

PISEMKA 1

1. a) $V = \mathbb{C}, \langle x + iy | a + ib \rangle = xa + yb - ixb + iya$

PŘEDPIS LZE Maticově ZAPSAT TAKTO: $\dim V = 1$

$$(x + iy) \cdot \begin{pmatrix} 1 \end{pmatrix} (a + ib)^*$$

LINEARITA JE Tedy SPLNĚNA (DÍKY MaticOVÉMU ZÁPISU) (1)✓ (2)✓

(ne stand. ba'zi $e_1 = 1$)

MaticE $G = (1)$ JE EVIDENTNĚ SAMO ADJUNGOVANÁ A POZITIVNĚ DEFINITNÍ - (3)✓ (4)✓
JDE O SKALÁRNÍ SOUČIN ♡

b) $\langle A | B \rangle = \text{tr}(A B^T)$ nad \mathbb{C}

např. pro matice $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ a $B = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

$\langle A | B \rangle = i \quad \langle B | A \rangle = i$ NENÍ SPLNĚN AXIOM 3

- NENÍ TO SKALÁRNÍ SOUČIN

2. $u \perp v \Rightarrow$

nad \mathbb{R} ~~$\|u + v\| = \sqrt{\langle u+v | u+v \rangle} = \sqrt{\langle u, u \rangle + 2\langle u, v \rangle + \langle v, v \rangle} =$
 $= \sqrt{\langle u, u \rangle + \langle v, v \rangle} = \sqrt{\langle u, u \rangle - 2\langle u, v \rangle + \langle v, v \rangle} = \|u - v\|$~~

$$2) \quad u \perp v, \text{ tj. } \langle u, v \rangle = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \|u+v\| = \|u-v\|$$

$$\text{"}\Rightarrow\text{"} \quad \|u+v\| = \sqrt{\langle u+v, u+v \rangle} = \sqrt{\langle u, u \rangle + \langle u, v \rangle + \langle v, u \rangle + \langle v, v \rangle}$$

$$= \sqrt{\langle u, u \rangle + 0 + 0 + \langle v, v \rangle} = \sqrt{\langle u, u \rangle - \langle u, v \rangle - \langle v, u \rangle + \langle v, v \rangle}$$

$$= \|u-v\| \quad \text{platí nad } \mathbb{R} \text{ i } \mathbb{C}$$

$$\text{"}\Leftarrow\text{"} \quad \|u+v\| = \|u-v\| \quad \Rightarrow$$

$$\langle u+v, u+v \rangle + \langle v, u \rangle = -\langle u, v \rangle - \langle v, u \rangle$$

$$\text{nad } \mathbb{R}: \quad 4\langle u, v \rangle = 0 \quad \Rightarrow \quad u \perp v$$

$$\text{nad } \mathbb{C}: \quad \text{např. } u = (1, 0), \quad v = (i, 0); \quad \beta = E$$

$$\langle u, v \rangle + \langle v, u \rangle = -i + i = 0$$

$$-\langle u, v \rangle - \langle v, u \rangle = i - i = 0$$

NEPLATÍ
nad \mathbb{C}

$$3. \quad V = \mathbb{R}^4; \quad G = E, \quad L = \left[(1, -1, 0, 0) \quad (-1, 1, 1, 1) \right]$$

$$L = \left[\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, 0 \right), \left(0, 0, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}} \right) \right]$$

$$L^\perp = \left[\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, 0, 0 \right), \left(0, 0, -\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}} \right) \right]$$

$$P = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

PROJEKCE: $(\alpha)_L = (\alpha) \cdot P$

KOMPONENTA $(\alpha)_{L^\perp} = (\alpha) \cdot (E - P)$

$$4) \quad \langle p, q \rangle = \int_0^1 p(x)q(x) dx$$

4.

$$L = [x+1, 9x-5]$$

$\begin{matrix} \text{"} \\ a \end{matrix}$
 $\begin{matrix} \text{"} \\ b \end{matrix}$

$$N = x^2$$

$$N_L = \alpha a + \beta b$$

$$N = N_L + N_{L^\perp}$$

$$\langle N | a \rangle = \alpha \langle a, a \rangle + \beta \langle b, a \rangle$$

$$\langle N | b \rangle = \alpha \langle a, b \rangle + \beta \langle b, b \rangle$$

$$\langle N | a \rangle = \int_0^1 x^2(x+1) dx = \frac{1}{4} + \frac{1}{3} = \frac{7}{12}$$

$$\langle N | b \rangle = \int_0^1 x^2(9x-5) dx = \frac{9}{4} - \frac{5}{3} = \frac{7}{12}$$

$$\langle a, a \rangle = \int_0^1 (x+1)^2 dx = \frac{1}{3} + 1 + 1 = \frac{7}{3}$$

$$\langle a, b \rangle = \langle b, a \rangle = 0$$

$$\langle b, b \rangle = \int_0^1 (9x-5)^2 dx = 27 - 45 + 25 = 7$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{7}{12} &= \alpha \cdot \frac{7}{3} \Rightarrow \alpha = \frac{1}{4} \\ \frac{7}{12} &= \beta \cdot 7 \Rightarrow \beta = \frac{1}{12} \end{aligned} \right\} N_L = \frac{1}{4}(x+1) + \frac{1}{12}(9x-5)$$

$$= \underline{\underline{x - \frac{1}{6}}}$$

$$\underline{\underline{N_{L^\perp} = x^2 - x + \frac{1}{6}}}$$

5) $\vec{a} = (-i, 0)$, $\vec{b} = (1, i)$

$$(-i, 0) \begin{pmatrix} a & b \\ b^* & c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} = 0$$

SAMOADJUNGOVANÁ

$$(-ia \quad -ib) \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} = -ia - b = 0$$

$$a = 1$$

$$b = -i$$

$$c = 2$$

POZITIVNĚ DEFINITNÍ

$$\det G = a \cdot c - b b^* > 0 \Rightarrow c > \frac{b b^*}{a} = 1$$

$$G = \begin{pmatrix} 1 & -i \\ i & 2 \end{pmatrix}$$

6. \mathbb{C}^2 ŘÁDKOVÁ SYMBOLIKA (PRO SLOUPCOVOU VŠE TRANSPOZOVAT)

např.:

$$G_B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad G_C = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{a l.d.}$$

$$B_1 = \{(1,0), (0,1)\}$$

$$C_1 = \left\{ \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, 0 \right), \left(0, \frac{1}{\sqrt{2}} \right) \right\}$$

$$B_2 = \{(0,1), (1,0)\}$$

$$C_2 = \left\{ \left(0, \frac{1}{\sqrt{2}} \right), \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, 0 \right) \right\}$$

$$B_3 = \left\{ \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}} \right), \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}} \right) \right\}$$

$$T_{C_1, C_2} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

ATD.

$$T_{B_1 B_2} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$T_{B_2 B_1} = (T_{B_1 B_2})^{-1} = (T_{B_1 B_2})^{T*}$$

$$T_{B_3 B_1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$$

$$T_{B_1 B_3} = (T_{B_3 B_1})^{-1} = (T_{B_3 B_1})^{-1}$$

NEBO

$$G_D = \begin{pmatrix} 1 & -i \\ i & 2 \end{pmatrix}$$

(VÍŽ PŘEDCHOZÍ PŘÍKLAD)

$$D_1 = \{(-i, 0), (1, i)\}$$

$$D_2 = \{(1, i), (-i, 0)\}$$

$$(1 \ i) \begin{pmatrix} 1 & -i \\ i & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} = (0 \ i) \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} = 1$$

$$D_3 = \{(i, 0), (-1, -i)\}$$

$$D_4 = \{(1, 0), (i, -1)\}$$

ATD.....

PISEMKA 2

7.

$$1) A = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 0 \\ 3 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\det(A - \lambda E) = \begin{vmatrix} -1-\lambda & 3 \\ 3 & -1-\lambda \end{vmatrix} (2-\lambda) = (2-\lambda) [(\lambda+1)^2 - 9]$$

$$= (2-\lambda)(\lambda^2 + 2\lambda - 8) = -(\lambda-2)^2(\lambda+4) \quad \begin{matrix} \lambda_1=2 & k_1=2 \\ \lambda_2=4 & k_2=1 \end{matrix}$$

$$P_1 = \frac{A - \lambda_2 E}{\lambda_1 - \lambda_2} = \frac{\begin{pmatrix} 3 & 3 & 0 \\ 3 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}}{6} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$P_2 = E - P_1 = \frac{A - \lambda_1 E}{\lambda_2 - \lambda_1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$A = \lambda_1 P_1 + \lambda_2 P_2 \quad \checkmark$$

$$E = P_1 + P_2 \quad \checkmark$$

$$(A - 2E)^T = \begin{pmatrix} -3 & 3 & 0 \\ 3 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$L_{\lambda_1} = \left[\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, 0 \right), (0, 0, 1) \right]$$

$$P_1 = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \dots$$

$$(A + 4E)^T = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 0 \\ 3 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}$$

$$L_{\lambda_2} = \left[\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}}, 0 \right) \right]$$

$$P_2 = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \end{pmatrix} = \dots$$

$$2) \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

PRO ŘÁDKOVOU
SYMBOLIKU:

(PRO SLOUPCE SE $(A - \lambda E)$
NETRANSPONUJE! - VEKTORY
VÝSLEDU JINĚ, ALE DIAG. STEJNĚ)

$$\det(A - \lambda E) = \begin{vmatrix} 2-\lambda & 2 & -1 \\ 0 & -\lambda & 1 \\ 0 & 1 & -\lambda \end{vmatrix} = (2-\lambda) [\lambda^2 - 1] = (\lambda-2)(\lambda+1)(\lambda-1)$$

$$\lambda_1 = 2 \quad \lambda_2 = -1, \lambda_3 = 1$$

$$(A - \lambda_1 E)^T = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 2 & -2 & 1 \\ -1 & 1 & -2 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} -1 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad L_{\lambda_1} = \left[(1, 1, 0) \right]$$

$$(A - \lambda_2 E)^T = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 3 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad L_{\lambda_2} = \left[(0, 1, -1) \right]$$

$$(A - \lambda_3 E)^T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \quad L_{\lambda_3} = \left[(0, 1, 1) \right]$$

$$T = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$T^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

$$T \cdot A \cdot T^{-1} = \begin{pmatrix} \lambda_1 & & \\ & \lambda_2 & \\ & & \lambda_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & & \\ & -1 & \\ & & 1 \end{pmatrix}$$

3. TOTO NEMĚL SKORO NIKDO SPRÁVNĚ.

JNT MUSÍ BÝT
 - OPERÁTOR NENÍ
 DIAGONALIZOVATELNÝ, PROTOŽE MÁ
 POUZE DVA NEZÁVISLÉ VLASTNÍ VEKTORY.

$$\begin{pmatrix} \lambda_1 & 1 & 0 \\ 0 & \lambda_1 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} f(e_1) &= \lambda_1 e_1 + e_2 \\ f(e_2) &= \lambda_1 e_2 \\ f(e_3) &= \lambda_2 e_3 \end{aligned}$$

NAPŘÍKLAD

ZVOLME $\lambda_1 = 1$ a $\lambda_2 = 2$

n. BAŽI $B = \{ x^2, x^2+x, x+1 \}$

bude $f(x^2) = 1 \cdot x^2 + (x^2+x) = 2x^2+x$

$$f(x^2+x) = 1 \cdot (x^2+x)$$

$$f(x+1) = 2 \cdot (x+1) \quad \underbrace{f(x^2+x)} - \underbrace{f(x^2)}$$

Nedy: $f(x^2) = 2x^2+x, \quad \underline{f(x)} = x^2+x - [2x^2+x] = -x^2$

$$\underline{f(1)} = f(x+1) - f(x) = 2x+2+x^2$$

PŘEDPIS: $f(ax^2+bx+c) = 2ax^2+ax-bx^2+2cx+2c+cx^2 =$

$$= \underline{(2a-b+c)x^2 + (a+2c)x + 2c}$$

4. VŠICHNI MĚLI SPRAVNĚ, ALE SKORO NIKDO NEMĚL ÚPLNÝ DŮKAZ:

$\forall \vec{a}$ platí $\exists \lambda: \varphi(\vec{a}) = \lambda \vec{a}$

MNOŽINA TAKOVÝCH = $\{ \lambda \cdot \text{id}_{V_m} \mid \lambda \in \text{TĚLESA} \}$ \mathbb{R} nebo \mathbb{C}

" \Leftarrow " je-li $\varphi = \lambda \text{id}_{V_m}$ pak

$\varphi(\vec{a}) = \lambda \text{id}_{V_m}(\vec{a}) = \lambda(\vec{a}) \quad \forall \vec{a} \in V_m$

" \Rightarrow " necht' $\forall \vec{a} \in V_m$ je $\varphi(\vec{a}) = \lambda(\vec{a})$ pro nějaké λ ,

pak v libovolné bázi je φ reprezentováno

maticí $A = \begin{pmatrix} \lambda_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \lambda_n \end{pmatrix}$. SPOREM PŘEDPOKLÁ-

DEJME, ŽE JSOU $\lambda_1 \neq \lambda_2$ \leftarrow RŮZNÉ pak pro vektor (NAPŘ.)

$\vec{a} = \vec{e}_1 + \vec{e}_2$ platí $\varphi(\vec{a}) = \lambda_1 \vec{e}_1 + \lambda_2 \vec{e}_2 =$

$= \lambda_1 \vec{e}_1 + \lambda_1 \vec{e}_2 + (\lambda_2 - \lambda_1) \vec{e}_2 = \lambda_1 \vec{a} + (\lambda_2 - \lambda_1) \vec{e}_2$

\vec{a} je vlastní $\Downarrow \lambda_3 \vec{a}$ neboť \vec{a} je vlastní. $\Rightarrow (\lambda_3 - \lambda_1) \vec{a} = (\lambda_2 - \lambda_1) \vec{e}_2$
ALE \vec{a}, \vec{e}_2 JSOU NEZÁVISLÉ $\Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 \Rightarrow \varphi = \lambda \text{id}$

$$5. \quad \ker(\varphi) \cap \ker(\psi) \subset \ker(\varphi + \psi)$$

necht' $\vec{u} \in \ker(\varphi) \cap \ker(\psi)$ libovolné,

$$\text{pak } \varphi(\vec{u}) = \vec{0} \wedge \psi(\vec{u}) = \vec{0} \quad \text{a}$$

$$(\varphi + \psi)(\vec{u}) = \varphi(\vec{u}) + \psi(\vec{u}) = \vec{0} + \vec{0} = \vec{0}$$

$$\Rightarrow \vec{u} \in \ker(\varphi + \psi) \quad \heartsuit$$

naopak neplatí pro $\varphi = \text{id}_{V_m}$

$$\psi = -\text{id}_{V_m}$$

$$\varphi + \psi = \text{NULOVÉ ZOBRA.}$$

$$\ker(\varphi + \psi) = V_m \not\subset \{\vec{0}\}$$

$$\ker(\varphi) = \{\vec{0}\} = \ker \psi$$

1) ŘÁDKOVÁ SYMBOLIKA

(KDO MÁ SLOUPCE, TAK MATICI

$(A - \lambda_i E)$ NETRANSPONUJE, PAK

VYJDOU JINÉ VLASTNÍ VEKTORY,

TY MUSÍTE NASKLÁDAT DO

SLOUPCŮ MATICE TALEV JINÉM POŘADÍ,

NEŽ V ŘÁDKOVÉ SYMBOLICE - VŽDY

PRVNÍ V BLOKU JE VLASTNÍ A NÁSLEDUJÍ

POSTUPNĚ ŘETÍŽKOVĚ, JNT VYJDE

STEJNĚ)

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\det(A - \lambda E) =$$

$$-(1+\lambda) \cdot \begin{vmatrix} -(1+\lambda) & 0 & 0 \\ 1 & -(1+\lambda) & 0 \\ 2 & 0 & -(1+\lambda) \end{vmatrix} = (1+\lambda)^4 \quad \lambda = -1 \quad k = 4$$

$$(A + E)^T = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \mathcal{L}_1 = \left[(1, 0, 0, 0), (0, 0, 0, 1) \right]$$

$$= \left\{ (\lambda, 0, 0, \lambda), (\lambda, \lambda, \lambda, 0) \right\}$$

ŘETÍŽKY:

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 0 & 1 & 2 & 0 & \lambda \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & \lambda \end{array} \right)$$

$$\vec{R}_\lambda = \left\{ (T, 2\lambda - \lambda, \lambda - \lambda, S)_{T, S \in \mathbb{C}} \right\}$$

OBEČNĚ

$$T = \begin{pmatrix} A & 2b-a & a+b & B \\ a & 0 & 0 & b \\ T & 2s-A & A-s & S \\ \Lambda & 0 & 0 & s \end{pmatrix} \begin{array}{l} \dots \text{ŘETÍ ŽROVÍ} \\ \dots \text{VLASTNÍ} \\ \dots \text{ŘETÍŽKOVÝ} \\ \dots \text{VLASTNÍ} \end{array}$$

$$(\Lambda, s) \neq (a, b); (\Lambda, s) \neq (0, 0)$$

$$(a, b) \neq (0, 0)$$

$$\Lambda, s, a, b, T, S, A, B \in \mathbb{C}$$

KONKRETNĚ:

NAPŘ.

$$T = \begin{pmatrix} 0 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$TAT^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} = J$$

2. POZOR NA ZNAMÉNKA ... VEDOUcí

KOEFICIENTY V INVARIANTNÍCH FAKTORECH
MUSÍ BÝT +1, (V ZADÁNÍ JE TO BLBĚ:-)

$$a) \begin{pmatrix} \underbrace{1 \ 1} \\ \underbrace{1 \ 1} \\ \underbrace{1 \ 1} \\ \underbrace{1 \ 1} \end{pmatrix}$$

$$b) \begin{pmatrix} \underbrace{i \ 1} \\ \underbrace{-i \ 1} \\ \underbrace{-i \ 1} \\ \underbrace{1 \ 1} \\ \underbrace{-1 \ 1} \end{pmatrix}$$

c) - NENÍ KAN. TVAR ŽÁDNÉ CHARAKTE-
RISTICKÉ MATICE - CHYŤÁK
STUPEŇ DET \neq ŘÁD MATICE

$$d) \begin{pmatrix} \underbrace{1 \ 1} \\ \underbrace{1 \ 1} \\ \underbrace{2 \ 1} \end{pmatrix}$$

$$3) d) \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ (\lambda-1)(\lambda-2)(\lambda-3) \end{pmatrix}$$

$$a) \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ (\lambda-a) \\ (\lambda-a) \\ (\lambda+1)^2(\lambda-a)^2 \end{pmatrix}$$

$$b) \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ (\lambda-1) \\ (\lambda-1)^3(\lambda^2+1) \end{pmatrix}$$

$$c) \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ \lambda^4 \end{pmatrix}$$

4 a, b, c) $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ^{RŮZNÉ JNT} a $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

MATICE JSOU PODOBNÉ
 \Leftrightarrow
 JEJICH CHARAKTERISTICKÉ MATICE
 JSOU EKVIVALENTNÍ

VE
T
A
!!!
P
A
M
A
T
O
V
A
T

5) MAPŮ: $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ $\lambda_1 = 1$
 $\lambda_2 = -1$

a $\begin{pmatrix} 0 & i \\ -i & 0 \end{pmatrix}$ $\lambda_1 = 1$
 $\lambda_2 = -1$

MAJÍ STEJNÉ λ A OBĚ JSOU DIAGONALIZOVATELNÉ \Rightarrow MAJÍ STEJNÝ JNT

POZOR: V TĚTO ÚLOZE SE OBJEVOVALY
 CHYBY.