

Matematická analýza I, 15. 1. 2008

I. část (Každý příklad 1 bod.)

1. Určete kořeny polynomu $P(x) = x^4 - 3x^2 + 2$.
2. Určete definiční obor funkce $y = \arccos \frac{x-1}{x+1}$.
3. Definujte co je hromadný bod posloupnosti a_n a udejte příklad posloupnosti mající právě 3 hromadné body.
4. Udejte příklad funkcí f, g takových, že $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \infty$, $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 0$ a $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)g(x) = -1$.
5. Rozhodněte (pomocí druhé derivace) zda funkce $y = \frac{x}{x-2}$ je v okolí bodu s x -ovou souřadnicí $x_0 = 1$ konvexní nebo konkávní.
6. Určete rovnici tečny ke křivce zadané parametricky $x = t - \sin t$, $y = 1 - \cos t$ v bodě daném hodnotou parametru $t_0 = \frac{\pi}{4}$.
7. Vypočtete $\int_0^{2\sqrt{2}} x\sqrt{1+x^2} dx$.
8. Integrál
$$\int \frac{\sin x}{\sin x + 2 \cos x} dx$$
 převedte vhodnou substitucí na integrál z racionální funkce (vzniklý integrál z racionální funkce již nepočítejte).
9. Vypočtete $\int_0^1 \arcsin x dx$.
10. Rozhodněte o konvergenci/divergenci nevlastního integrálu $\int_1^\infty \frac{dx}{\sqrt{1+x^2}}$.

II. část

1. (4 b.) Derivujte a upravte

$$y = 4 \lg \frac{x}{1 + \sqrt{1 - 4x^2}} - \frac{\sqrt{1 - 4x^2}}{x^2}.$$

2. (3 body) Do koule s poloměrem R vepište válec s maximálním objemem. Tento maximální objem určete.
3. (3 body) Určete plochu rovinného obrazce daného nerovnostmi $y \geq -\frac{1}{\sqrt{3}}x + \frac{1}{\sqrt{3}}$ a $x^2 + y^2 \leq 1$.