \quad n \in \mathbb{N}.$$
2. (1 bod) Určete definiční obor funkce
$$f(x) = \frac{\ln(x+6)}{\ln\left(5-\sqrt{25-x^2}\right)}.$$
3. (1 bod) Určete všechny asymptoty funkce
$$f(x) = x \operatorname{arctg} \frac{2x}{x^2-1}.$$
4. (1.5 bodu) Funkce
$$T(x) = \sqrt{\frac{2}{g}}\sqrt{\frac{100+x^2}{x}}$$


udává čas [v sekundách] potřebný k tomu, aby se kulička skutálela po nakloněné rovině z klidové polohy v bodě $[0,0]$ dolů do bodu $[10,x]$ jen za pomocí gravitace (viz obr., vzdálenost je v metrech). Určete hloubku x_0 [metrů], při které bude tento čas $T(x)$ minimální a tento minimální čas $T(x_0)$ pak vypočtěte. Pro výpočet můžete vzít gravitační konstantu $g \approx 10$ m/s^2.
5. (2.5 bodu) Vyšetřete průběh funkce
$$f(x) = \frac{(\ln x)^2}{x}.$$
Pokud bude potřeba, můžete použít hodnoty
$$e^2 \approx 7.39, \quad \frac{4}{e^2} \approx 0.54, \quad e^{(3+\sqrt{5})/2} \approx 13.71, \quad e^{(3-\sqrt{5})/2} \approx 1.47.$$
6. (1 bod) Vypočtěte
$$\int_0^{\pi/3} \operatorname{tg}^4 x \, dx.$$
Nápověda: $\operatorname{tg} \frac{\pi}{3} = \sqrt{3}$.
7. (2 body) Anuloid je těleso zpodobňující nafouklou pneumatiku. Anuloid vzniká rotací kružnice kolem osy, která tuto kružnici neprotíná. Je dána kružnice se středem v bodě $[0,5]$ a poloměrem $r = 1$. Pomocí vhodného integrálu určete objem anuloidu, který vznikne rotací této kružnice kolem osy x. Nakreslete si obrázek a uvažte, že generující kružnice má rovnici $x^2 + (y-5)^2 = 1$.

PODZIM 2010 $\boxed{2}$ **Jméno a příjmení:** ____________________
UČO: ____________________

Zkouška M1100, středa 5.1.2011, 9:00–10:50 hodin

1. část (praktická)

Skupina B

Hodnocení: Zkoušková písemka (praktická) má maximum 10 bodů.

1	2	3	4	5	6	7	8	Σ 1.

Instrukce ke zkoušce (čtěte prosím pozorně):

Před začátkem zkoušky:

- Připravte si prosím psací potřeby a ISIC.
- Vypněte prosím mobil a odložte ho mimo pracovní plochu. Kalkulačky nejsou povoleny.
- Čitelně podepište vpravo nahoře všechny listy, které používáte. Pokud by se některý list zatoulal, můžeme ho pak správně přiřadit.
- Všechny své výpočty řádně zdůvodněte! Pište čitelně a přehledně.
- Pokud potřebujete jít na WC, běžte teď hned. Po přečtení zadání už to nebude možné (pokud neukončíte práci dříve).
- Zkouška končí v 10:50 přesně.

Před odevzdáním:

- Proškrtněte v tabulce nahoře políčka pro hodnocení příkladů, které jste vůbec nepočítali.
- Očíslujte stránky, jak následují za sebou. Sešívačkou (kterou jste si měli přinést) secvakněte vše, co odevzdáváte, v levém horním rohu (včetně tohoto úvodního listu!).
- Odevzdáváte všechny papíry, včetně těch, které používáte na pomocné výpočty.
- Zadání zkoušky bude zveřejněno v ISu ve studijních materiálech.

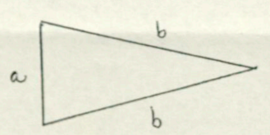
Celkové orientační hodnocení zkoušky:
F=nejvýše 9, E=alespoň 10, D=alespoň 12, C=alespoň 14, B=alespoň 16, A=alespoň 18

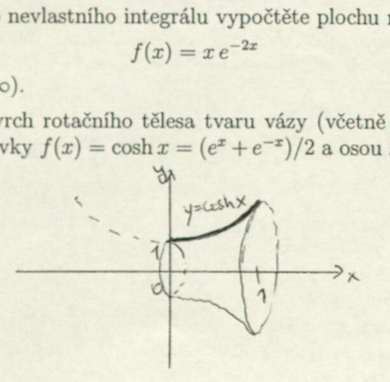
PODZIM 2010 $\boxed{2}$

Zkouška M1100, středa 5.1.2011, 9:00–10:50 hodin

1. část (praktická)

Skupina A

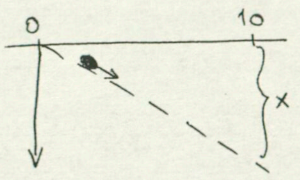
1. (1 bod) Určete všechny hromadné body posloupnosti
$$a_n = 3^{n\cos(n\pi/2)}.$$
Určete také $\liminf a_n$ a $\limsup a_n$.
2. (1 bod) Určete derivaci funkce $f(t)$. Funkci $f'(t)$ zjednodušte.
$$f(t) = (t^4+1) \operatorname{arctg} \frac{t^2-1}{t^2+1}.$$
Pokud neznáte derivaci funkce $\operatorname{arctg} x$, můžu Vám ji za 0.5 bodu sdělit.
3. (1 bod) Vypočtěte následující limity
$$\lim_{x\to\infty} \frac{x-4x^2+2x^3}{1+4x-x^3}, \qquad \lim_{x\to\infty} \frac{2x+\sin x}{x+\cos x}.$$
4. (1.5 bodu) Architekt navrhuje zahradu ve tvaru rovnostranného trojúhelníka (viz obr.), který má obsah $S = 16\sqrt{3}$ čtverečních metrů. Určete délky stran zahrady tak, aby byl její obvod za daných podmínek minimální, tj. aby bylo potřeba co nejméně plotu na jeho oplocení.


5. (2 body) Vyšetřete průběh funkce
$$f(x) = \operatorname{arctg} \frac{1}{x+1}.$$
Pokud neznáte derivaci funkce $\operatorname{arctg} x$, můžu Vám ji za 0.5 bodu sdělit.
6. (1 bod) Vypočtěte
$$\int_0^{\pi/4} \operatorname{tg}^4 x \, dx.$$
Nápověda: $\operatorname{arctg} 1 = \frac{\pi}{4}$.
7. (1 bod) Pomocí vhodného nevlastního integrálu vypočtěte plochu mezi grafem funkce
$$f(x) = x\,e^{-2x}$$
a osou x na intervalu $[0,\infty)$.
8. (1.5 bodu) Vypočtěte povrch rotačního tělesa tvaru vázy (včetně podstavy), které vznikne rotací plochy mezi grafem řetězovky $f(x) = \cosh x = (e^x + e^{-x})/2$ a osou x na intervalu $[0,1]$ kolem osy x, viz obr.


PODZIM 2013 $\boxed{2}$

Zkouška M1100, 9.1.2014 (praktická část)

Skupina A

1. (1 bod) Určete všechny hromadné body a dále $\liminf_{n\to\infty} a_n$ a $\limsup_{n\to\infty} a_n$ pro posloupnost
$$a_n = \left(\cos \frac{n\pi}{4}\right)^n, \quad n \in \mathbb{N}.$$
2. (1 bod) Určete definiční obor funkce
$$f(x) = \frac{\ln(x+4)}{\ln\left(5-\sqrt{25-x^2}\right)}.$$
3. (1 bod) Určete všechny asymptoty funkce
$$f(x) = x \operatorname{arctg} \frac{2x}{x^2-1}.$$
4. (1.5 bodu) Funkce
$$T(x) = \sqrt{\frac{2}{g}}\sqrt{\frac{100+x^2}{x}}$$


udává čas [v sekundách] potřebný k tomu, aby se kulička skutálela po nakloněné rovině z klidové polohy v bodě $[0,0]$ dolů do bodu $[10,x]$ jen za pomocí gravitace (viz obr., vzdálenost je v metrech). Určete hloubku x_0 [metrů], při které bude tento čas $T(x)$ minimální a tento minimální čas $T(x_0)$ pak vypočtěte. Pro výpočet můžete vzít gravitační konstantu $g \approx 10$ m/s^2.
5. (2.5 bodu) Vyšetřete průběh funkce
$$f(x) = \frac{(\ln x)^2}{x}.$$
Pokud bude potřeba, můžete použít hodnoty
$$e^2 \approx 7.39, \quad \frac{4}{e^2} \approx 0.54, \quad e^{(3+\sqrt{5})/2} \approx 13.71, \quad e^{(3-\sqrt{5})/2} \approx 1.47.$$
6. (1 bod) Vypočtěte
$$\int_0^{\pi/3} \operatorname{tg}^4 x \, dx.$$
Nápověda: $\operatorname{tg} \frac{\pi}{3} = \sqrt{3}$.
7. (2 body) Anuloid je těleso zpodobňující nafouklou pneumatiku. Anuloid vzniká rotací kružnice kolem osy, která tuto kružnici neprotíná. Je dána kružnice se středem v bodě $[0,4]$ a poloměrem $r = 1$. Pomocí vhodného integrálu určete objem anuloidu, který vznikne rotací této kružnice kolem osy x. Nakreslete si obrázek a uvažte, že generující kružnice má rovnici $x^2 + (y-4)^2 = 1$.