1 Výsledky cvičení

Najdete-li ve výsledcích chybu, dejte mi, prosím, vědět (určitě jich tam bude spousta).

4.1.6

1. a) ano, b) ne, c) ano, d) ano, e) ne, f) ano, g) ano. **2.** a) např. $P = \{\sigma_0 = (1,2,3,4), \sigma_1 = (1,2,4,3)\}$ není normální podgrupou, b) např. podmnožina P všech sudých čísel je normální podgrupou, $\mathbf{Z}/P$ je grupa zbytkových tříd modulo 2, c) např. podmnožina všech diagonálních regulárních matic není normální podgrupou, d) např. $P = \{Z_0, Z_4\}$ je normální podgrupou, příslušná faktorgrupa je grupa všech zbytkových tříd modulo 2. **5.** $\sigma \circ \nu = (2,6,3,4,5,1)$, $\nu \circ \sigma = (3,2,5,4,1,6)$, $\sigma^{-1} = (5,1,2,4,6,3)$, $\sigma^5 = (1,2,3,4,5,6)$. **6.** Označíme-li $\sigma_0 = (1,2,3)$, $\sigma_1 = (2,1,3)$, $\sigma_2 = (1,3,2)$, $\sigma_3 = (3,2,1)$, $\sigma_4 = (2,3,1)$ a $\sigma_5 = (3,1,2)$,

$\circ$	σ_0	σ_1	σ_2	σ_3	σ_4	σ_5
σ_0	σ_0	σ_1	σ_2	σ_3	σ_4	σ_5
σ_1	σ_1	σ_0	σ_4	σ_5	σ_2	σ_3
σ_2	σ_2	σ_5	σ_0	σ_4	σ_3	σ_1
σ_3	σ_3	σ_4	σ_5	σ_0	σ_1	σ_2
σ_4	σ_4	σ_3	σ_1	σ_2	σ_5	σ_0
σ_5	σ_5	σ_2	σ_3	σ_1	σ_0	σ_4

7. a) okruh ano, těleso ne, b) ani okruh, ani těleso, c) okruh ano, těleso ne, d) $\mathbf{N}$ ani okruh ani těleso, $\mathbf{Z}$ okruh ano, těleso ne, $\mathbf{Q}$, $\mathbf{R}$, $\mathbf{C}$ jsou okruhem i tělesem. **8.** Např. podokruh sudých čísel v $\mathbf{Z}$. **9.** a) ne, b) ne, c) ano — báze např. $\mathcal{B} = \{1, x, \ldots, x^n\}$, $\dim\mathbf{V} = n+1$, d) ne, e) ne, f) ano — báze např. $\mathcal{B} = \{(2,1)\}$, $\dim\mathbf{V} = 1$, g) ano — báze např. $\mathcal{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$, $\dim\mathbf{V} = 2$. **10.** a) $\alpha_1 = 1$, $\alpha_2 = 0$, $\alpha_3 = 1$, b) $\alpha_1 = -1$, $\alpha_2 = 4$, $\alpha_3 = -3$, c) $\alpha_1 = \frac{3}{2}$, $\alpha_2 = -\frac{1}{2}$, $\alpha_3 = \frac{1}{2}$, $\alpha_4 = -\frac{1}{2}$. **11.** a) ano — báze např. $\mathcal{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right\}$, dimP=3, doplňující vector např $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, b) ano — báze např. $\mathcal{B} = \{(1,-1)\}$, $\dim P = 1$, doplňující vector např. $(1,0)$, c) ne, d) ne, e) ano — báze např. $\mathcal{B} = \{1, x^2, x^4\}$, $\dim P = 3$, doplňující vectory např. $\{x, x^3\}$, f) ano — báze např. $\mathcal{B} = \{(x+1)(x-1), (x+1)(x-1)x, (x+1)(x-1)x^2\}$, $\dim P = 3$, doplňující vectory např. $\{1, x\}$. **12.** a) $\dim L_1 = 3$, bází jsou jakékoli tři lineárně nezávislé vectory, doplněk $L_1' = \{\vec{o}\}$, $\dim L_2 = 2$, báze např. $\mathcal{B} = \{(0,2,1),(1,4,0)\}$, doplněk např. $L_2' = [|(1,0,0)|]$, $L_1 + L_2 = \mathbf{R}^3 = L_1$, $L_1 \cap L_2 = L_2$, b) $\dim L_1 = 2$, bází mohou být např. kterékoli dva z vectorů v zadání, doplněk např. $L_1' = [|(0,0,1,0),(1,0,0,0)|]$, $\dim L_2 = 2$, bází mohou být např. kterékoli dva z vectorů v zadání, doplněk např. $L_2' = [|(1,0,0,0),(0,1,0,0)|]$, $L_1 + L_2 = \mathbf{R}^4$, $L_1 \cap L_2 = \vec{o}$, c) $\dim L_1 = 2$, bází mohou být např. kterékoli dva z vectorů v zadání, doplněk např. $L_1' = [|1, x^3, x^4, x^5, x^6|]$, $\dim L_2 = 3$, zadané vectory jsou bází L_2, doplněk např. $L_2' = [|x^2, x^4, x^5, x^5|]$, $\dim(L_1 + L_2) = 4$, $L_1 + L_2 = [|x+1, x^2+1, 1, x^3|]$, $\dim(L_1 \cap L_2) = 1$, $L_1 \cap L_2 = [|x^2 + x + 2|]$, d) $\dim L_1 = 3$, báze a doplněk viz předchozí příklad, $\dim L_2 = 2$, báze např.

$\mathcal{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$, doplněk např. $V_2' = \left[\left| \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right|\right]$, $L_1 + L_2 = \mathcal{M}(2/2)$, $\dim(L_1 \cap L_2) = 1$, báze např. $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right\}$. **13.** $\dim\mathbf{R}_+ = 1$, báze např. $\mathcal{B} = \{2\}$, izomorfismus např. $\mathbf{R}_+ \ni u \to \ln u \in \mathbf{R}$.

4.2.6

1. a) ne, b) ano, c) ano, d) ne, e) ano. **2.** b) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, Ker $=$ $[|(1,-1,-1)|]$, Im $= [|(1,0,1),(1,-1,0)|]$, c) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, Ker $= \{\vec{o}\}$, Im $= [|(1,1,1),(-1,1,0)|]$, e) $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$, Ker $= [|(1,1,0),(3,0,-1)|]$, Im $= \mathbf{R}$. **4.** a) např. $f(x,y,z) = (x-y+z, x-y+z, x-y+z)$, b) např. $f(x,y,z) =$ $(x+y, x+2y, 0)$, d) např. $f(x,y) = (x-y, x-y)$. **5.** $\mathbf{A} = \frac{1}{7}\begin{pmatrix} 3 & -9 & 5 \\ -1 & -4 & 10 \end{pmatrix}$, Ker $= \{\vec{o}\}$, Im $= [|(-1,2,0),(0,-3,5)|]$, $\mathbf{A}' = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$. **6.** a) ano, $\begin{pmatrix} 1 & \frac{4}{3} \\ 0 & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, b) ne. **7.** b) Ker $= \{c | c \in \mathbf{R}\}$, Im $= P_{n-1}(x)$, $d = 1$, $h = n$, c) ne, matice $A = (a^i_j)$, $a^i_j = j-1$ pro $j = 2, \dots n+1$, $i = j-1$, jinak $a^i_j = 0$, $A' = (b^i_j)$, $b^i_j = 1$ pro $j = 2, \dots n+1$, $i = j-1$, jinak $b^i_j = 0$ (matice má pod hlavní diagonálou jedničky, jinak samé nuly).

4.3.2

1. a) nemá reálné vlastní hodnoty, b) $\lambda_1 = 0$, $k_1 = 1$, $L_1 = [|(1,1,1)|]$, $\lambda_2 = 3$, $k_2 = 2$, $L_2 = [|(-2,1,4)|]$, c) $\lambda_1 = 0$, $k_1 = 3$, $L_1 = [|(-2,-1,1)|]$, d) $\lambda_1 = 2$, $k_1 = 3$, $L_1 = [|(1,2,0),(1,0,1)|]$, e) $\lambda_1 = 2$, $k_1 = 3$, $L_1 =$ $[|(1,1,0,0),(1,0,1,0),(1,0,0,1)|]$, $\lambda_2 = -2$, $k_2 = 1$, $L_2 = [|(1,-1,-1,-1)|]$. **4.** a,b) např. otočení o úhel $\varphi \neq k\pi$ v $\mathbf{R}^2$ nebo zobrazení z cvičení 1a., c) např. zobrazení z cvičení 1b, 1c, 1d, d) např. zobrazení z cvičení 5, e,f) skalární násobek identického zobrazení. **5.** $\lambda_1 = 0$, $k_1 = n+1$, $L_1 = [|1|]$.

6.1.4

1. a) ne, b) ano, c) ne, d) ne, e) ne, f) ne, g) ano. **2.** a) ano, b) ne, c) ano, d) ano, e) ne. **3.** Použijte axiomů definujících skalární součin, v příkladu b) aplikujte axiom pozitivní definitnosti skalárního součinu na vector $a+tb$, tj. $(a+tb, a+tb) \geq 0$ pro libovolné $t \in \mathbf{R}$, v příkladu f) využijte platnosti b). **4.** V bodě c) a h) může být protipříkladem $V = \mathbf{C}$ s libovolně zvoleným skalárním součinem, $a = 1$, $b = \mathrm{i}$, v bodě i) třeba $V = \mathbf{C}$ s libovolně zvoleným skalárním součinem, $a = 2$, $b = 1+\mathrm{i}$. **5.** a) 5, $4\sqrt{2}$, $(1/5, 3/5)$, $(0, 1/\sqrt{2})$, 28, $7\sqrt{2}/10$, b) $1/\sqrt{7}$, $\sqrt{7/3}$, $\sqrt{7}x^3$, $\sqrt{3/7}(x-2)$, $-3/10$, $-3\sqrt{3}/10$, c) $\sqrt{7}$, $\sqrt{6}$, $(1/\sqrt{7}) \cdot u$, $(1/\sqrt{6}) \cdot v$, 1, $1/\sqrt{42}$. **6.** ano, ON bází je nekonečně mnoho, například $B = \{(1\sqrt{3}, 0), (\mathrm{i}\sqrt{2/3}, \sqrt{3}2)\}$ vznikne ortonormalizací standardní báze. **7.** $[(3+\mathrm{i})/4]\cdot(1,-\mathrm{i},\mathrm{i},1)$. **8.** Například $G=\begin{pmatrix} 1 & -\mathrm{i} \\ \mathrm{i} & 2 \end{pmatrix}$. **9.** Například a) $c_1 = x$, $c_2 = 1-(3/2)x$, b) $c_1 = (1,2,0,0)$, $c_2 = (-2/5,1/5,0,-1)$, $c_3 = (-1,1/2,0,1/2)$, c) $c_1 = (1,0,0)$, $c_2 = (0,0,1)$, $c_3 = (-1,1,1/3)$. **10.** a) $L_\perp = [|(1,-1,0),(0,0,1)|]$, b) $L_\perp = [|(1,0,2),(0,1,3)|]$, c) $L_\perp = [|15x^2-16x+3|]$. **11.** a) $\begin{pmatrix} \frac14 & 0 & \frac14 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac14 & 0 & \frac14 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, b) $\begin{pmatrix} \frac{3}{12} & -\frac{3}{12} & \frac{1}{12} & -\frac14 \\ -\frac{3}{12} & \frac{3}{12} & -\frac{1}{12} & \frac14 \\ \frac{1}{12} & -\frac{1}{12} & \frac{11}{12} & \frac14 \\ -\frac14 & \frac14 & \frac14 & \frac14 \end{pmatrix}$, c) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac12 & \frac12 & 0 \\ 0 & \frac12 & \frac12 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$. **12.** $a_L = x-\frac16$, $a_\perp = x^2-x+\frac16$.

6.3.4

2. κ je komplexní jednotka. **4.**

$$\lambda_1 = 1, k = 2, L_1 = [(\tfrac{1}{\sqrt{2}}, \tfrac{1}{\sqrt{2}}, 0, 0)(0, 0, -\tfrac{\mathrm{i}}{\sqrt{2}, \frac{1}{\sqrt{2}}})],$$
$$\lambda_2 = -1, k_2 = 2, L_2 = [(\tfrac{1}{\sqrt{2}}, -\tfrac{1}{\sqrt{2}}, 0, 0)(0, 0, \tfrac{\mathrm{i}}{\sqrt{2}}, \tfrac{1}{\sqrt{2}})],$$
$$P_1 = \tfrac12 \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \mathrm{i} \\ 0 & 0 & -\mathrm{i} & 1 \end{pmatrix}, P_2 = \tfrac12 \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\mathrm{i} \\ 0 & 0 & \mathrm{i} & 1 \end{pmatrix},$$

....

$$\lambda_1 = 0, k_1 = 2, L_1 = [(\tfrac{1}{\sqrt{2}}, \tfrac{1}{\sqrt{2}}, 0, 0)(0, 0, \tfrac{1}{\sqrt{2}}, \tfrac{1}{\sqrt{2}})],$$
$$\lambda_2 = -2, k_2 = 1, L_2 = [(0, 0, \tfrac{1}{\sqrt{2}}, -\tfrac{1}{\sqrt{2}})],$$
$$\lambda_3 = 2, k_3 = 1, L_3 = [(\tfrac{1}{\sqrt{2}}, -\tfrac{1}{\sqrt{2}}, 0, 0)],$$
$$P_1 = \tfrac12 \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}, P_2 = \tfrac12 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix},$$
$$P_3 = \tfrac12 \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

....

$$\lambda_1 = 1, k = 2, L_1 = [(\tfrac{1}{\sqrt{2}}, \tfrac{1}{\sqrt{2}}, 0, 0), (0, 0, \tfrac{1}{\sqrt{2}}, \tfrac{1}{\sqrt{2}})],$$
$$\lambda_2 = -1, k_2 = 2, L_2 = [(frac1\sqrt{2}, -\tfrac{1}{\sqrt{2}}, 0, 0), (0, 0, \tfrac{1}{\sqrt{2}}, -\tfrac{1}{\sqrt{2}})],$$
$$P_1 = \tfrac12 \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}, P_2 = \tfrac12 \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix},$$

....

$$\lambda_1 = 0, k_1 = 1, L_1 = [(-\tfrac{\mathrm{i}}{\sqrt{2}}, 0, \tfrac{1}{\sqrt{2}})],$$
$$\lambda_2 = 1, k_2 = 1, L_2 = [(0, 1, 0)],$$
$$\lambda_3 = 2, k_3 = 1, L_3 = [(\tfrac{\mathrm{i}}{\sqrt{2}}, 0, \tfrac{1}{\sqrt{2}})],$$

$$P_1=\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 0 & \mathrm{i}\\ 0 & 0 & 0\\ -\mathrm{i} & 0 & 1\end{pmatrix},\ P_2=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix},\ P_3=\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 0 & -\mathrm{i}\\ 0 & 0 & 0\\ \mathrm{i} & 0 & 1\end{pmatrix},$$

. . . .

$$\lambda_1=-2, k_1=1, L_1=[(\tfrac{1}{\sqrt{2}},0,-\tfrac{1}{\sqrt{2}})],$$
$$\lambda_2=3, k_2=1, L_2=[(\tfrac{1}{\sqrt{3}},-\tfrac{1}{\sqrt{3}},\tfrac{1}{\sqrt{3}})],$$
$$\lambda_3=6, k_3=1, L_3=[(\tfrac{1}{\sqrt{6}},\tfrac{2}{\sqrt{6}},\tfrac{1}{\sqrt{6}})],$$
$$P_1=\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1\\ 0 & 0 & 0\\ -1 & 0 & 1\end{pmatrix},\ P_2=\frac{1}{3}\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1\\ -1 & 1 & -1\\ 1 & -1 & 1\end{pmatrix},\ P_3=\frac{1}{6}\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1\\ 2 & 4 & 2\\ 1 & 2 & 1\end{pmatrix},$$

. . . .

$$\lambda_1=1, k_1=1, L_1=[(\tfrac{1}{3},\tfrac{1}{3},-\tfrac{2}{3})],$$
$$\lambda_2=-2, k_2=1, L_2=[(\tfrac{1}{3},\tfrac{2}{3},\tfrac{2}{3})],$$
$$\lambda_3=4, k_3=1, L_3=[(\tfrac{2}{3},-\tfrac{2}{3},\tfrac{1}{3})],$$
$$P_1=\frac{1}{9}\begin{pmatrix} 4 & 2 & -4\\ 2 & 1 & -2\\ -4 & -2 & 4\end{pmatrix},\ P_2=\frac{1}{9}\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2\\ 2 & 4 & 4\\ 2 & 4 & 4\end{pmatrix},$$
$$P_3=\frac{1}{9}\begin{pmatrix} 4 & -4 & 2\\ -4 & 4 & -2\\ 2 & -2 & 1\end{pmatrix},$$

. . . .

$$\lambda_1=0, k=1, L_1=[(-\tfrac{\mathrm{i}}{\sqrt{2}},\tfrac{1}{\sqrt{2}})],$$
$$\lambda_2=2, k_2=1, L_2=[(\tfrac{\mathrm{i}}{\sqrt{2}},\tfrac{1}{\sqrt{2}})],$$
$$P_1=\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & \mathrm{i}\\ -\mathrm{i} & 1\end{pmatrix},\ P_2=\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & -\mathrm{i}\\ \mathrm{i} & 1\end{pmatrix}.$$

5. $\varphi\circ\psi$ právě tehdy, když $\varphi\circ\psi=\psi\circ\varphi$, $\varphi+\psi$ ano, $k\cdot\varphi$ právě tehdy, když $k\in\mathbf{R}$. **6.** a) $9x^2-y^2-9=0 \Rightarrow x^2-\frac{y^2}{3}-1=0$, hyperbola
$\vec{e}_1'=(\frac{1}{\sqrt{10}},\frac{3}{\sqrt{10}})$, $\vec{e}_2'=(-\frac{3}{\sqrt{10}},\frac{1}{\sqrt{10}})$, $P'=(2,-1)$ v $(P;\vec{e}_1,\vec{e}_2)$
b) $x^2+2\sqrt{2}y=0$, parabola
$\vec{e}_1'=(\frac{1}{\sqrt{2}},\frac{1}{\sqrt{2}})$, $\vec{e}_2'=(-\frac{1}{\sqrt{2}},+\frac{1}{\sqrt{2}})$, $P'=(1,1)$ v $(P;\vec{e}_1,\vec{e}_2)$
c) $3x^2+6y^2-2z^2+1=0$, jednodílný hyperboloid
$\vec{e}_1'=(\frac{1}{\sqrt{3}},-\frac{1}{\sqrt{3}},\frac{1}{\sqrt{3}})$, $\vec{e}_2'=(\frac{1}{\sqrt{6}},\frac{2}{\sqrt{6}},\frac{1}{\sqrt{6}})$, $\vec{e}_3'=(-\frac{1}{\sqrt{2}},0,\frac{1}{\sqrt{2}})$, $P'=(\frac{1}{3},\frac{2}{3},-\frac{2}{3})$ v $(P;\vec{e}_1,\vec{e}_2,\vec{e}_3)$
d) $x^2-y^2-2=0$, hyperbolický válec
$\vec{e}_1'=(\frac{4}{3\sqrt{2}},\frac{1}{3\sqrt{2}},\frac{1}{3\sqrt{2}})$ $\vec{e}_2'=(0,\frac{1}{\sqrt{2}},-\frac{1}{\sqrt{2}})$, $\vec{e}_3'=(-\frac{1}{3},\frac{2}{3},\frac{2}{3})$, $P'=(\frac{22}{9},\frac{8}{9},\frac{19}{9})$ v $(P;\vec{e}_1,\vec{e}_2,\vec{e}_3)$
e) $9x^2-3y^2+4=0$, hyperbola
$\vec{e}_1'=(\frac{1}{\sqrt{2}},\frac{1}{\sqrt{2}})$, $\vec{e}_2'=(-\frac{1}{\sqrt{2}},\frac{1}{\sqrt{2}})$, $P'=(\frac{1}{3},-\frac{2}{3})$ v $(P;\vec{e}_1,\vec{e}_2)$
f) $(5\sqrt{2}-1)x^2-(5\sqrt{2}+1)y^2=0$, reálná dvojice různoběžných přímek
$\vec{e}_1'=(\frac{1+\sqrt{2}}{\sqrt{4+2\sqrt{2}}},\frac{1}{\sqrt{4+2\sqrt{2}}})$ $\vec{e}_2'=(\frac{1-\sqrt{2}}{\sqrt{4-2\sqrt{2}}},\frac{1}{\sqrt{4-2\sqrt{2}}})$, $P'=(-\frac{8}{7},\frac{5}{7})$ v $(P;\vec{e}_1,\vec{e}_2)$
g) $4x^2+y^2-4z^2-4=0$, jednodílný hyperboloid
$P'=(1,-2,3)$ v $(P,\vec{e}_1,\vec{e}_2,\vec{e}_3)$, $\vec{e}_i'=\vec{e}_i$, $i=1,2,3$
h) $3x^2+2y^2+z^2-12=0$, reálný elipsoid
$\vec{e}_1'=(\frac{2}{3},-\frac{2}{3},-\frac{1}{3})$, $\vec{e}_2'=(\frac{1}{3},\frac{2}{3},-\frac{2}{3})$, $\vec{e}_3'=(\frac{2}{3},\frac{1}{3},\frac{2}{3})$, $P'=(0,0,0)$ v $(P;\vec{e}_1,\vec{e}_2,\vec{e}_3)$
i) $15x^2+5y^2-25z^2+4=0$, dvojdílný hyperboloid
$\vec{e}_1'=(\frac{1}{\sqrt{2}},\frac{1}{\sqrt{2}},0)$, $\vec{e}_2'=(-\frac{1}{\sqrt{2}},\frac{1}{\sqrt{2}},0)$, $\vec{e}_3'=(0,0,1)$, $P'=(0,1,\frac{2}{5})$ v $(P;\vec{e}_1,\vec{e}_2,\vec{e}_3)$

j) $3x^2 - 3y^2 - 1 = 0$, hyperbolický válec
$\vec{e}_1' = (-\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, \frac{1}{\sqrt{2}})$, $\vec{e}_2' = (\frac{1}{\sqrt{3}}, -\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}})$, $\vec{e}_3' = (\frac{1}{\sqrt{6}}, \frac{2}{\sqrt{6}}, \frac{1}{\sqrt{6}})$, $P' = (-\frac{5}{6}, \frac{1}{3}, 0)$ v $(P; \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$
k) $6x^3 + 3y^2 - 2z^2 - 1 = 0$, jednodílný hyperboloid
$\vec{e}_1' = (\frac{1}{\sqrt{6}}, \frac{2}{\sqrt{6}}, \frac{1}{\sqrt{6}})$, $\vec{e}_2' = (\frac{1}{\sqrt{3}}, -\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}})$, $\vec{e}_3' = (\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, -\frac{1}{\sqrt{2}})$, $P' = (-\frac{1}{3}, -\frac{2}{3}, \frac{2}{3})$ v $(P; \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$
l) $2x^2 + 2 = 0$, imaginární dvojice rovnoběžných přímek
$\vec{e}_1' = (\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})$, $\vec{e}_2' = (-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})$, $P' = (0, 0)$ v $(P; \vec{e}_1, \vec{e}_2)$
m) $x^2 - y^2 = 0$, reálná dvojice různoběžných přímek
$\vec{e}_1' = (\frac{3}{\sqrt{10}}, -\frac{1}{\sqrt{10}})$, $\vec{e}_2' = (\frac{1}{\sqrt{10}}, -\frac{1}{\sqrt{10}})$, $P' = (\frac{1}{5}, \frac{3}{5})$ v $(P; \vec{e}_1, \vec{e}_2$
n) $20x^2 - 9 = 0$, reálná dvojice rovnoběžných přímek
$\vec{e}_1' = (\frac{2}{\sqrt{5}}, \frac{1}{\sqrt{5}})$, $\vec{e}_2' = (-\frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{2}{\sqrt{5}})$, $P' = (-\frac{1}{5}, -\frac{1}{10})$ v $(P; \vec{e}_1, \vec{e}_2)$