

Středoškolský test I.

Zakroužkujte odpověď, o níž se domníváte, že je správná. Pokud nevíte, nevyplňujte. Za správnou odpověď se přičítá 1 bod, za špatnou odpověď se odečítá $1/(n-1)$ bodu, kde n je počet nabízených možností. Doba vypracování testu je 50 minut. Maximální počet bodů je 30.

1. Rozhodněte, zda následující tvrzení jsou pravdivá:

- A. Polynom $x^4 + 1$ nemá žádné reálné kořeny. **ANO** **NE**
B. Polynom $x^4 + 1$ nelze rozložit v \mathbf{R} . **ANO** **NE**
C. Polynom $x^4 + 1$ má dvojnásobný komplexní kořen. **ANO** **NE**
-

2. Rozhodněte, zda pro funkci $f(x) = \arctg|x|$ platí:

- A. Funkce f je lichá. **ANO** **NE**
B. Funkce f je rostoucí ve všech bodech D_f . **ANO** **NE**
C. Funkce f je spojitá ve všech bodech D_f . **ANO** **NE**
D. Funkce f je ohraničená. **ANO** **NE**
E. Funkce f má derivaci ve všech bodech D_f . **ANO** **NE**
-

3. Rozhodněte, které z následujících goniometrických vzorců platí:

- A. $2 \cos \alpha \cos \beta = \cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)$ **ANO** **NE**
B. $\cos 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$ **ANO** **NE**
C. $2 \cos^2 \alpha = 1 + \cos 2\alpha$ **ANO** **NE**
-

4. Rozhodněte, zda následující úpravy jsou provedeny správně:

- A. $\sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{a^2} + \sqrt{b^2} = a + b$ **ANO** **NE**
B. $(\sqrt{x^2}) = x, \forall x \in \mathbf{R}$ **ANO** **NE**
C. $\frac{1}{2} \ln(xy) - \frac{3}{2} \ln \frac{x}{y} = \ln \frac{y^2}{x}, \quad x, y \in (0, \infty)$ **ANO** **NE**
D. $\ln(x+y) \cdot \ln(x-y) = \ln(x^2) - \ln(y^2)$ **ANO** **NE**
E. $\frac{1}{x + \sqrt{x^2 + 1}} = \sqrt{x^2 + 1} - x$ **ANO** **NE**

F. $2^{\sqrt{3}} \cdot 4^{-\frac{1}{2}} = \sqrt{2}$ **ANO** **NE**

5. Rozhodněte, zda pro vektorový, resp. skalární, resp. smíšený součin platí následující tvrzení:

A. $(\vec{u} \times \vec{v}) \times \vec{w} = \vec{u} \times (\vec{v} \times \vec{w})$ **ANO** **NE**

B. $\vec{u}(\vec{v} + \vec{w}) = \vec{u}\vec{v} + \vec{u}\vec{w}$ **ANO** **NE**

C. $[\vec{u}, \vec{v}, \vec{u} + \vec{v}] = 0$ **ANO** **NE**

I. Směrnice tečny ke grafu funkce $f(x) = -\cos(3x - \frac{\pi}{4})$ v bodě $\frac{3}{2}\pi$ je

- kladná
 - záporná
 - nulová
 - není definována
-

II. Funkční hodnota funkce $f(x) = \ln\left(\frac{1}{2\cos x}\right)$, v bodě $a = \frac{7}{4}\pi$ je

- kladná
 - záporná
 - nulová
 - není definována
-

III. Pravděpodobnost jevu: "Při pěti hodech mincí padne alespoň dvakrát znak." je

- $\frac{13}{16}$
- $\frac{1}{2}$
- $\frac{5}{16}$
- $\frac{1}{8}$

IV. Přímký s parametrickým vyjádřením $p : x = 1 - t, y = t, z = 2 - t$ a $q : x = -s, y = 1 - s, z = s$ jsou

- rovnoběžné
- mimoběžné
- různoběžné
- totožné

V. Soustava $2x + y - z = 2, -x + 4y + 2z = 3, x - y - z = -1$ má

- právě jedno řešení
- žádné řešení
- nekonečně mnoho řešení
- jiný počet řešení

VI. Nerovnice $\frac{2-x^2-x}{x+1} \geq 0$ je splněna pro

- $x \in (-\infty, -1)$
- $x \in [-2, -1) \cup [1, \infty)$
- $x \in (-\infty, -2] \cup [1, \infty)$
- žádná z předchozích možností

VII. Určete poměr objemu koule o průměru d k objemu čtyřstěnu o hraně d .

- $\pi/\sqrt{2}$
- $\sqrt{2}\pi$
- $\sqrt{2}\pi/8$
- $4\pi/9$

VIII. Je dáno komplexní číslo $z = 2 - 2i$. Určete hodnotu z^6 v algebraickém tvaru.

- $64 + 64i$
- $512i$
- 512
- $128 - 64i$

IX. Rovina má obecné vyjádření $\varrho : x - y + z = 1$. Které z následujících parametrických vyjádření *neodpovídá* této rovině?

- $x = 1 - \alpha + \beta, y = 2 - \alpha + \beta, z = 2$
- $x = 1 + k, y = 1 + k + l, z = 1 + k - l$
- $x = 2 - u + v, y = 2 - u, z = 1 - v$
- $x = 3 + s, y = 1 + t + s, z = -1 + t$

X. Směrnice tečny ke grafu funkce $f(x) = \sqrt{x^3 + 1}$ v bodě $x_0 = 2$ je:

- $3/2$
- $1/2$
- $\sqrt{13}$
- 2

XI. Jaká je pravděpodobnost, že při současném hodu dvěma kostkami bude součet ok na obou kostkách roven 8?

- $\frac{5}{36}$
- $\frac{1}{12}$
- $\frac{1}{6}$
- $\frac{3}{64}$