PÍSEMKA POSLEDNÍ

1. Uvažujme povrch paraboloidu $\mathcal{M} : x^2 + y^2 = z$ jako podvarietu v $\mathcal{R}^3$ (s euklidovskou metrikou). Zvolme souřadnicový systém

$$x = \sqrt{z} \cos \varphi$$
$$y = \sqrt{z} \sin \varphi$$
$$z = z$$

a) vyjádřete indukovanou metriku
b) určete složky kovariantního i kontravariantního metrického tenzoru
c) určete složky Levi-Civitovy konexe
d) zapište rovnice pro geodetiky a naznačte řešení
e) nechť $\zeta = (\zeta^\varphi, \zeta^z) = (t, z_0)$ je křivka, určete složky tečného vektoru ξ_0 k této křivce v bodě $[0, z_0]$ a vyjádřete složky paralelně přeneseného vektoru ξ_0 podél této křivky do obecného bodu $\zeta(t)$.
f) nechť $\eta = (\eta^\varphi, \eta^z) = (\varphi_0, z)$ je vektorové pole, určete $\nabla_\eta \frac{\partial}{\partial \varphi}, \nabla_\eta \frac{\partial}{\partial z}, \partial_\eta \frac{\partial}{\partial \varphi}, \partial_\eta \frac{\partial}{\partial z}$, pokuste se výsledek interpretovat
g) zvládnete i tenzor křivosti, Ricciho tenzor a skalární křivost?

PÍSEMKA POSLEDNÍ

1. Uvažujme povrch paraboloidu $\mathcal{M} : x^2 + y^2 = z$ jako podvarietu v $\mathcal{R}^3$ (s euklidovskou metrikou). Zvolme souřadnicový systém

$$x = \sqrt{z} \cos \varphi$$
$$y = \sqrt{z} \sin \varphi$$
$$z = z$$

a) vyjádřete indukovanou metriku
b) určete složky kovariantního i kontravariantního metrického tenzoru
c) určete složky Levi-Civitovy konexe
d) zapište rovnice pro geodetiky a naznačte řešení
e) nechť $\zeta = (\zeta^\varphi, \zeta^z) = (t, z_0)$ je křivka, určete složky tečného vektoru ξ_0 k této křivce v bodě $[0, z_0]$ a vyjádřete složky paralelně přeneseného vektoru ξ_0 podél této křivky do obecného bodu $\zeta(t)$.
f) nechť $\eta = (\eta^\varphi, \eta^z) = (\varphi_0, z)$ je vektorové pole, určete $\nabla_\eta \frac{\partial}{\partial \varphi}, \nabla_\eta \frac{\partial}{\partial z}, \partial_\eta \frac{\partial}{\partial \varphi}, \partial_\eta \frac{\partial}{\partial z}$, pokuste se výsledek interpretovat
g) zvládnete i tenzor křivosti, Ricciho tenzor a skalární křivost?

PÍSEMKA POSLEDNÍ

1. Uvažujme povrch paraboloidu $\mathcal{M} : x^2 + y^2 = z$ jako podvarietu v $\mathcal{R}^3$ (s euklidovskou metrikou). Zvolme souřadnicový systém

$$x = \sqrt{z}\cos\varphi$$
$$y = \sqrt{z}\sin\varphi$$
$$z = z$$

a) vyjádřete indukovanou metriku
b) určete složky kovariantního i kontravariantního metrického tenzoru
c) určete složky Levi-Civitovy konexe
d) zapište rovnice pro geodetiky a naznačte řešení
e) nechť $\zeta = (\zeta^\varphi, \zeta^z) = (t, z_0)$ je křivka, určete složky tečného vektoru ξ_0 k této křivce v bodě $[0, z_0]$ a vyjádřete složky paralelně přeneseného vektoru ξ_0 podél této křivky do obecného bodu $\zeta(t)$.
f) nechť $\eta = (\eta^\varphi, \eta^z) = (\varphi_0, z)$ je vektorové pole, určete
$\nabla_\eta \frac{\partial}{\partial\varphi}, \nabla_\eta \frac{\partial}{\partial z}, \partial_\eta \frac{\partial}{\partial\varphi}, \partial_\eta \frac{\partial}{\partial z}$, pokuste se výsledek interpretovat
g) zvládnete i tenzor křivosti, Ricciho tenzor a skalární křivost?

PÍSEMKA POSLEDNÍ

1. Uvažujme povrch paraboloidu $\mathcal{M} : x^2 + y^2 = z$ jako podvarietu v $\mathcal{R}^3$ (s euklidovskou metrikou). Zvolme souřadnicový systém

$$x = \sqrt{z}\cos\varphi$$
$$y = \sqrt{z}\sin\varphi$$
$$z = z$$

a) vyjádřete indukovanou metriku
b) určete složky kovariantního i kontravariantního metrického tenzoru
c) určete složky Levi-Civitovy konexe
d) zapište rovnice pro geodetiky a naznačte řešení
e) nechť $\zeta = (\zeta^\varphi, \zeta^z) = (t, z_0)$ je křivka, určete složky tečného vektoru ξ_0 k této křivce v bodě $[0, z_0]$ a vyjádřete složky paralelně přeneseného vektoru ξ_0 podél této křivky do obecného bodu $\zeta(t)$.
f) nechť $\eta = (\eta^\varphi, \eta^z) = (\varphi_0, z)$ je vektorové pole, určete
$\nabla_\eta \frac{\partial}{\partial\varphi}, \nabla_\eta \frac{\partial}{\partial z}, \partial_\eta \frac{\partial}{\partial\varphi}, \partial_\eta \frac{\partial}{\partial z}$, pokuste se výsledek interpretovat
g) zvládnete i tenzor křivosti, Ricciho tenzor a skalární křivost?