

## Počtení praktikum 1: druhá písemka - podzim 2021

1. Pomocí vhodné substituce a následné separace proměnných řešte obyčejnou diferenciální rovnici 1. řádu

$$y' + 1 = \frac{1}{y + x + 1},$$

s počáteční podmínkou  $y(0) = 0$ . Řešení ponechte v implicitním tvaru. (2,5 bodu)

Výsledek:  $(y + x + 1)^2 = 2x + 1 \Leftrightarrow (y + x)^2 + 2y = 0, y + x + 1 \neq 0, x \geq -\frac{1}{2}$

2. Řešte nehomogenní obyčejnou diferenciální rovnici 1. řádu

$$xy' - 1 = y + x(x - 1),$$

s počáteční podmínkou  $y(1) = 1$ . Můžete postupovat metodou “variace konstanty” nebo metodou “integračního faktoru”. (2,5 bodu)

Výsledek:  $y + 1 = x(x - \ln|x| + 1), x \neq 0$

3. Řešte obyčejnou diferenciální rovnici 2. řádu

$$y'' + 2y' + 5y = 5 \cos 2x - 3 \sin 2x,$$

s okrajovými podmínkami  $y(0) = 2, y'(0) = 3$ . Metodu řešení můžete zvolit podle svého výběru, doporučuji ale, pokud to lze, metodu “neurčitých koeficientů”. (2,5 bodu)

Výsledek:  $y = (1 + e^{-x})(\cos 2x + \sin 2x) \Leftrightarrow (1 + e^{-x}) \left( \frac{1 - i}{2} e^{2ix} + \frac{1 + i}{2} e^{-2ix} \right)$

4. Řešte obyčejnou diferenciální rovnici 2. řádu

$$y'' - y' - 12y = -(21x^2 + 8x + 5)e^{-3x}.$$

Metodu řešení můžete zvolit podle svého výběru, doporučuji ale, pokud to lze, metodu “neurčitých koeficientů”. (2,5 bodu)

Výsledek:  $y = (x^3 + x^2 + x + C_1)e^{-3x} + C_2 e^{4x}$