

Příprava na první písemku

0. Upravte výraz:

$$\frac{6y - 12 - 5xy + 10x}{3y^2 + 12 - 12y} \cdot (2 - y)$$

1. Rozložte polynom v \mathbf{R} a rozhodněte, na kterých intervalech je polynom kladný a na kterých záporný:

$$(x^2 + x)^2 + 4(x^2 + x) - 12$$

2. Vydělte polynom polynomem:

$$(x^5 - 3x^3 + 2x) : (x^2 - 1)$$

4. Řešte nerovnici s absolutní hodnotou:

$$(|x - 1| - 3)(|x + 2| - 5) < 0$$

5. Řešte rovnici:

$$x^{\log_3 x + 1} = 9x^2$$

6. Řešte rovnici:

$$\sqrt{1 - \cos x} = \sin x$$

7. Je dána funkce:

$$y = e^{\left|\frac{1}{x}\right|}.$$

- (a) Rozhodněte o sudosti resp. lichosti funkce.
- (b) Určete definiční obor a obor hodnot funkce.
- (c) Určete na kterých intervalech je funkce rostoucí resp. klesající.
- (d) Nakreslete přibližně její graf.
- (e) Na jaké (největší) intervaly je možné funkci omezit, aby byla prostá?
- (f) Pro všechny možnosti z bodu (e) určete funkci inverzní.
- (g) Určete definiční obory a obory hodnot funkcí z bodu (f).
- (h) Rozhodněte, zda jsou funkce z bodu (f) rostoucí resp. klesající.

(i) Nakreslete přibližně grafy funkcí z bodu (f).

8. Řešte následující soustavu rovnic o neznámých (x, y, z) a rozhodněte, pro které hodnoty parametru t má soustava

- právě jedno řešení (toto řešení zapište)
- nekonečně mnoho řešení (zapište tato řešení pomocí volných neznámých)
- žádné řešení

Jaká je hodnota matice soustavy a rozšířené matice soustavy v jednotlivých případech?

$$\begin{array}{rccccccc} (t+1)x & + & 2y & + & (t^2+t)z & = & 3t+1 \\ tx & + & y & + & tz & = & 2t \\ 2x & + & 2y & + & 2z & = & 4 \end{array}$$

9. 2. Jsou zadány matice:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Vypočtěte determinant matic $\mathbf{B} \cdot \mathbf{A}$ a $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$. Rozhodněte, zda matice $\mathbf{B} \cdot \mathbf{A}$ resp. $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$ jsou regulární. Zdůvodněte.

10. Vypočtěte skalární a vektorový součin pro všechny dvojice vektorů ze souboru $\vec{a} = (1, 2, -1)$, $\vec{b} = (1, 0, 1)$ a $\vec{c} = (1, 1, 0)$. Určete velikosti těchto vektorů. Rozhodněte, zda je některá dvojice vektorů ortogonální (kolmá). Rozhodněte, zda je některá dvojice vektorů kolineární (ležící v jedné přímce). Rozhodněte, zda je soubor vektorů \vec{a} , \vec{b} a \vec{c} lineárně závislý.