

## TEST IV.

Každý příklad je za jeden bod. Správná odpověď bude ohodnocena plným počtem bodů pouze v případě, že obsahuje výpočet nebo zdůvodnění.

1. Rozhodněte o vzájemné poloze přímek v  $\mathbf{R}^3$  zadaných takto:

$$p : x = t, y = 2 - t, z = t - 1$$

$$q : x = 1 + s, y = 0, z = s$$

---

2. Jsou zadány matice:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \\ 3 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Rozhodněte, v jakém pořadí lze matice násobit, matice vynásobte a určete hodnotu výsledné matice.

---

3. Rozhodněte, za jakých podmínek je následující matice maticí přechodu od nějaké báze  $B = (\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$  k nějaké bázi  $B' = (\vec{e}'_1, \vec{e}'_2, \vec{e}'_3)$  v  $\mathbf{R}^3$ .

$$\mathbf{T} = \begin{pmatrix} a & 0 & 1 \\ 0 & b & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Pro případ, kdy jsou podmínky splněny, určete také matici přechodu od  $B'$  k  $B$ .

---

4. Doplňte následující systém vektorů na ortogonální bázi  $\mathbf{R}^3$  a vektory normujte.

$$\vec{a} = (0, 0, -1), \quad \vec{b} = (4, 3, 0)$$

---

5. Určete definiční obor funkce  $y = \frac{1}{\ln|x|} \sin x$  a rozhodněte o lichosti (resp. sudosti) funkce.

---

6. Vypočtete následující limitu:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin x \cos x}{x}$$

---

7. Rozkladem na parciální zlomky vypočtete:

$$\int \frac{dx}{x^2 + 3x + 2}$$

---

8. Metodou per partes vypočtete:

$$\int (e^x) \sin x dx.$$

---

9. Kolika způsoby lze z osmi tříčlenných družstev vybrat pětičlennou skupinu tak, aby v ní nebylo obsaženo žádné družstvo celé?

---

10. Pravděpodobnost narození chlapce je  $\vartheta$ . Určete pravděpodobnost, že při třech porodech se narodí

- a) samé holky,
- b) právě jeden chlapec,
- c) alespoň jeden chlapec.