

Zkoušková Písemka z Matematiky 1
(Čas na řešení: 90 minut)

1. Řešte následující soustavu rovnic o neznámých x, y, z .
- (1b) Rozhodněte o počtu řešení v závislosti na parametrech α a β .
 - (0.8b) Pokud řešení existují, запиšte je.
 - (0.2b) Pro každý případ uveďte hodnotu matice a rozšířené matice soustavy.

$$x + y + z = 2 \quad (1)$$

$$x + 2y + 2z = \beta + 2 \quad (2)$$

$$\alpha x + (\alpha + 1)z = 2\alpha \quad (3)$$

2. Ve 2D prostoru (rovině) mějme standardní bázi \mathcal{E} . Nová báze \mathcal{F} je vytvořena rotací původní báze o 45° proti směru hodinových ručiček.

(a) (1b) Napište matici přechodu od báze \mathcal{E} k bázi \mathcal{F} a zjistěte složky vektoru \vec{v} v bázi \mathcal{F} jsou-li jeho složky v bázi \mathcal{E} $\vec{v}_{\mathcal{E}} = (1, 1)^T$.

(b) (1b) Mějme třetí bázi \mathcal{G} , jejíž vektory jsou vyjádřeny pomocí vektorů báze \mathcal{E} následujícím způsobem:

$$\vec{g}_1 = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 \quad (4)$$

$$\vec{g}_2 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 \quad (5)$$

Určete souřadnice vektoru \vec{w} v bázi \mathcal{F} , pokud jsou jeho souřadnice v bázi \mathcal{G} $\vec{w}_{\mathcal{G}} = (1, 1)^T$

3. Vyšetřete průběh funkce.

- (0.4b) Definiční obor a obor hodnot, sudost, lichost, průsečíky s osami, perioda,...
- (0.4b) První derivace, obor existence, stacionární body, lokální extrémy, rostoucí, klesající,...
- (0.4b) Druhá derivace, obor existence, inflexní body, konvexnost, konkávnost,...
- (0.4b) Asymptoty se směrnicí, asymptoty bez směrnice, výpočet limit,...
- (0.4b) Nakreslení grafu funkce, významné body,...

$$f(x) = \arctan \frac{x-1}{x} \quad (6)$$

4. (a) (1b) Spočítejte povrch tělesa vzniklého rotací křivky $y = \sqrt{x}$ kolem osy x . Těleso začíná v bodě $x = 0$ a má výšku h .

(b) (1b) Spočítejte integrál

$$\int \cos x e^x dx, \quad (7)$$

5. Nejmenovaný student astrofyziky učinil během léta následující pozorování meteoritů (viz tabulka):

noc	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
počet meteoritů	3	3	5	4	8	4	5	3	2	4

Určete:

- (a) (0.6b) Rozdělovací a distribuční funkci počtu nocí s určitým počtem meteoritů.
- (b) (0.8b) Střední hodnoty vyjádřené aritmetickým průměrem a medianem.
- (c) (0.6b) Střední kvadratickou odchylku.