

## 8. Písemka

### Písemka druhá - základní mat. metody 1

1. Vyřešte diferenciální rovnici (separace proměnných)

$$y(y - 1) = ty$$

2. Vyřešte diferenciální rovnici

$$\ddot{x} - 2\dot{x} + 10x = 7 \cos t + 11 \sin t + t$$

3. Vyřešte soustavu diferenciálních rovnic pro počáteční podmínky  $x(0) = 1, \dot{x}(0) = 0$ .

$$\dot{x} = -2x + 13y$$

$$\dot{y} = x + 2y$$

4. Pro předmět kulového tvaru platí při malých rychlostech následující vztah pro odporovou sílu:

$$F_o = 6\pi\eta r v$$

(Lze exaktně odvodit z Navier-Stokesových rovnic!)  $r$  je poloměr kuličky,  $v$  je rychlost. Ukažte, že pokud na kuličku nepůsobí žádné další síly, je pohybová rovnice diferenciální rovnicí tvaru:

$$\dot{v} = -Cv$$

Rovnici vyřešte pro nějakou konkrétní počáteční podmínku a najděte "dolet" tzn. vzdálenost, ve které se kulička s určitou počáteční rychlostí zastaví.

Působí-li navíc nějaká konstantní síla (např. pád ocelové kuličky v nádobě naplněné olejem) pohybová rovnice má tvar:

$$\dot{v} = -Cv + B$$

Rovnici vyřešte (obecně a pro určité počáteční podmínky) a nakreslete graf závislosti rychlosti na čase. (všimněte si, že postup řešení nezávisí na tom, působí-li ta konstantní síla ve směru pohybu nebo proti směru pohybu.)

---

## Domácí úkol

8. Pomocí křivkového integrálu

- a) spočtete délku závitu šroubovice,
- b) spočtete délku Archimedovy spirály v závislosti na počtu oběhů,
- c) spočtete obvod kružnice.