

4. Písemka

Písemka první - základní mat. metody 2

(Čas na písemku — 90 minut)

1. Dokažte:

$$\mathbf{div}(f\vec{A}) = \vec{A} \cdot \nabla f + f \cdot \mathbf{div}\vec{A}.$$

[2,5 bodů]

2. Obrazec je omezen křivkami $y = x^2$, $y = 2x^2$, $y = x$, $y = 2x$. Zvolte vhodné křivočaré souřadnice, vypočtěte Jacobián a zapište integrál pro plochu obrazce.

[2,5 bodů]

3. Vypočtěte moment setrvačnosti rotačního kužele výšky h a poloměru podstavy R , kolem osy symetrie. Použijte trojný integrál.

[2,5 bodů]

4. Pomocí kartézských transformací souřadnic určete kanonickou rovnici kuželosečky a transformaci souřadnic, která převede rovnici do kanonického tvaru. Rozhodněte, o jakou kuželosečku se jedná. Určete kanonický tvar také pomocí invariantů.

$$4xy + 3y^2 + 16x + 12y - 36 = 0$$

[2,5 bodů]

IV. Dokažte následující identity vektorové analýzy:

$$\begin{aligned}\mathbf{rot} \mathbf{rot} \vec{A} &= \mathbf{grad} \mathbf{div} \vec{A} - \nabla^2 \vec{A} \\ \mathbf{rot} (f\vec{A}) &= f \mathbf{rot} \vec{A} + (\mathbf{grad} f) \times \vec{A}.\end{aligned}$$