

Matematická analýza I, 20. 12. 2007

I. Část Každý příklad 1 bod.

1. Určete polynom s reálnými koeficienty 3. stupně víte-li, že dva z jeho kořenů jsou  $\alpha_1 = -1$ ,  $\alpha_2 = 1 + i$ .
2. Určete definiční obor funkce  $f(x) = \arcsin \frac{x-1}{x+1}$ .
3. Určete inverzní funkci k funkci  $y = \lg(x + \sqrt{1+x^2})$ .
4. Určete číslo  $c$  z Lagrangeovy věty o střední hodnotě pro  $f(x) = \sqrt{x}$  a  $[a, b] = [0, 1]$ .
5. Určete rovnici tečny ke grafu funkce  $y = \sin^2 x$  v bodě s  $x$ -ovou souřadnicí  $x_0 = \frac{\pi}{4}$ .
6. Určete rovnici asymptoty v  $+\infty$  ke grafu funkce  $f(x) = \sqrt{1+x^2} - x$ .
7. Udejte příklad funkce  $f$  takové, že dolní a horní Riemannův integrál jsou

$$\int_0^1 f(x) dx = -2, \quad \int_0^{-1} f(x) dx = 1.$$

8. Integrál

$$\int \frac{\sin x}{\sin x + \cos x} dx$$

převedte vhodnou substitucí na integrál z racionální lomené funkce (vzniklý integrál z racionální lomené funkce již *nepočítejte*).

9. Vypočtete  $\int \sin 4x \cos 3x dx$ .
10. Vypočtete  $\int_0^1 \operatorname{arctg} x dx$

II. Část

1. (4 body) Derivujte a upravte

$$y = \frac{x\sqrt{1-x^2}}{1+x^2} + \frac{3}{\sqrt{2}} \operatorname{arctg} \frac{x\sqrt{2}}{\sqrt{1-x^2}}$$

2. (3 body) Vyšetřete průběh funkce

$$y = \frac{x}{2} + \operatorname{arccotg} x.$$

3. (3 body) Vypočtete

$$\int_0^1 \frac{dx}{e^{2x} + 2e^x + 2}$$