

## 9. Křivkový integrál

1. Spočtete práci silového pole  $\vec{F} = (x, xy)$  po drahách

a) úsečka z bodu  $[2, 0]$  do bodu  $[0, 3]$

b) část elipsy  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$  z bodu  $[2, 0]$  do bodu  $[0, 3]$ .

2. Spočtete práci silového pole  $\vec{F} = (x, y)$  po drahách

a) úsečka z bodu  $[2, 0]$  do bodu  $[0, 3]$

b) část elipsy  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$  z bodu  $[2, 0]$  do bodu  $[0, 3]$ .

3. Vypočtete polohu těžiště homogenní cykloidy (jednoho oblouku),  
 $\mu(x, y) = 1$ ,  $x = a(t - \sin t)$ ,  $y = a(1 - \cos t)$ ,  $0 \leq t \leq 2\pi$ .

---

### Domácí úkol

9a. V rovině  $xy$  je dána křivka  $\mathcal{C}$  s parametrickým vyjádřením  $x(t) = R \cos^3 t$ ,  $y(t) = R \sin^3 t$ ,  $R > 0$ ,  $t \in [0, \frac{\pi}{2}]$  (čtvrtina asteroidy). Určete práci síly  $\vec{F} = (\frac{x^2}{x^{\frac{5}{3}} + y^{\frac{5}{3}}}, \frac{y^2}{x^{\frac{5}{3}} + y^{\frac{5}{3}}})$  po  $\mathcal{C}$ .

9b. V počátku souřadnicové soustavy v  $\mathbf{R}^3$  je umístěn bodový náboj  $Q$ . Vyjádřete vektorové pole udávající intenzitu elektrostatického pole v libovolném bodě  $(x, y, z)$ . Ukažte, že práce tohoto pole po libovolné uzavřené hladké křivce  $\mathcal{C}: x = x(t)$ ,  $y = y(t)$ ,  $z = z(t)$  je rovna nule. (Návod: vyjádřete integrál pro práci a použijte vhodné substituce).