

Zkoušková písemka z Matematiky 1 (vzor 2017)

1. (2b) Řešte následující soustavu rovnic o neznámých x, y, z .

- Rozhodněte o počtu řešení v závislosti na paramteru a .
- Pokud řešení existují, запиšte je.
- Pro každý případ uveďte hodnotu matice a rozšířené matice soustavy.

$$(a + 1)x + y + z = a + 1 \quad (1)$$

$$x + (1 + a)y + z = a + 3 \quad (2)$$

$$x + y + (a + 1)z = -2a - 4 \quad (3)$$

2. (a) (1b) Určete souřadnice vektoru v ze standardní báze α do báze $\beta = \{(1, 3, 3)^T, (0, 6, 5)^T, (0, 0, 4)^T\}$, pokud jsou souřadnice vektoru ve standardní bázi $v_\alpha = (-1, 1, 4)^T$.

(b) (1b) Určete, zda následující soubor vektorů tvoří bázi v \mathbf{R}^4

$$u_1 = (0, 2, 2, 1)^T \quad (4)$$

$$u_2 = (-7, 13, -9, -4)^T \quad (5)$$

$$u_3 = (1, -1, 0, 1)^T \quad (6)$$

$$u_4 = (-6, 12, -3, -3)^T \quad (7)$$

$$u_5 = (-1, 3, -1, 0)^T \quad (8)$$

Pokud netvoří, upravte je na bázi v \mathbf{R}^4 . Dále spočítejte $u_1 \cdot u_3$ a $u_2 \times u_3$.

3. (2b) Vyšetřete průběh funkce.

- Definiční obor a obor hodnot, sudost, lichost, průsečíky s osami, ...
- První derivace, obor existence, stacionární body, lokální extrémy, rostoucí, klesající, ...
- Druhá derivace, obor existence, inflexní body, konvexnost, konkávnost, ...
- Asymptoty se směnící, asymptoty bez směrnice, výpočet limit, ...
- Nakreslení grafu funkce, významné body, ...

$$f(x) = \arctan \frac{x - 1}{x}. \quad (9)$$

4. (a) (1b) Spočítejte hmotnost osově symetrického tělesa ohraničeného funkcí

$$y = x^{\frac{3}{2}} \quad (10)$$

s hustotním profilem $\rho(x) = \rho_0 e^{-x}$, kde $\rho_0 \in \mathbf{R}$ v intervalu $x = [0, 5]$.

(b) (1b) Vypočtete plochu pod grafem funkce

$$\frac{1}{x^3\sqrt{x^2-4}} \quad (11)$$

v intervalu $x = [2, 4]$.

5. (2b) Na zkoušku z matematiky přišlo 20 studentů. Zkouška byla hodnocena až pěti body. Jeden student nezískal žádný bod. Tři studenti získali jeden bod. Čtyři studenti získali dva body. Sedm studentů získalo tři body. Tři studenti čtyři body a dva studenti pět bodů.

Určete:

- (a) Rozdělovací a distribuční funkci bodových zisků ze zkoušky,
- (b) Střední hodnoty bodů vyjádřené aritmetickým průměrem a mediánem.
- (c) Střední kvadratickou odchylku bodů pomocí aritmetického průměru.
- (d) Pravděpodobnost, že student získá ménějak dva body (včetně) a bude muset zkoušku opakovat.