

## 10. Křivkový integrál

- Vypočtete moment setrvačnosti
    - homogenního oblouku kružnice, vzhledem k ose kolmé na rovinu kružnice a procházející jejím středem
    - homogenní úsečky (vzhledem k ose kolmé na úsečku a procházející jejím středem, resp. libovolným jiným bodem),
    - zapište integrál a) pro případ oblouku kružnice se středem v bodě  $(0, 0, 0)$ , ležící v rovině  $xy$ , která má lineární hustotu  $\rho(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$ .
  - Vypočtete práci síly  $\vec{F} = (-kx, -ky, 0)$  po kružnici  $x^2 + z^2 = 1$ ,  $y = 1$  z bodu  $N = [0, 1, 1]$  do bodu  $M = [1, 1, 0]$ .
  - Vypočtete polohu těžiště homogenního oblouku šroubovice  $(x = a \cos \varphi, y = a \sin \varphi, z = b\varphi, \varphi \in [0, 2\pi])$  a oblouku šroubovice s hustotou  $\rho(x, y, z) = [z(x + y)]^2$ .
  - Asteroida je dána parametrizací  $x = a \cos^3 t, y = a \sin^3 t, t \in [0, 2\pi]$ . Zakreslete přibližný obrázek a vypočtete její délku (pozn. integrovat se bude v mezích od nuly do  $\frac{\pi}{2}$  - proč?).
  - Vypočtete délku křivky  $y = \ln x$  mezi hodnotami  $x_1 = \sqrt{3}$  a  $x_2 = \sqrt{8}$ .
- 

### Domácí úkol

10. Vypočtete hmotnosti, resp. polohy těžiště resp. momenty setrvačnosti kolem několika různých os pro následující křivky v případě, že
- jsou homogenní.
  - nejsou homogenní, nekonzstantní lineární hustotu si zvolte sami.
- KARDIOIDA:  $x = a \cos \varphi, y = a(\varphi + \sin \varphi), \varphi \in [0, \pi]$ ,
  - ARCHIMEDOVA SPIRÁLA:  $r = a \cdot \varphi$  v polárních souřadnicích,
  - LOGARITMICKÁ SPIRÁLA:  $r = e^{k\varphi}$  v polárních souřadnicích,

- KRUŽNICE:  $r = R$  v polárních souřadnicích,  $\varphi \in [0, 2\pi]$ ,
- CYKLOIDA:  $x = r(t - \sin t)$ ,  $y = r(1 - \cos t)$ ,  $t \in [0, 2\pi]$ ,
- ASTEROIDA:  $x = r \cos^3 t$ ,  $y = r \sin^3 t$ ,  $t \in [0, 2\pi]$ ,
- LEMNISCATA:  $x = r \sin^3 t$ ,  $y = r \sin t \cos t$ ,  $t \in [0, 2\pi]$ .
- A další křivky, ještě jich je spousta.

Křivky nakreslete. Z tohoto úkolu si vyberte pouze něco, celkem asi pět integrálů. Některá z křivek se možná objeví na písence :-).