

I. část (Každý příklad 1 bod.)

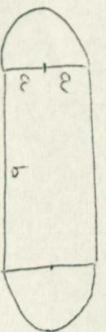
1. Určete kořeny polynomu  $P(x) = x^4 - 3x^2 + 2$
  2. Určete definiční obor funkce  $y = \arccos \frac{x-1}{x+1}$
  3. Definiujte co je hromadný bod posloupnosti  $a_n$  a udejte příklad posloupnosti mající právě 3 hromadné body.
  4. Udejte příklad funkce  $f, g$  takových, že  $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = \infty$ ,  $\lim_{x \rightarrow -1} g(x) = 0$  a  $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)g(x) = -1$ .
  5. Rozhodněte (pomocí druhé derivace) zda funkce  $y = \frac{x}{x-2}$  je v okolí bodu s  $x$ -ovou souřadnicí  $x_0 = 1$  konvexní nebo konkávní.
  6. Určete rovnici tečny ke křivce zadané parametricky  $x = t - \sin t$ ,  $y = 1 - \cos t$  v bodě daném hodnotou parametru  $t_0 = \frac{\pi}{4}$ .
  7. Vypočítejte  $\int_0^{2\sqrt{2}} x\sqrt{1+x^2} dx$ .
  8. Integrál 
$$\int \frac{\sin x}{\sin x + 2 \cos x} dx$$
 převeďte vhodnou substitucí na integrál z racionální funkce (vzniklý integrál z racionální funkce již nepočítejte).
  9. Vypočítejte  $\int_0^1 \arcsin x dx$ .
  10. Rozhodněte o konvergenci/divergenci nevlastního integrálu  $\int_1^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{1+x^2}}$ .
- II. část
1. (4 b.) Derivujte a upravte 
$$y = 4 \lg \frac{x}{1 + \sqrt{1 - 4x^2}} - \frac{\sqrt{1 - 4x^2}}{x^2}.$$
  2. (3 body) Do koule s poloměrem  $R$  vepište válec s maximálním objemem. Tento maximální objem určete.
  3. (3 body) Určete plochu rovinného obrazce daného nerovnostmi  $y \geq -\frac{1}{\sqrt{3}}x + \frac{1}{\sqrt{3}}$  a  $x^2 + y^2 \leq 1$ .

PODZIM 2010 3

Zkouška M1100, středa 19.1.2011, 9:00–10:50 hodin

1. část (praktická)  
Skupina B

1. (1 bod) Určete všechny hromadné body posloupnosti  $b_n = \sin(\pi/4)$ .
2. (1 bod) Určete také  $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n$  a  $\limsup b_n$ .  
Určete také  $\liminf b_n$  a  $\limsup b_n$ .
2. (1 bod) Určete derivaci funkce  $f(t)$ . Funkci  $f'(t)$  zjednodušte.  
Pokud neznáte derivaci funkce  $\arcsin x$ , můžete Vám ji za 0,5 bodu sdělit.  
$$f(t) = \arcsin \frac{1}{\sqrt{t^2 + 1}}$$
3. (1 bod) Vypočítejte následující limity  
$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sin(\pi x)}{x^2 - 1}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x + \arctg x}{x - \arctg x}.$$
4. (1,5 bodu) Architekt navrhuje zahradu ve tvaru obdélníka, k jehož bočním stranám jsou přidány půlkruhy (viz obr.). Celková plocha zahrady má být  $S = 75$  čtverečních metrů. Určete délky stran obdélníkové části zahrady tak, aby byl celkový obvod zahrady (včetně přílehlých půlkruhů) za daných podmínek minimální, tj. aby bylo potřeba co nejméně plotu na jeho oplotení. Počítejte s hodnotou  $\pi \approx 3$ .



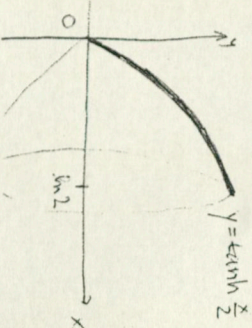
5. (2 body) Vyšetřete průběh funkce 
$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 3}$$

6. (1 bod) Vypočítejte 
$$\int_0^{\pi/4} \lg^3 x dx.$$

Nápověda:  $\arctg 1 = \frac{\pi}{4}$ .

7. (1 bod) Pomocí vhodného nevlastního integrálu vypočítejte plochu mezi grafem funkce 
$$g(x) = x e^{-5x}$$
 a osou  $x$  na intervalu  $[0, \infty)$ .

8. (1,5 bodu) Vypočítejte objem rotačního tělesa, které vznikne rotací plochy mezi grafem funkce 
$$f(x) = \tanh(x/2) = \frac{e^{x/2} - e^{-x/2}}{e^{x/2} + e^{-x/2}}$$
 a osou  $x$  na intervalu  $[0, \ln 2]$  kolem osy  $x$ , viz obr.



PODZIM 2010 2

Jméno a příjmení: \_\_\_\_\_

UČO: \_\_\_\_\_

Zkouška M1100, středa 5.1.2011, 11:00–11:50 hodin

2. část (teoretická)  
Skupina A

Hodnocení: Zkoušková písemka (teoretická) má maximum 5 bodů.

1	2	3	4	5	Σ 2.
---	---	---	---	---	------

Instrukce ke zkoušce (čtete prosím pozorně):

Před začátkem zkoušky:

- Připravte si prosím psací potřeby a ISIC.
- Vypaňte prosím mobil a odložte ho mimo pracovní plochu. Kalkulačky nejsou povoleny.
- Čitelně podepište vpravo nahoře všechny listy, které používáte. Pokud by se některý list zatoulal, můžeme ho pak správně přiřadit.
- Všechny své výpočty řádně zdůvodněte! Pište čitelně a přehledně.
- Pokud potřebujete jít na WC, běžte teď hned! Po přečtení zadání už to nebude možné (pokud neukončíte práci dříve).
- Zkouška končí v 11:50 přesně.

Před odevzdáním:

- Proškrtněte v tabulce nahoře políčka pro hodnocení příkladů, které jste vůbec nepočítali.
- Očísľujte stránky, jak následují za sebou. Sešřiváčkou (kterou jste si měli přinést) secvakněte vše, co odevzdáváte, v levém horním rohu (včetně tohoto úvodního listu!).
- Odevzdáváte všechny papíry, včetně těch, které používáte na pomocné výpočty.
- Zadání zkoušky bude zveřejněno v ISu ve studijních materiálech.

Celkové orientační hodnocení zkoušky:  
F=nejvýše 9, E=alespoň 10, D=alespoň 12, C=alespoň 14, B=alespoň 16, A=alespoň 18

PODZIM 2010 3

Jméno a příjmení: \_\_\_\_\_

UČO: \_\_\_\_\_

Zkouška M1100, středa 19.1.2011, 9:00–10:50 hodin

1. část (praktická)  
Skupina A

Hodnocení: Zkoušková písemka (praktická) má maximum 10 bodů.

1	2	3	4	5	6	7	8	Σ 1.
---	---	---	---	---	---	---	---	------

Instrukce ke zkoušce (čtete prosím pozorně):

Před začátkem zkoušky:

- Připravte si prosím psací potřeby a ISIC.
- Vypaňte prosím mobil a odložte ho mimo pracovní plochu. Kalkulačky nejsou povoleny.
- Čitelně podepište vpravo nahoře všechny listy, které používáte. Pokud by se některý list zatoulal, můžeme ho pak správně přiřadit.
- Všechny své výpočty řádně zdůvodněte! Pište čitelně a přehledně.
- Pokud potřebujete jít na WC, běžte teď hned! Po přečtení zadání už to nebude možné (pokud neukončíte práci dříve).
- Zkouška končí v 10:50 přesně.

Před odevzdáním:

- Proškrtněte v tabulce nahoře políčka pro hodnocení příkladů, které jste vůbec nepočítali.
- Očísľujte stránky, jak následují za sebou. Sešřiváčkou (kterou jste si měli přinést) secvakněte vše, co odevzdáváte, v levém horním rohu (včetně tohoto úvodního listu!).
- Odevzdáváte všechny papíry, včetně těch, které používáte na pomocné výpočty.
- Zadání zkoušky bude zveřejněno v ISu ve studijních materiálech.

Celkové orientační hodnocení zkoušky:  
F=nejvýše 9, E=alespoň 10, D=alespoň 12, C=alespoň 14, B=alespoň 16, A=alespoň 18