

# Astronomické praktikum

## Spektroskopie

Petr Šafařík

Verze vytvořena 31. ledna 2007

### Abstrakt

Spektroskopie je velice mocným nástrojem astronomie. Na základě několika zákonů dovoluje odhadnout nejen složení hvězdných objektů, ale také jejich velikost, vzdálenost, magnitudu, teplotu a další charakteristiky. O určení některých těchto charakteristik se pokusím(e) i v Astronomickém praktikumu. Protože na hvězdárně nemáme spektrometr, tak použijeme data naměřené někým jiným (více na [2]) a ta následně zpracujeme. Celé zpracování se poté drží úspěšného best-selleru Filipa Hrocha — Astronomické Praktikum (viz. [1]).

## 1 Zadání

- Odhadnout teplotu hvězdy.
- Určit poloměr hvězdy.
- Identifikovat čáry vodíky a určit jejich přesné polohy.
- Určit hustotu na povrchu hvězdy.

## 2 Odhad teploty hvězdy

Než vůbec začnu s určováním teploty hvězdy, tak je třeba, abych nějakým způsobem našel spektrum hvězdy. Některé informace sice již máme (zdrojový soubor s měřeným spektrem), ale to není dokonalé (kvůli mnoha vlivům, jako například absorpční čáry). Proto si vytvoříme spektrum vlastní (samozřejmě na základě spektra měřeného) a to fitováním měřeného spektra nějakou rozumnou funkcí.

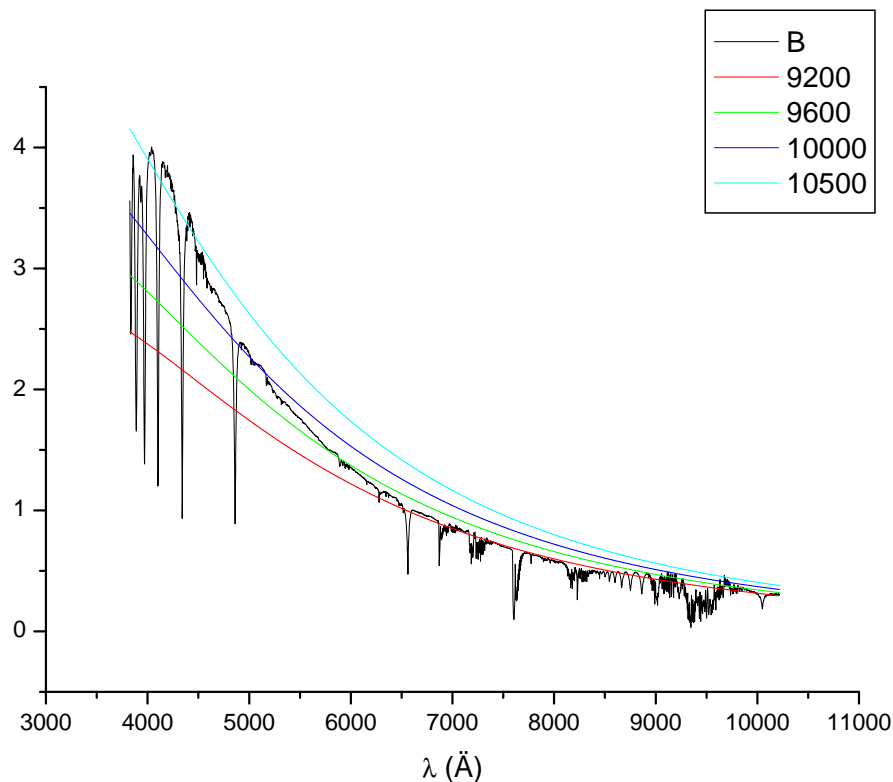
Nejlépe seděla funkce pro teplotu  $T = 9200K$ . Závislosti teoretických funkcí na nové délce pro různé teploty je možné vidět na obrázku (1).

Právě teplota  $T = 9200K$  odpovídala měřenému spektru po největší část spektra.

## 3 Odhad poloměru hvězdy

S přihlédnutím k propustnosti filtru a tokům skrz tento filtr, můžeme napsat vztah (1):

Obrázek 1: Různé teoretické hodnoty v závislosti na teplotě a skutečné naměřené spektrum



$$F_V = B(\lambda_0) \Delta\lambda \quad (1)$$

Pokud dosadíme následující hodnoty:  $\lambda_0 = 550nm$  a  $\Delta\lambda = 90nm$ , tak podle teoretických modelů vyjde následující tok:

$$\Phi = F_V = 2,0413 \cdot 10^{-7}$$

Pokud známe vzdálenost Vegy, tak již není problém určit energii  $L$  dopadající na jednotkovou plochu dle vztahu (2)

$$L = \Phi \cdot d^2 = F_V \cdot d^2 \quad (2)$$

$$L = 2,0413 \cdot 10^{-7} \cdot 5,744 \cdot 10^{34} = 1,1743 \cdot 10^{28}$$

Odtud nám následně vyjde, že  $L = 1,1743 \cdot 10^{28}$ .

Poloměr hvězdy určíme ze vzorce (3).

$$R = \sqrt{\frac{L}{4\pi\sigma T^4}} \quad (3)$$

$$R = 1516244 \text{ km}$$

Podle literatury ([3]) je poloměr Vegy roven  $3,6 \times$  násobku průměru našeho Slunce. Poloměr Slunce je  $R_S = 695980 \text{ km}$  ([3]) event.  $R_S = 695202 \text{ km}$  ([4]). Tedy podle teorií by měl vycházet zhruba  $R_{Vegy} \doteq 2,505,528 \text{ km}$

Bohužel dle mých výpočtů vychází průměr Vegy něco přes dvou-násobek našeho Slunce,  $R_V = 1516244 \text{ km}$ .

Nepřesnost této hodnoty oproti teoretické hodnotě je dle mne dána právě nepřesnostmi spektroskopické metody jako takové, dále omezeným počtem platných míst na mé kalkulačce a nesmím opomenout, že srovnávám celkovou energii s energií právě ve V filtru.

## 4 Identifikace čáry vodíku ve spektru

Určení jednotlivých čar (teoretickou část) provádí script z části (6.1) dle vztahu (4). Script vypíše celkem 8 hodnot pro 8 vlnových délek v intervalu určeném měřeným spektrem.

$$\lambda = \frac{1}{R_A \cdot \left( \frac{1}{i^2} - \frac{1}{j^2} \right)} \quad (4)$$

Výstup ze scriptu:

```
RA = 10967760
j=2
j = 1
lambda = -1.2157e-07
j = 2
lambda = Inf
j = 3
lambda = 6.5647e-07
j = 4
lambda = 4.8627e-07
j = 5
lambda = 4.3417e-07
j = 6
lambda = 4.1029e-07
j = 7
lambda = 3.9712e-07
j = 8
lambda = 3.8902e-07
```

První dvě hodnoty ( $j = 1$  a  $j = 2$ ) kvůli nesmyslným výsledkům budeme ignorovat. Balmerova série, kterou zde určuji, je totiž pád na druhou energetickou hladinu — neboli  $i = 2$  a  $i < j$ . Více informací v libovolné učebnici fyziky ([5], [6]).

Pokud chceme určit (a srovnat) spektrální čáry ve spektru, tak musíme určit střed čáry dle vztahu (5).

$$\bar{\lambda} = \frac{\sum_i w_i \lambda_i}{\sum_i w_i} \quad (5)$$

kde  $w_i$  jsou váhy jednotlivých vlnových délek  $\lambda_i$ . Samotné váhy dostaneme odečtením předpokládaného kontinua samotné čáry (více v části 2 — Odhad teploty hvězdy).

$$w_i = B(\lambda_i) - I_i$$

Pro různé vlnové délky musíme průběžně upravovat teploty, neboť vyzařování tělesa hodně závisí na teplotě (více na obrázku (1)).

Z obrázku (1) je také patrné, že nejlepší bude pro hodnoty  $j = 3, 4$  použít fit s teplotou  $T = 10000K$ . Pro ostatní ( $j=5 \dots j=8$ ) použijí fit s teplotou  $T = 10500K$ .

Tyto výpočty jsem udělal skoro ručně v programu Origin 7 ([7]).

Výsledky jsou shrnuty v tabulce (1) na straně (6)

## 5 Hustota na povrchu hvězdy

Podle vztahu (8.32) v manuálu [1], resp. podle vztahu (6) spočteme přímo hustotu ve sloupci (column density) — počet absorbujících částic z jednotkové absorbující plochy.

$$n_H = \frac{c\Delta\lambda_L}{\pi r_B^2 \lambda_0^2} \sqrt{\frac{m_H}{2k_B T}} \quad (6)$$

kde je několik hodnot, které vysvětlím následně:

$c \dots$  rychlost světla (fakt jsem to musel vysvětlit???)

$\pi \dots$  no comment (OK, takže teď vážně)

$m_H \dots$  hmotnost vodíkového atomu —  $m_H = 9,1 \cdot 10^{-31} + 1,67 \cdot 10^{-27} kg$

$k_B \dots$  Boltzmanova konstanta —  $k_B = 1,3806 \cdot 10^{-23}$

$r_B \dots$  Bohrovův poloměr orbity vodíku —  $r_B \approx 5,3 \cdot 10^{-11} m$

$T \dots$  Teplota plynu —  $T = 9200K$

Poslední dvě nevysvětlené hodnoty jsou  $\Delta\lambda_L$  a pak  $\lambda_0$ . Obě tyto hodnoty vezmu z tabulky (1).

$\Delta\lambda_L \dots$  je šířka čáry. V tabulce (1) je to druhý sloupec — šířka čáry  $\Delta\lambda$

$\lambda_0 \dots$  je těžiště čáry. V tabulce (1) je to pátý sloupec —  $\bar{\lambda}$

Výsledky jsou shrnuty v tabulce (2).

Script, který počítá jednotlivé hustoty z různých vodíkových čar je uveden v části (6.2). Výsledky jsou shruty v tabulce (2) na straně (6).

Celý výstup ze scriptu (6.2) následuje:

```
c = 300000000
kB = 1.38060000000000e-23
mH = 1.67091000000000e-27
rB = 5.30000000000000e-11
T = 9200
nH = 5.03411404076555e+28
nH = 1.24991123774807e+29
nH = 8.04315383193335e+28
nH = 1.01560433708374e+29
nH = 6.12195364587641e+28
nH = 1.16578973774294e+29
mean = 8.91871244072047e+28
```

## 6 Přílohy

### 6.1 Script pro určení teoretických míst čar vodíku

```
#!/usr/bin/octave -qf
RA = 10967760
i = 2
for j=1:8
  j
  lambda = 1 / (RA*(1/(i^2) - 1/(j^2) ) )
endfor
```

### 6.2 Script pro určení hustoty na povrchu hvězdy

```
#!/usr/bin/octave -qf
output_precision = 15
load("data.dat");
lambda0 = data(:,3);
deltalambda = data(:,2);
n = rows(lambda0);

soucet=0;
c = 3e8
kB = 1.3806e-23
mH = 9.1e-31 + 1.67e-27
rB = 5.3e-11
T = 9200

for i=1:n
  lambda = lambda0(i) * 1e-9;
  delta = deltalambda(i) * 1e-9;
  nH = (c*delta)/(pi*rB^2*(lambda^2))*sqrt((mH)/(2*kB*T))
  soucet = soucet + nH;
endfor

mean = soucet / n
```

### 6.3 Soubor data.dat ke scriptu 2

```
1 7.9 657.777
2 10.7 485.824
3 5.5 434.205
4 6.2 410.261
5 3.5 397.023
6 6.4 389.051
```

### 6.4 Poznámka

Zpracováno v sázecím systému L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X 2<sub>ε</sub> s použitím balíčků inputec, czech, graphicx, amsmath a hyperref.

## Reference

- [1] F. Hroch: *ASTRONOMICKÉ PRAKTIKUM*, Př.F Masarykova Univerzita, Brno (PDF ze dne 24. října 2006)
- [2] <http://www.astrosurf.com/buil/us/vatlas/vatlas.htm>
- [3] E. Pittich & D. Kalmančok: *Obloha na dlani*, Vydavatelstvo Obzor, Bratislava, 1983
- [4] D. H. Levi & J. Soumar: *Astronomie 1*, Vydavatelství Svojkva & Co., Praha, 1999
- [5] Feynman, R., Leighton, R., Sands, M.: *Feynmanove prednášky z fyziky*, 2. diel. Bratislava: Alfa 1986
- [6] Řezník, Halliday a Wolker – *Texar Ranger: Fyzika*; díl 5 — *Moderní fyzika*, Nakladatelství VUTium, Brno, roku jsem se nedohledal.
- [7] Origin 7.0 SR0 v7.0220(B220) — <http://www.OriginLab.com>

Tabulka 1: Tabulka srovnání teoretických a naměřených poloh čar spektra

j	Šířka čáry $\Delta\lambda$	$\sum_i w_i \lambda_i$	$\sum_i w_i$	$\bar{\lambda}$	$\lambda_t$ — teoret.	$\lambda_t - \bar{\lambda}$
1	-	-	-	-	-	-
2	-	-	-	-	-	-
3	652,5 – 660,4 nm	$1,33285 \cdot 10^{-5}$	20,30871	657,777nm	656,47nm	1,307nm
4	480,6 – 491,3 nm	$7,89363 \cdot 10^{-7}$	1,62479	485,824nm	486,27nm	0,43nm
5	431,7 – 437,2 nm	$1,71705 \cdot 10^{-5}$	39,54477	434,205nm	434,17nm	0,035nm
6	407,2 – 413,4 nm	$1,52492 \cdot 10^{-5}$	37,16947	410,261nm	410,29nm	0,029nm
7	395,2 – 398,7 nm	$9,43161 \cdot 10^{-6}$	23,7558	397,023nm	397,12nm	0,097nm
8	385,7 – 392,1 nm	$6,59463 \cdot 10^{-6}$	16,95055	389,051nm	389,02nm	0,031nm

Tabulka 2: Počet absorbujících částic z jednotkové absorbující plochy

j	Šířka čáry $\Delta\lambda$	$\lambda_0$	$n_H$
1	-	-	-
2	-	-	-
3	7,9 nm	657,777nm	$5.034 \cdot 10^{28}$
4	10,7 nm	485,824nm	$1.249 \cdot 10^{29}$
5	5,5 nm	434,205nm	$8.043 \cdot 10^{28}$
6	6,2 nm	410,261nm	$1.015 \cdot 10^{29}$
7	3,5 nm	397,023nm	$6.121 \cdot 10^{28}$
8	6,4 nm	389,051nm	$1.165 \cdot 10^{29}$
Průměrná hodnota			$8.9187 \cdot 10^{28}$