

Test ze středoškolské matematiky

[Čas na vypracování: 90 minut]

1. Upravte algebraický výraz $\frac{x-1}{x^2+2x} + \frac{2x}{x^2-4} - \frac{3(x+1)}{x^2-2x}$.

2. Zapište definiční obor reálné funkce $f(x) = \ln \sqrt{\frac{x}{3-2x}}$.

3. Řešte v reálných číslech rovnici $\sqrt{x-7} - \sqrt{5-x} = 3$.

4. Jeden dělník potřebuje na opracování součástky o 7 minut méně než druhý dělník. Kolik součástek vyrobí každý z nich za 4 hodiny, když první za ten čas vyrobí o 28 součástek více?

5. V oboru reálných čísel řešte následující soustavu nerovnic

$$4x - 3 \leq 2x + 3, \quad 3 - x < 2x + 7.$$

6. Na jakou výši vzroste vklad 7.520 Kč za 35 let, je-li roční úroková sazba 5%?

7. Řešte rovnici $\sin x + \sin 2x + \sin 3x = 1 + \cos x + \cos 2x$.

8. Určete reálnou a imaginární část komplexního čísla

$$\left(\frac{1+2i}{1-2i}\right)^2 - \left(\frac{1-2i}{1+2i}\right)^2.$$

9. Kolik různých signálů lze vytvořit z 5 praporek různých barev, jestliže každý signál lze utvořit umístěním jednoho až pěti praporek vedle sebe?

10. Dokažte úplnou indukci, že součet čtverců prvních n přirozených čísel

$$\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}.$$

11. V rovnoramenném lichoběžníku je základna $b = 19$ cm, výška $v = 12$ cm a úhlopříčka $e = 27$ cm. Určete jeho úhly a zbývající strany. Provedte rovněž konstrukci.

12. Určete směrnici k v rovnici přímky $y = kx + 5$, má-li její graf vzdálenost od počátku $\sqrt{5}$.