

Jméno a příjmení	
UČO	
Počet listů přílohy	

Příklad	1	2	3	4	5	6	7	8	T	Σ
Body										

► Příklad 1 [6 b.]: Necht' (P, ρ) je metrický prostor. Dokažte, nebo protipříkladem vyvráťte tvrzení:

„Je-li posloupnost prvků $x_n \in P$ konvergentní, tj. $\exists x \in P : x_n \xrightarrow{\rho} x$, pak je posloupnost x_n také cauchyovská.“

► Příklad 2 [7 b.]: Je dána rovnice $\arctg \frac{y}{x} = \ln \sqrt{x^2 + y^2}$. Co nejjednodušeji zapište, pro jaké body roviny má rovnice smysl. Poté rozhodněte, ve kterých bodech je touto rovnicí implicitně zadaná funkce $y = f(x)$ a určete předpis její první derivace ($f'(x)$).

► Příklad 3 [6 b.]: Napište definici směrové derivace funkce $f(x, y)$ v bodě $[x, y]$ ve směru vektoru $\vec{v} = (a, b)$. Poté libovolným způsobem určete derivaci funkce $f(x, y) = x^2 y^3 \ln x$ v bodě $[e, -2]$ ve směru vektoru $\vec{v} = (3e, 5)$.

► Příklad 4 [8 b.]: Najděte globální extrémy funkce

$$f(x, y) = x^2 - 3y^2 - x + 18y + 4, \quad \text{kde } [x, y] \in \{[x, y] \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq y \leq 4\}.$$

Určete také hodnoty nalezených extrémů.

► Příklad 5 [6 b.]: Naformulujte Stokesovu větu (souvislost křivkového a plošného integrálu z vektorového pole).

► Příklad 6 [7 b.]: Vypočítejte integrál

$$\int_0^{\sqrt{\frac{\pi}{2}}} \left(\int_y^{\sqrt{\frac{\pi}{2}}} y^2 \sin x^2 dx \right) dy.$$

► Příklad 7 [8 b.]: Pomocí transformace do cylindrických souřadnic určete objem tělesa

$$M = \{[x, y, z] \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq r^2, x^2 + y^2 \leq rx\},$$

kde $r > 0$. Počítaný problém zakreslete a popište.

► Příklad 8 [7 b.]: Vypočítejte křivkový integrál druhého druhu funkce

$$\vec{F}(x, y) = (3x^2y, x^3 + 1),$$

kde křivka C je

- úsečka $[0, 0] \rightarrow [1, 1]$,
- parabola $y = x^2$, $[0, 0] \rightarrow [1, 1]$,
- lomená čára $[0, 0] \rightarrow [1, 0] \rightarrow [1, 1]$.

Závisí tento integrál na integrační cestě? Pokud ne, určete kmenovou funkci vektorového pole \vec{F} .

▷ Do první tabulky vyplňte čitelně identifikační údaje a počet listů, které k zadání přikládáte.

▷ Druhou tabulku ponechejte prázdnou.

▷ U řešení řádně označujte, ke kterému úkolu (a jeho části) patří.

▷ Všechny papíry s výpočty podepište a odevzdejte společně se zadáním.

▷ Není povoleno použití kalkulačky ani žádných materiálů (tabulky, vzorce, skripta, poznámky, ...). Jakýkoli pokus o podvádění bude mít za následek hodnocení F .