

8. Opakování

1. Vypočtěte následující integrály:

- $\int \frac{dx}{x^3-1}$
- $\int \frac{dx}{1-2x-x^2}$

2. Vypočtěte limity následujících funkcí:

- $\lim_{x \rightarrow -\infty} x(\sqrt{1+x^2} - x)$
- $\lim_{x \rightarrow \infty} x(\sqrt{1+x^2} - x)$
- $\lim_{x \rightarrow 0^+} (\sin x)^x$

3. Vypočtěte následující integrály:

- $\int \frac{1+2x}{\sqrt{1+x-3x^2}} dx$
- $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2+x^2}}$

4. Vyšetřete průběh následujících funkcí:

- $y = (x^3 - 3x + 2)^{\frac{1}{3}}$
- $y = xe^x$
- $y = \frac{1}{1-e^x}$
- $y = \frac{e^x + e^{-1}}{2}$

5. Dvě částice hmotností $M > m$ se pohybují po přímce rychlostmi $v_0 > v$ stejným směrem. Dojde k jejich pružné srážce. Určete jaká by měla být velikost rychlosti v_0 pomalejší částice (m) před srážkou tak, aby vzrůst její kinetické energie při srážce byl maximální.

Domácí úkol

8a. Vypočtěte obsah kruhu, vypočtěte hmotnost kruhu, který má plošnou hustotu $\rho(x, y) = |x|$ a je umístěn v počátku.

8b. Vypočtěte obsah plochy pod grafem funkce $y = \sin^2 x$, $y = \sin 3x$ pro $x \in \langle 0, \pi \rangle$, vypočtěte hmotnost této plochy, jestliže plošná hustota je $\rho(x, y) = x + y$.