

Cvičení.

1. Napište pravdivostní tabulky následujících výroků.

a) $(p \Leftrightarrow (q \wedge p)) \Rightarrow (\sim p \Rightarrow q)$

b) $(p \Rightarrow q) \Rightarrow (\sim q \Rightarrow \sim p)$

c) $(p \wedge (q \Rightarrow r)) \wedge (r \wedge \sim p)$

d) $\sim (p \vee \sim q)$

e) $(p \vee \sim q) \Leftrightarrow r$

f) $(p \vee q) \wedge (p \vee r)$

g) $\sim (p \vee (q \wedge \sim p))$

h) Vymyslete si sami.

2. Uvedte příklad pěti tautologií a pěti kontradikcí, dokažte.

3. Rozhodněte, zda následující výroky jsou tautologie.

a) $(p \Rightarrow q) \Rightarrow (q \Rightarrow p)$

b) $(p \Rightarrow q) \Rightarrow (\sim p \Rightarrow \sim q)$

c) $(p \Rightarrow q) \Rightarrow (\sim q \Rightarrow \sim p)$

d) $(p \Leftrightarrow q) \Rightarrow (\sim p \Rightarrow \sim q)$

e) $\sim (p \Rightarrow \sim p)$

f) $\sim (p \Leftrightarrow \sim p)$

g) $\sim (p \wedge q) \Rightarrow (\sim p \wedge \sim q)$

h) $\sim (p \vee q) \Rightarrow (\sim p \vee \sim q)$

Doporučení: Než začnete dokazovat, zkuste se na výroky podívat „selským rozumem“ a odhadnout, zda jsou či nejsou tautologiemi. Také si neznámé vstupní výroky můžete nahradit konkrétními (ale pozor, takovými co mohou být jak pravdivé, tak nepravdivé).

4. Určete opačný výrok k daným výrokům.

a) $\forall x \in M : P(x)$

b) $\exists x \in M : P(x)$

c) $\forall x \in \mathbf{R} \exists y \in \mathbf{N} : [(y \leq x) \wedge (y + 1 > x)]$

d) $(\sim p \wedge q) \Rightarrow r$

e) $(p \vee \sim q) \Rightarrow r$

f) $\sim p \Rightarrow (q \vee \sim r)$

g) Vymyslete si sami.

5. Rozhodněte zda výroky v levém a pravém sloupci jsou ekvivalentní, případně zda je jeden z nich logickým důsledkem druhého.

$\sim p \vee \sim q$	$\sim (p \vee q)$
$\sim (p \wedge q)$	$\sim p \vee \sim q$
$q \Leftrightarrow r$	$((p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (p \Rightarrow r))$
$(p \Leftrightarrow (p \wedge q))$	$(q \Leftrightarrow (p \vee q))$
$\sim (p \wedge \sim q)$	$p \Rightarrow q$
$(p \Rightarrow \sim q) \wedge (\sim (q \Rightarrow p))$	$\sim p \wedge q$

6. Pouze s pomocí logických spojek v prvním sloupci tabulky vytvořte spojky ve druhém sloupci.

\sim, \wedge	$\vee, \Rightarrow, \Leftrightarrow$
\sim, \vee	$\wedge, \Rightarrow, \Leftrightarrow$
\sim, \wedge, \vee	\Rightarrow
\sim, \Rightarrow	\wedge, \vee
\Rightarrow	\vee
\sim, \wedge, \vee	\Leftrightarrow
$\Rightarrow, \Leftrightarrow$	\wedge
	$\sim, \wedge, \vee, \Rightarrow, \Leftrightarrow$
\downarrow	$\sim, \wedge, \vee, \Rightarrow, \Leftrightarrow$
\perp, \Rightarrow	všechny ostatní

7. Uveďte příklad výroků p a q tak, aby

- $p \wedge q$ byl pravdivý a $p \vee q$ nepravdivý výrok.
- $p \wedge q$ i $\sim p \vee \sim q$ byly oba nepravdivé.
- $p \Rightarrow q$ byl pravdivý a $q \Rightarrow p$ nepravdivý výrok.
- $p \Rightarrow q$ i $p \Rightarrow q$ byly oba pravdivé.
- $p \Rightarrow q$ i $p \Rightarrow q$ byly oba nepravdivé.

8. A nyní se můžete vrátit k řešení testu studijních předpokladů :-).

Cvičení

1. Dokažte následující rovnosti.

- $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$
- $(A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C)$
- $A \setminus (A \setminus B) = A \cap B$
- $C \setminus (A \cap B) = (C \setminus A) \cup (C \setminus B)$
- $C \setminus (A \cup B) = (C \setminus A) \cap (C \setminus B)$
- $(A \cap C) \times (B \cap D) = (A \times B) \cap (C \times D)$
- $(A \setminus B) \times C = (A \times C) \setminus (B \times C)$

2. Uveďte příklady zobrazení různých množin a relací, které nejsou zobrazeními.

3. Uveďte příklady a protipříklady injektivních, surjektivních a bijektivních zobrazení. Rozhodněte, zda reálné funkce, které znáte, splňují některou z těchto vlastností.