

Zkouška M1100, středa 5.1.2011, 11:00–11:50 hodin

2. část (teoretická)

Skupina B

1. (1 bod) Definujte pojem vlastní limity funkce $f(x)$ ve vlastním bodě $x_0 = 0$. Pomocí věty o třech limitách dokažte

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1.$$

2. (1 bod) Zformulujte pravidlo pro derivaci součinu dvou funkcí a dokažte ho.

3. (1 bod)

- (a) Udejte příklad funkce $f(x)$ a intervalu $[a, b]$, na kterém je funkce $f(x)$ spojitá, ale nemá derivaci v některém bodě $x_0 \in [a, b]$. Dokažte, že Vaše funkce $f(x)$ skutečně nemá derivaci v bodě x_0 .
- (b) Udejte příklad funkce $g(x)$ a intervalu $[a, b]$, na němž není funkce $g(x)$ spojitá a přesto má funkce $g(x)$ vlastní nebo nevlastní derivaci ve všech bodech $x_0 \in [a, b]$.
- (c) Udejte příklad funkce $h(x)$ a intervalu $[a, b]$, na němž funkce $h(x)$ není Riemannovsky integrovatelná.
4. (1 bod) Dokažte (nebo uveďte protipříklad) následující tvrzení: Je-li $f'(x_0) = 0$ a současně platí $f''(x_0) > 0$, potom má funkce $f(x)$ ostré lokální minimum v bodě x_0 .
5. (1 bod) Definujte střední hodnotu funkce $f(x)$ na intervalu $[a, b]$. Zformulujte větu o střední hodnotě integrálního počtu pro spojitou funkci $f(x)$ na $[a, b]$ a tuto větu dokažte.