

6. A zase funkce

Výpočty derivací, derivace součtu, součinu, podílu a složené funkce.
Vyšetření průběhu funkce:

- definiční obor,
- sudost, lichost,
- derivace, monotónnost, lokální extrémy,
- druhá derivace, konvexnost, konkávnost, inflexní body,
- asymptoty,
- nulové body
- zakreslení grafu.

1. Určete derivaci funkce a omezte její existenci

- | | |
|--|-------------------------------------|
| a) $e^{-x^2} \cdot \ln x$ | f) $2^{\tan x^2}$ |
| b) $7^{-x^2} \cdot e^{-5x}$ | g) $3^{\ln \tan x}$ |
| c) $e^{-3x} \cdot \sin 3x$ | h) $\ln(e^{-2x} + x \cdot e^{-2x})$ |
| d) $\ln(x^2 - a^2) + \ln \frac{x-a}{x+a}$ | i) $x^{(x^2+1)}$ |
| e) $\arccos \frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}$ | j) $\sqrt{x}^{(\frac{1}{x+1})}$ |

2. Vyšetřete průběh následujících funkcí: $y = \arctg \frac{1}{x}$, $y = \frac{(x-1)^3}{(x+1)^2}$.

3. Vyšetřete průběh následujících funkcí: $y = \ln \sin x$, $y = 2 \cos x - \cos 2x$, $y = \frac{e^x}{x^2}$.

4. Určete nejmenší a největší hodnotu funkce $f(x)$ na intervalu $[a, b]$.

$f(x)$	a	b
$x^4 - 8x^2 - 9$	-1	1
$2 \cdot \sin 2x + \cos 4x$	0	$\frac{\pi}{3}$
$2 \cdot 2^{3x} - 9 \cdot 2^{2x} - 12 \cdot 2^x$	-1	1
$2 \cdot \ln^3 x - 9 \cdot \ln^2 x + 12 \cdot \ln x$	$e^{\frac{3}{4}}$	e^3
$\sin(\sin x)$	-1	1

5. Částice koná harmonické kmity o amplitudě $A = 2 \cdot 10^{-4} \text{m}$ a frekvenci $f=400 \text{Hz}$. Určete její největší rychlost a zrychlení.

Domácí úkol

6a. Nad středem kruhové atletické dráhy poloměru R se má zavěsit lampa dané svítivosti. V jaké výšce je nutno ji zavěsit, aby osvětlení dráhy bylo maximální?

6b. Z Planckova vyzařovacího zákona (závislost energie vyzářené absolutně černým tělesem na vlnové délce) odvoďte Wienův posunovací zákon.