

1. Formy meziplanetární hmoty a kde se s ní setkáváme? Jak souvisejí komety a planety s meteory a meteority? Vznik a dynamika vývoje meteorických rojů.

- planety - 100 km - 1000 km
 - komety (asteroidy) - 100 m - 100 km
 - meteoroidy - 1 mm - 100 m (mikro)
 - kosmický prach - < 1 mm
 - plyn (plasma), sluneční vítr
- zejména prachové částice
+ voda a jiné sloučeniny
+ další pozůstatky výbuchů SN

• kde se s ní setkáváme

- planety - můžeme je přímo pozorovat i malým dalekohledem
- tělesa menší než ≈ 500 km nepravidelného tvaru (Ceres)

- Kirkwoodovy mezery - v vnitřním pásu mezi Marsem a Jupiterem - Jupiter zabránil vzniku dalších těles
- metery v hlavním pásu planet
- rezonance Jupiteru - nebo za dráhou Neptunu (transneptunická tělesa) - Kuiperův pás

- komety - opět můžeme pozorovat, některé dokonce volným okem
- koule z prachu a vody - velké množství zmrazí vody \rightarrow na zemi
- velmi eliptické dráhy - poblíž Slunce může dojít k vypařování - ZAU

SDO

- objekty rozptýlené disku - dvě typy ohonu - ve směru pohybu - (prach) - vyparování
- Jupiterova radiace belt - ve směru od Slunce - sluneční vítr (plyn) - ionizace
- Oortův oblak - Halleyova rodina - anomální - protichůdné - odraz a rozptyl - hmotnější částice
- jádro - led, CO_2
- coma - plynná obálka - voda + plyn
- ohon - prachové částice a plyn

- asteroidy - ~~meteoroidy~~ - met komety bez komy a ohonu, pozorujeme dalekohledem
- meteoroidy - kosmické smet - méně vnitřně dráhy, nejsou jiné názvy pro planety

- meteoroidy = kosmické smet
- vyhledávají se poblíž větších těles (komet) či volně v prostoru
- způsobují meteory - meteorické roje (komety) či meteorické meteority (smet)

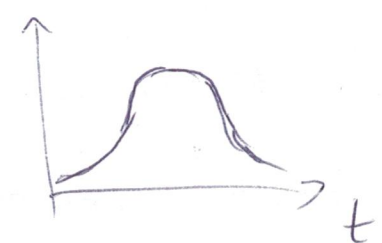
- kosmický prach - mikrometeority - zničt sondy na oběžné dráze
- zvířetňové světlo - odražené sluneční světlo na prachu
- pochází nejspíše z komet a z kolizí planetek
- souhlas s inklinací Jupiteru.

(zodlahaání)
prolivit - ~~částice~~ ~~meteoroidy~~

- plasma, sluneční vítr - polární záře, Carringtonova událost

- komety a meteory
- meteoroid - malé těleso ve vesmíru - chondrit, Fe, kámen
- meteor - optický úkaz, když vletí do atmosféry
- meteorit - těleso, které dopadne na zem

- komety a planety jsou zdrojem většiny meteoroidů - musí být doplňování
- existují ale i náhodné meteory - země by je během milionů let vymetla
- když Země na své oběžné dráze proletí oblastí kudy proletěla komety - z hlubokého pásu (tepelné a chem. vzrušení)
- > větší koncentrace těchto meteoroidů

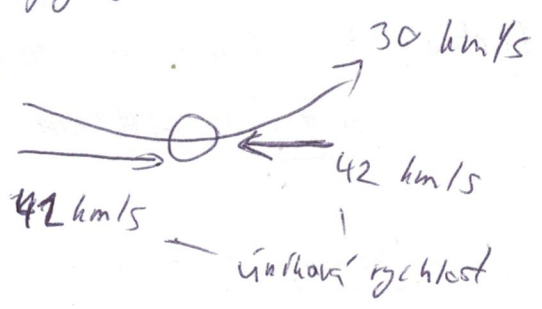


- četnost meteorů se v rámci roje mění
- počátek, maximum a konec
- největší četnost poblíž pólů - naše kochr obloha má největší "účinný průřez"

- meteory

- hoření meteoroidů ale i plynu kolem něj $T \sim 4000K$
- bolidy - větší smrtky -> velmi jasné meteory, můžou i vybuchnout
- raje - pomyslně vycházejí z jednoho bodu - radiant - dráhy jsou rovnoběžné ale perspektiva
- pojmenovávají podle souhvězdí
- Perseidy (srpen), Geminidy (prosince)

- kondenzační stopy - krátké - stopy ionizovaných plynů - radiálně pozorované
- dlouhé - kondenzační prášky



- to v jaké výšce shodí závisí na jejich rychlosti



2. Srovnávejte terestrické planety z hlediska užití a větší stavby a z hlediska atmosfér. V čem je Země jedinečná?

- společné vlastnosti
 - vznikly z planetesimál
 - vysoká hustota, kompaktní => pevný povrch
 - blízko slunce -> pomalá nebo vážná rotace
 - diferenciací - jádro, plášť, kůra

ellip 0.2
 - sférický
 Merkur 3:2
 - Venúse - retrográdní

- Merkur
 - spíše planetesimál, spin orbitální rezonance, eliptická -> teplotní extrém
 - druhá nejmenší planeta - velké zastoupení kovu (70%) a křemíkatů (30%)
 - velké těžké jádro - relativně silné mag. pole ~~prakticky žádná~~
 - nejspíše tekuté
 - těžké vlny, cuspy - vlnová délka malých částic
 - obklopené pláštěm ze silikátů (křemíkatů) a uhlíkem (100-300 km)
 - základní - nejspíše kvůli staře, která způsobila odpaření uhlíku -> zbylo jen jádro
 - podobně tomu bylo u Měsíce
 - nejspíše taky kvůli diferenciaci v protoplanetárním disku

- prakticky žádná atmosféra - kvůli moc velké teplotě - ~~zbytek~~ část MB rozdělen je větší než úhlová rychlost

- impaktní krátery a přírve - spousta zachovalých kráterů

- Venuše
 - retrográdní rotace - nejspíše kvůli složení husté atmosféry
 - spolu se Zemí "první" planeta - má ~~aktivní~~ tektoniku a vulkanismus (ale už moc ne)
 - velmi podobná Zemi - velikost i složením ~~prakticky nemá tektoniku a vulkanismus~~ je epizodický
 - nejsou přímé důkazy deshové tektoniky, ak předpokládá se
 - železné jádro, plášť a kůra (sírka -> sulfidy)

podobá se Zemi asi v 50 km - předpokládá se vulkanická aktivita - jiný mechanismus než u Země - vše epizodické + kyselina sirová až 500°C

diferenciací atmosfér

- atmosféra
 - blesky a bouře
 - se od Země velmi liší - z 99% z oxidu uhličitého
 - silný skleníkový efekt -> vysoká teplota a tlak a velmi nepříznivé podmínky
 - málo hlubokých kráterů - silná eroze + nedávná přeměna velké části povrchu
 - sklon osy ~ 3° -> nejsou zde roční období
 - i přes pomalou rotaci teplota na denní / noční straně ukeměně stejná
 - téměř nemá magnetické pole -> rozptýlení vody na vodíku a kyslíku -> vodík ztrávil
 - má jen indukované v atmosféře ze slunečního větru

- Mars
 - spíše planetesimál, dříve nejspíše tektonika a vulkanismus (spáry) - dnes už ne
 - dříve nejspíše atmosféra, mag. pole i voda -> ztráta mag. pole -> ztráta vody a atmosféry
 - 10% hmotnosti Země, čedič a křemíkatů

- červený povrch - oxidy železa
- stopy po zvrstvě vodě, vysoká říční eroze a sedimenty
- pseudomagnetsféra - indukována

- Země - nejvíce hustota
- = soustava země + měsíc - výměna momentu hybnosti \rightarrow 4 cm / rok
- kapalná voda, biologické profery
- desková tektonika, vulkanismus
- sklon 23,5° \rightarrow roční období
- jádro, plášť, kůra - oceánské, pevninské
- atmosféra - jedinečná
 - ovlivněna biologickými profery
- dipólové magnetické pole
- jedinečnost obyvatelská zóna
velký měsíc

- Měsíc - binární systém Země - měsíc
- vázaná rotace - nutace, librace, aberace

3) Jak se získávají kvalitní fotometrická data? Standardní procedury redukce těchto dat? Systémy UBVRI a uvby β a jak se používají k diagnostice hvězd?

- detektory záření - dříve: oko, fotografické emulze, fotomultiplikace

- nyní: Charge Coupled Devices (CCDs) - na bázi křemíku

- pixel = potenciálová buňka, která zachytává vyzařené elektrony - fotoel. jev

- fits formát

- řádově desítky až stovky tisíc elektronů

- velikost řádově μm

- může dojít k přetečením = blooming

- antibloomingové čipy - kamalky odvádějí

- po ukončení expozice se výtka postupně vykládá - narušil od CMOS

- při vyčítání musí být završena závěrka

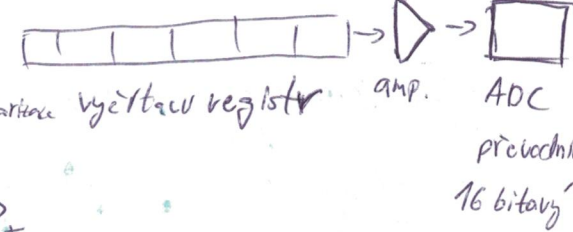
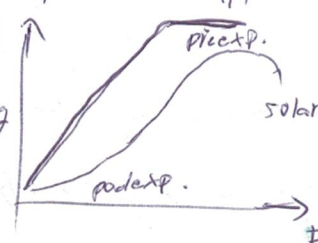
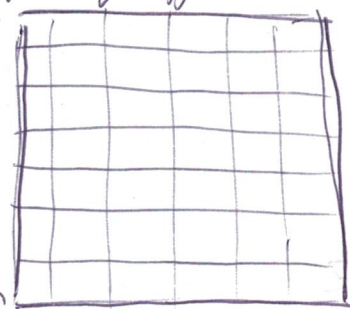
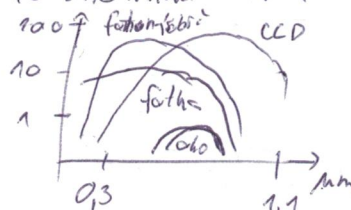
- aby nedošlo ke smearingu obrazu

- výhody • vysoká QE (až 90%)

• velmi dobrá linearita

= odezva na porovnaný signál $\cdot D$

• rozlišení intenzity $\approx 0.01 \text{ mag}$



- nevýhody • nižší prostorové rozlišení

• nutnost kalibrace

- tepelný šum (lze korigovat chlazením)

- kosmické záření (lze korigovat statisticky)

- výčtkový šum (lze korigovat korekčními sračky)

- rozdílná citlivost pixelů - / / , hot pixels

• rychlost vyčítání - v porovnání s CMOS

- redukce dat

- dark frame = temný snímek - tepelný šum

- stejná expozice při zavřené závěrce

- bias frame = vyčtkový šum

- co nejkratší expozice při zavřené závěrce

- flat field = vlnění, nerovnosti na čipu

- 1/2 až 2/3 saturace při rovnoměrném osvětlení čipu

$$\text{výsledný snímek} = \frac{\text{původní} - \text{bias} - \text{dark}}{\text{normalised flat}}$$

- barevné systémy - CCD čipy jsou citlivé v určitém rozsahu \rightarrow zaznamenají všechny přicházející fotony v daném rozsahu

- pro získání více informací je dobré spektrum rozdělit

• Johnsonův UBVRI systém - širokopásmový systém, stovky nm

- překrývají se (š 30 nm)

- běžně používáno - excess, extinkce

- barevný index B-V \Rightarrow odhad teploty

• Strömmerův uvby systém - užito až středněpásmové

uvby β - desítky nm a méně, nepřekrývají se

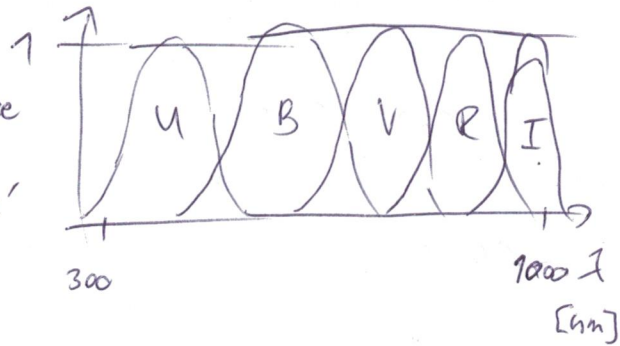
- doplněn a H β (486 nm)

(u-v) - (v-b)

(v-b) - (b-g)

- umožňuje určit výšku **balmeho** sloku ~~řady~~, a metalický index

- lepší informace o vlastnostech hvězd



• družice mají často svoje systémy

• UGRIZ - Sloan Digital Sky Survey

- atmosférická extinkce - závisí na výšce objektu

+ seeing \Rightarrow dalekohledy ve ~~vesmíru~~

4) Fotometrická diagnostika hvězd - Pollux. Pomocí m_v , π a spekt. typu

odhadnete: $m_v = 1.14 \text{ mag}$ $\pi = 96.54 \text{ mas}$ sp. typ = K0 III b

a) efektivní teplota

$T_{\text{eff}} \approx 5700 \text{ K}$

- rudý obr, chladnější než slunce

b) bolometrickou korekci

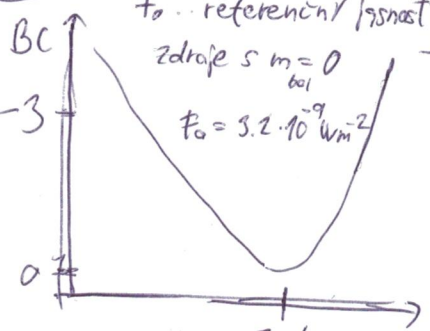
$m_{\text{bol}} = -2.5 \log \frac{F}{F_0}$

F_0 - referenční jasnost
 zdroje s $m_{\text{bol}} = 0$
 $F_0 = 3.2 \cdot 10^{-9} \text{ W m}^{-2}$

$BC = -0.42$

- pro obra typu K0

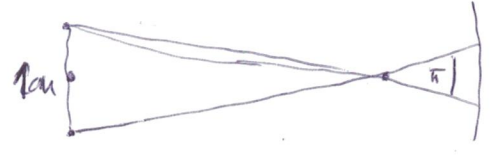
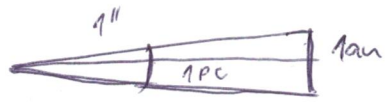
$I = \int I(\lambda) R(\lambda) d\lambda$



c) bolometrickou hvězdnou velikost

$m_{\text{bol}} = m_v + BC = 0.72 \text{ mag}$

d) vzdálenost



$r [\text{pc}] = \frac{1}{\pi ['']} = \frac{1}{0.09657} = 10.4 \text{ pc} \approx 33 \text{ lyr}$

e) absolutní bolometrickou hvězdnou velikost

$m_1 - m_2 = -2.5 \log \frac{F_1}{F_2} \Rightarrow m - M = 5 - 5 \log r$ $M = -2.5 \log F(d=10 \text{ pc})$

$M = m - 5 \log r + 5 = 0.68 \text{ mag}$

$T_{\text{eff}} = 0.6 T_0$

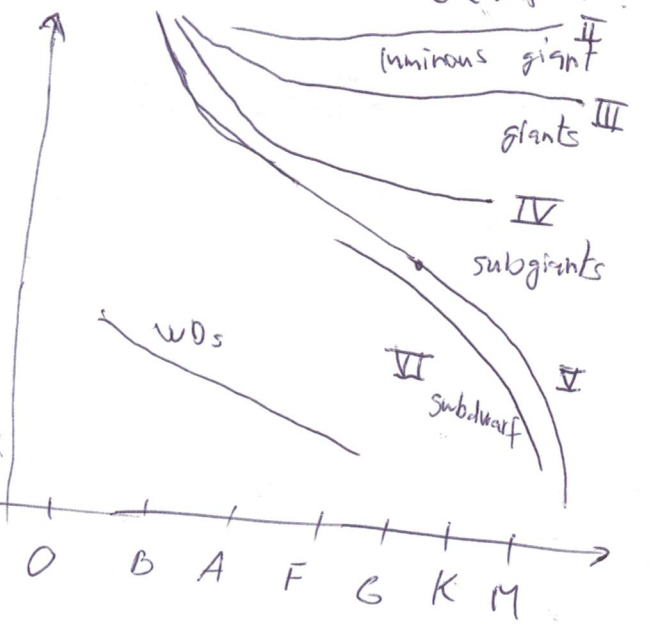
f) zářivý výkon a poloměr hvězdy

$L [L_0] = (100^{1/5})^{M_0 - M}$ $M_0 = 4.83 \text{ mag}$

$L = 45.7 L_0$

$L = 4\pi R^2 \sigma T_{\text{eff}}^4$

$R = \left(\frac{45.7 L_0}{4\pi \sigma T_{\text{eff}}^4} \right)^{1/2} = \left(\frac{45.7 \cdot 4\pi R_0^2 \sigma T_0^4}{4\pi \sigma T_{\text{eff}}^4} \right)^{1/2}$



- způsobena faktem, že to pozorujeme v nějakém filtru

- vyjde to až na celé spektrum

5) Mezihvězdná extinkce a barevný exces. Spekt. typ A0V, $M = 9,5 \text{ mag}$, $B = 11,6 \text{ mag}$

Určete hodnotu barevného excesu a nezcervenale hv. velikosti V_0 a B_0 .

Odhadněte vzdálenost - jaké byto se dopustili chyby pokud nepočítáme mezihvězdnou extinkci?

- mezihvězdná extinkce - způsobena plyhem a prachem mezihvězdnými a hvězdou
- opacita K - for vlnové délky, absorpce + rozptyl

- Mieův rozptyl - prach λ^{-1}
- Rayleighův rozptyl - molekuly λ^{-4}
- obloha je modrá
- Thomsonův rozptyl - malá částice
- nezávisí na λ

$$dI = -I n \sigma ds \quad n \dots \text{koncentrace}$$

$$\tau = \int n \sigma ds \quad \sigma \dots \text{účinný průřez}$$

$$I = I_0 e^{-\tau} \quad \tau = \begin{cases} < 1 \text{ tenké} \\ > 1 \text{ tlusté} \end{cases}$$

→ barevný exces $E(B-V) = (B-V) - (B_0 - V_0)$

$m_{0,c} = m_c - A_c$ $A_c \dots$ extinkce v barvě $A_c = a_c \cdot r$ (Herbigova hvězdy)

- u pramenných hvězd to většinou jen posuně statistickou křivkou - pokud to není extinkce z okolí hvězdy
- nejdříve se rozptyluje modrá ⇒ mezihvězdné zčervenání

- poměr excesů je konstantní $\frac{E(B-V)}{E(B-V)} \approx 0,72$ a $A_V = 3,2 E(B-V)$

$$A_B = E \left(1 + \frac{A_B}{A_V - A_B} \right)$$

$(B_0 - V_0)_{A0V} = 0 \Rightarrow E(B-V) = (B-V) - (B_0 - V_0) = \underline{1,1 \text{ mag}}$

$A_V = 3,2 \cdot E(B-V) = 3,2 \cdot 1,1 = \underline{3,52 \text{ mag}}$ $V_0 = V - A_V = 6 \text{ mag}$

$M_V(A0V) = 1,5 \text{ mag} \Rightarrow m - M = 5 - 5 \log r \quad r = 10^{\frac{1}{5}(m - M + 5)}$

$m - M = 5 \log r - 5 \quad \underline{r = 78,7 \text{ pc}}$

bez extinkce $\underline{r = 398 \text{ pc}}$

6) Spektrální diagnostika hvězd. ~~jak se používá a redukuje~~ Jak se používá a redukuje spektra astrofyzikálních objektů? Co vše lze odvodit z profilu spektrálních čar?

- záření z hvězd se podobá záření AČT - spojitě spektrum →
- známé ho bud' barevnými filtry - Johnsonův, Strömgrenův, ODI, garnet
- případně ho rozložíme na spektrum - rozdělení na malinkaté části = biny
- hranolem nebo mřížkou

- diagnostika hvězd - ^{→ spektrální klasifikace} určí teploty a spekt. třídy
- v dobrém přiblížení - spektrální čáry a pásy
- Fraunhoferovy čáry - absorpční čáry
- Kirchhoff a Bunsen



čáry plynu mezi námi a zdrojem ← absorpční - je-li plyn chladnější než zdroj
emisor - je-li plyn teplejší

- u hvězd hlavně absorpční čáry - protože ~~je~~ větší hloubka jsou teplejší
- ⇒ určí složení atmosféry - je stejné jako u slunce

- Dopplerův jev - posun čar vlivem vzájemného pohybu $\frac{\lambda'}{\lambda} = 1 + \frac{v}{c}$

- emisor - když je ten plyn teplejší, emisor unášený

- O HII, HeI
- B HI, HeI
- A HI, kovy ionizované
- F HI, kovy ionizované
- G neutrální kovy, molekuly
- K alkalické kovy, molekuly
- M molekuly methanu
- L
- T ←

- jak se používá spektra - nejprve spektroskop - očima

- ^{- ten zářivý} později spektrogram / spektrograf - skleněné desky

- nyní - spektrální mřížky + CDD kamera (echeletová mřížka) ^{- zadrž. prvky}

- je potřeba kalibrační lampy - světlo o známé vlnové délce

- získáme snímek rozloženého spektra → kalibrace

⇒ závislost intenzity na vlnové délce - spektrální modely IRAF
SPLAT

- nejnovější - integral field unit - určeno rychlosti
- určeno šířky a profily spektrálních čar

- spektrometr MUSE (na VLT)

- 2D obraz spektra - například rotace galaxií nebo mlhovin

- rentgenová spektroskopie - Chandra, XMM Newton - ACIS, pn

- mřížky - HETG, LETG, RGS

- mikrokalořometry

co lze odvodit z profilu spektrální čáry

- spektrální čáry nejsou přesně delta funkce - jednak pozorujeme skutečným rozlišením
- a dále mají čáry nějaké fyzikální rozšíření

• přirozené - z relativ. neurčitosti $\Delta L \cdot \Delta E \rightarrow$ Lorentzův profil

- může hrát roli u dlouhých vlnových délek

z maxwellova rozdělení rychlostí

• tepelné (= doplerovské) - kvůli náhodným pohybům molekul

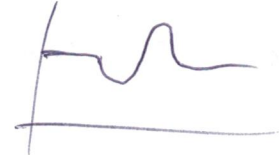
- u hvězdných hvězd - gaussovské $w(v) dv = \frac{1}{\sqrt{v_0} \cdot v_{th}} e^{-\frac{v^2}{v_{th}^2}} dv$ $v_{th} = \sqrt{\frac{2kT}{m}}$

• mikroturbulence = netepelný pohyb $v_{th} = \sqrt{\frac{2kT}{m} + v_{turb}^2}$

• tlakové = stažkové - stažka během vyzařování

- hraje roli u hustých atmosfér - účinnost \propto blíží tlakové $slw = c\rho r^{-p}$

- Lygnt profil - kvůli rozptýlení se plynné obálce



• rotace hvězdy

• magnetické pole - Zeemanův jev

- jádro + křídla

- FWHM

- ekvivalentní šířka - obdélník o stejné síle jako $\frac{S}{hloubka}$

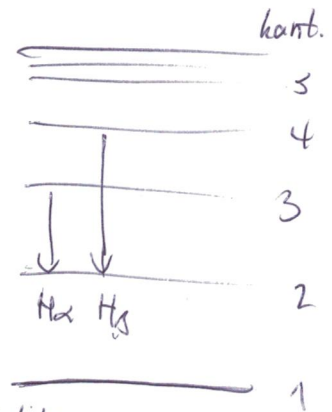
7. Spektrální klasifikace a její výhled

- spektrum hvězd

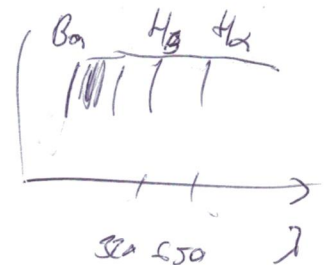
- z fotoféry
- chemické složení, populace hvězd
- teplota - hlavní parametr
- klasifikace - historicky - Angelo & Sechi
- Harvardská klasifikace - hlavně teplota, nebere ohled na změny Z. řádu
- Morganova-Keenanova - luminositivní třídy I-III
 - vývojové stádium hvězd
 - efekty dlouhého řádu
- Harvard + Morgan-Keenanova → přesná poloha hvězd na HR diagramu

- vodíkové spektrum hvězd - nejvíce zastoupený prvek

- hladiny vodíku - z kvantovy
- vázané - vázané přechody → zároví spektrum
 - množství světla při různých přechodech
 - Lymanova - UV
 - Balmerova - optická, nejsilnější kolem 10 kK
 - Paschenova - spíše už IR



- Balmerův šok - vyšší státní - u teplejších hvězd asi větší



- Sahaova rovnice

Spektrální klasifikace

- rozděleny na 10 podtříd

- na základě vzhledu spektra zavedeno rozdělení do spektrálních tříd O-B-A-F-G-K-M-L...

- základním parametrem je efektivní teplota hvězdy - určuje stupeň ionizace prvků

- specifikace spektrálních tříd horkých hvězd:

- podtřidy podle sítí čar He II / He I

O - velmi horké hvězdy, málo čar (spousta věcí je ionizována), silné absorpční čáry He II

B - absorpční čáry He I, zesiluje H - podtřidy podle Si IV, Si III

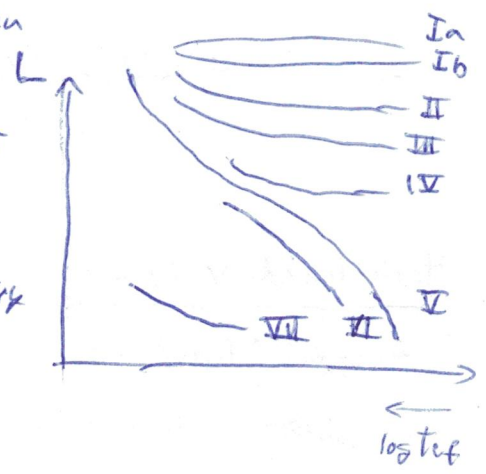
A - silné čáry H, narůstají čáry Ca II, He velmi slabé pokud vůbec - podtřidy podle H, Ca II

F - slabé H, silné Ca II, objevují se čáry kovu (Fe I, Cr I) - podtřidy podle Ca II, Fe I, Ca I

- proč pro hvězdy třídy A pozorujeme nepřímo Balmerovy čáry vlnám

- u teplejších hvězd je většina vlnám ionizovaná

- u chladnějších hvězd klesá počet 2. vůči 1. excitované hladině



- luminositivní třídy - přikládají se ke standardnímu označení

- hvězdy v různé třídy stejného spekt. typu budou mít různé spekt. čáry

- hvězdy s vyšším zářivým výkonem (obří, nadobří...) budou mít typičtější vlnám atmosféry → méně rozšířené spekt. čáry

- využívají se poměry čar Si III, Si III a He I - pro horké hvězdy O a B

a podle čar vlnám neutrálních kovů - pro chladnější hvězdy A a F

- další označení - e - emisní čáry

- f - hvězdy typu O s emisními čarami He II, N III

- p - pekulární spektrum

- s - ostře čáry

- Wolf-Rayet hvězdy - pozdní fáze O a B hvězd - hvězdný vítr, obalika, P Cygni profil

- slabé čáry H, emisní čáry CNO

- WN - čáry H, N
 - WC - čáry He, C, O
 - WO - silné čáry O
- bez vlnám, spousta He

- Bílý trpaslík

DA - silné vodíkové čáry (jako u spekt. typu A)

DO - výrazné He čáry (jako u spekt. typu O), DOZ - těžší prvky

DB - čáry He I

DC - bez odpovídajících čar

DA	čáry H I	teplota
DO	He II	> 45 kK
DOZ	He II, těžší prvky	> 45 kK
DB	He I	30 kK > Tef > 11 kK
DC	bez čar	< 11 kK

- DB gap - lomkové t usazení prvků

Balmerův skok ~~průhlednost~~ Lyman Paschen , obdobně i pro $n=1$ a $n=3$

- opacita na $\lambda \leq 364,7 \text{ nm}$ prudce narůstá - foton má dost E na ionizaci elektronu v $n=2$
- spojité spektrum ohraničené vlnou delkou = Balmerova kontinua
- výška skoku souvisí s obsazením hladin s $n=2$ - závisí na teplotě, luminositat třídě - hustota
 - u horoučích klesá s ionizací \Rightarrow nejvyšší pro třídu A0
 - u chladných klesá s excitací
- pokud by čáry nebyly rozšířené pak by se v blízkosti skoku nacházelo nekonečně čar
 - čáry jsou však rozšířené a množství izolovaný atom
 - u Balmera je nejdůležitější rozšíření Starkova (tlakem)
 - je úměrné n^2 , rozdíl E je úměrný $1/n^3 \rightarrow$ bude existovat čára n_n s rozšířením větší než je vzdálenost další čáry
 - Inglisův - Tellerův vztah - rozšíření závisí na počtu (koncentraci) e^-
 $\log n_e = 23,30 - 7,5 \log n_n \Rightarrow$ více čar \rightarrow menší n_e

Horoucí hvězdy v UV oblasti

- vysoké teploty \rightarrow většina záření v UV oblasti
- většina je absorbována atmosférou \rightarrow družice - balistické rakety, IUE, HST
 - výhodou je, že tyto už jsou nahalibrovane
- hlavně oblast Balmerova kontinua 91-364 nm
 - vyzařují i v Lymanovi kontinuu - to už má ale dost E na ionizaci H
 \Rightarrow pohlcena na mezihvězdném vodíku
- spektrální čáry jsou velmi četné - rozděleny na kontinuum a čáry ztrácí smysl
 - četné čáry hmoty, rezonanční čáry
 - pozorujeme i interstelární čáry
 - u HP hvězd tříd O a obrů tříd B a A pozorujeme P Cygni profil

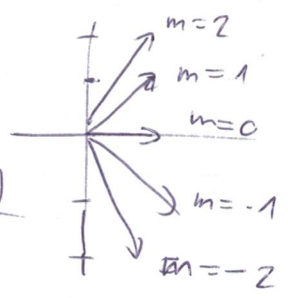
8. Zeemanův jev v astrofyzice. Interakce atomů s mag. polem, měření mag. pole hvězd, hvězdy s magnetickým polem.

- hvězdy jsou z plazmatu - pohybují se nebo generují mag. pole \leftarrow to je oblast \leftarrow je to způsobem relativního pohybu
- dynamickým efektem - konvekční pohyby v pod povrchních vrstvách
- spektroskopické důsledky - rozštěpení čar, vznik tripletů
- Zeemanův jev - u atomu v mag. poli dojde k sejmutí degenerace energetických hladin příslušných různým magnetickým číslům a dojde k jejich rozštěpení
- trojice kvantových čísel: $n = \text{hlavní}$, $L = \text{vedlejší (orbitální)}$, $S = \text{magnetické}$
- v přítomnosti mag. pole rozštěpení na $2J+1$ složek $J_z = m\hbar$ $-\ell \leq m \leq \ell$
- celé nebo poloviční ~~čísla~~ mag. číslo M - projekce J do \vec{B} ?

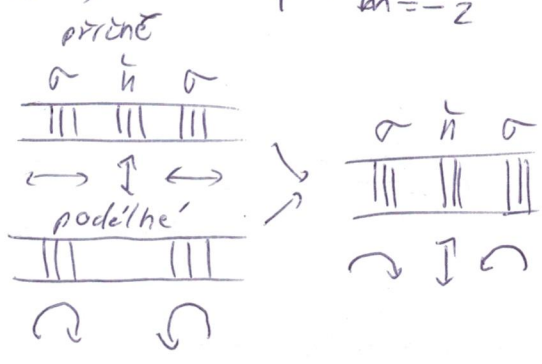
$$\Delta E(m, B) = g \mu_B m B$$

g ... Landého faktor

$$g = 1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)}$$



- jednotlivé složky lze odlišit podle polarizace
- π složka - lineárně polarizované, rovnoběžné s polem
- σ složka - elipticky polarizované, opačně orientované
- v principu lze detekovat obě složky
- v praxi je však lepší měřit jen podélnou složku



\rightarrow a tedy měřit vzájemné posuny čar

$$\Delta \lambda = \pm \frac{\mu_B B}{c} \lambda_0^2$$

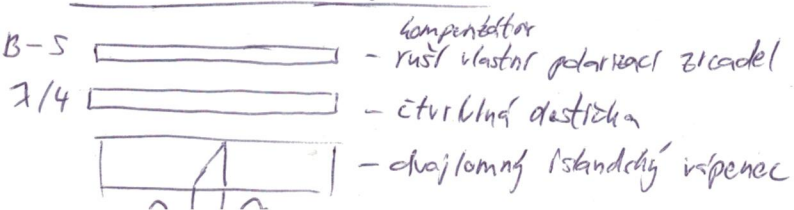
λ_0 ... vlnová délka
 σ složek v jednočárkách Zeem. normalního tripletu

- efektivní magnetické pole - příspěvky přes celou polokouli

$$B_e = \frac{2}{5} B_p \left(\cos \beta \cos i + \sin \beta \sin i \cos \frac{2\pi t}{P} \right)$$

i ... inklinace
 β ... sklon osy pole a rotační osy
 P ... perioda rotace

Zeemanův analyzátor



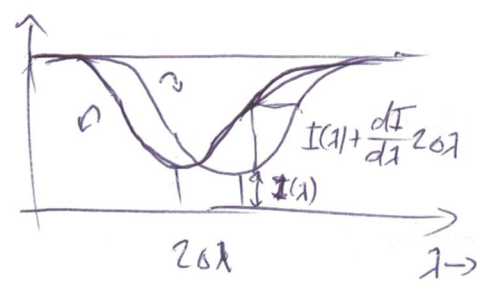
- rozložit spektrum na dvě σ polarizace
- neúčinné pro rychle rotující hvězdy

- cross-over effect - při změně polarity efektivního mag. pole křivka šířka čar v opačných polarizacích → při změně polarity síto symetrické
- důsledek kombinace Zeemana a rotace - argument ve prospěch síhého rotatoru

vodňový magnetometr

- měří polarizaci v křídlech sířkových čar

$$V = \frac{I_L - I_R}{I_L + I_R} = \Delta \lambda \frac{\left(\frac{dI}{d\lambda}\right)}{I(\lambda)}$$



- lze testovat i rychle rotující hvězdy
- šířka H čar mnohem větší než rozmytí čar rotací

- u některých hvězd je mag. pole natolik silné, že můžeme pozorovat triplet

- B_s by mělo mít podobu dvojitky - B_s se má měnit od 0,64 do 0,8 B_p
- to se nepozoruje → dipol není tak úplně centrální (0,1 až 0,36 R_*) ^{severní a jižní pól se bude lišit}

- mag. pole je takřka dipólové - toroidální složky by nemohly vytvořit měřitelnou paralelní složku
- Zeemanův rozštěp je čistý & bezúhelný
- nepozorujeme lokální mag. pole jako ve slun. skvrnkách

$$r = \frac{B_e(\min)}{B_e(\max)} = \frac{\cos\beta \cos i - \sin\beta \sin i}{\cos\beta \cos i + \sin\beta \sin i} \rightarrow \text{preferovanou orientaci } \beta = \begin{cases} 20^\circ \\ 80^\circ \end{cases}$$

- u kterých hvězd se s mag. polem setkáme - všechny mají mag. pole
- chemicky pevnější
- neutronové hvězdy & magnetary, blíží trpaslíci
- slunce - skvrny

9) Stavba hvězd: mechanická rovnováha, teorem viriálu. Odhadnete centrální tlak a teplotu chemicky homogenní hvězdy. Jak závisí na hmotnosti?
Co by se stalo kdyby ve Slunci přestali běžet termojaderné reakce?

- stavba hvězd - založena zejména na fyzikálních modelech a simulacích
 - většinu informací máme pouze z fotosféry (stovky km)
 - případně u Slunce astroseismologie, případně pulzace hvězd
 - u vzdálených hvězd kataklyzmické události - v jádru MS, WD, těžší prvky
 - usnadňuje to skutečnost, že jsou v mechanické a energetické rovnováze
- mechanická rovnováha - hvězdy jsou na dlouhých časových škálách poměrně stabilní (statičné)
 - = výslednice gravitačních a všech ostatních sil je nulová \Rightarrow element se nepohybuje
 - pokud by působila pouze gravitace \rightarrow hvězda by se zhroutila do hmotného bodu (BH)
 - proti gravitaci působí - vztlaková síla plynu - odstředivá síla
 - tlak záření fotonového plynu - pro velmi hmotné hvězdy ($> 30 M_{\odot}$)
 - elektronová degenerace
- průměr přibližně - nedegenerovaná osamocená nerotující sféricky symetrická hvězda

$$F_g = m \cdot g(r) = \rho(r) \cdot \delta \cdot \Delta r \cdot g(r)$$

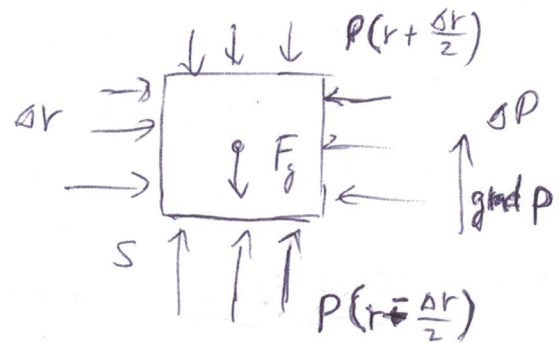
$$F_{vz} = S \cdot \Delta P = S \cdot [P(r + \frac{\Delta r}{2}) - P(r - \frac{\Delta r}{2})] =$$

$$= S \cdot [P(r) + \frac{dP}{dr} \frac{\Delta r}{2} - P(r) + \frac{dP}{dr} \frac{\Delta r}{2}] = \delta \frac{dP}{dr} \Delta r$$

$$F_{vz} = F_g \Rightarrow \boxed{\rho(r) \cdot g(r) = \frac{dP}{dr}}$$

$$\text{grad } P = \rho(r) \cdot \vec{g}(r)$$

$$\frac{dP}{dr} = -G \rho(r) \frac{M(r)}{r^2}$$



$$\rho = \frac{GM(r)}{(\frac{r^2}{2})^2} \text{ - většina hmoty}$$

$$dM(r) = 4\pi r^2 \rho(r) dr$$

~~$$\rho = \frac{4\pi r^2 \rho(r)}{3}$$~~

- předpoklad - na povrchu bude nulový tlak, v centru maximální

$$\frac{dP}{dr} \approx \frac{\Delta P}{\Delta r} = -\frac{P_c}{R} \quad \rho \approx \frac{3M}{4\pi R^3} \quad g \approx \frac{GM}{(\frac{R}{2})^2}$$

- reálný tlak bude asi o řád vyšší
- v centru je vyšší koncentrace
+ větší zastoupení helia

$$\rho(r) \cdot g(r) = -\frac{P_c}{R} \quad \boxed{P_c \approx G \frac{M^2}{R^4}} \quad \text{- pro Slunce } 10^{15} \text{ Pa} \quad T_c = \frac{G M \mu_H M}{k} = 1.4 \cdot 10^7 \text{ K} \left(\frac{M}{M_{\odot}} \right) \left(\frac{R_{\odot}}{R} \right)$$

- centrální tlak u hvězd HP bude s rostoucí hmotností klesat

- hmotnější hvězdy mají menší hustotu i povrchové gravitační zrychlení

- narušení hydrostatické rovnováhy: $m \vec{a} = \vec{F}_{vz} + \vec{F}_g$ ~~Atletická~~ ~~Technická~~

$$S \cdot dr \cdot g(r) \cdot \vec{a} = - S \cdot dr \frac{dP}{dr} - S \cdot dr g(r) \vec{g}(r) \Rightarrow g(r) \cdot a = - \frac{dP}{dr} - G g(r) \frac{M(r)}{r^2}$$

- expanze - nárůst potenciální energie na úkor vnitřní energie, chladne, tlak klesne

- kontrakce - klesá potenciální energie, hvězda se zahřívá, roste tlak

- hvězda může takto pulzovat dokud se to nezastaví - páš nestability

- pulzace jsou buzení excitací a deexcitací prvků \rightarrow nezastavuje se

- Zrychlení elementu $a = g_0 (\gamma - 4) \cdot x$ $x = 1 - \frac{r}{R_0}$

γ ... adiabatický koeficient

(potomový ideální plyn $\gamma = \frac{5}{3}$)

- $\gamma > \frac{4}{3}$ - stabilní rovnováha \rightarrow knítko \rightarrow zatluče se

- $\gamma < \frac{4}{3}$ - labilní rovnováha - hvězda se začne hroutit - kolaps se zastaví až když

se γ dostane zase nad $\frac{4}{3}$

- přestaly termojad. reakce ve Slunci - podřvat se na štěpku

- Zpočátku nic - ale Slunce bude mít stále svůj zřetelný výkon L_{\odot}

- nebude hrazen z termojaderných reakcí \rightarrow začne chladnout

\rightarrow sníží se tlak a vztáhová síla \rightarrow začne kolabovat \rightarrow čímž dojde k ukladí L_{\odot}

- několik milionů let bude pomalu kontrahovat (jádro)

- obálka se odvrhne \rightarrow vzniká planetární mlhovina + WD

- viriální teorém - věta o viriálu (Clausius 1870)

- vnitřní energie systému $U = E_k + E_p$ $U = \frac{1}{2} \langle E_p \rangle = - \langle E_k \rangle$

- pokud je E_p síla úměrná $\sim \frac{1}{r^2} \Rightarrow 2 \langle E_k \rangle + \langle E_p \rangle = 0$

$$\frac{dL}{dt} = \frac{1}{2} \frac{dJ}{dt} = 2 \langle E_k \rangle + \langle E_p \rangle$$

- polovina energie je vyzařována systémem L

$$L = \frac{1}{2} \frac{dE_p}{dt} = \frac{dU}{dt}$$

- hvězdy typu t-Tauri ztrácejí na úkor pot. energie

- naopak přebytek zřetelné energie \rightarrow zvýšení potenciální energie \rightarrow expanze hvězdy

10) Stavba hvězd: přenos energie v hvězdě zářivou difúzí, konvekce. Vztah hmotnost - zářivý výkon pro horké a pro chladné hvězdy. Proč hmotné hvězdy zářít více?

(termodynamické)

- hvězdy zářít miliardy let = ison v zářivé rovnováze - to co vyrobí musí vyrobít
- energie uvolněná termojadernými reakcemi se musí nějak dostat na povrch
- v centru teploty 1-10 milionů kelvinů a na povrchu tisíce, mají ale velký poloměr
- => velmi malý gradient teploty - zářivý výkon určen spíše schopností přenést tepla
- samoregulační výkon a přenosu tepla: moc energie -> expanze -> ochlazení
- závisí na gradientu teploty a tepelné vodivosti
- energetická rovnováha - velká věťšina energie se uvolňuje v jádře (95%) - asi 0,2 R₀
- tempo termojad. reakcí silně závisí na teplotě

$$\frac{dL}{dr} = 4\pi r^2 \rho \epsilon \quad \epsilon \dots \text{energetická vydatnost - tam, kde reakce neprobíhají} \quad \epsilon = 0$$

$$\frac{dL_r}{dr} = 4\pi r^2 \rho \left(\epsilon + \frac{dU}{dt} + \frac{dE_p}{dt} \right)$$

~~velké rychlosti částic
malý 0 pro ionizované částice
jádro obklopeno obalem složeného víceméně z ideálního plynu
časť reakcí je zářivý výkon určuje schopnost odvést tepla~~

- tepelná vodivost závisí na lokálních podmínkách a mechanismu přenosu tepla
- mikroskopický (difúze), makroskopický (konvekce)
- částicová - byla by moc pomalá - Brownovým pohybem, by se zářivý Slunce na povrch dostal za 10¹³ let
- zářivá - výjimka u emag. plynu - WD, NS

• zářivá difúze - vrstva v zářivé rovnováze $\downarrow \downarrow \downarrow \downarrow$ - izotermické
 $\uparrow \uparrow \uparrow \uparrow$
- poměrně pomalá - střední volná dráha fotonů závisí na opacitě $\kappa = \frac{1}{\rho l}$

~~ACT~~ - ACT $I(r) = \frac{40}{3} T^4(r)$ $dI = -\kappa \rho I dr$

$$\frac{dI}{dr} = \frac{40}{3} \frac{dT^4}{dr} = \frac{160}{3} T^3 \frac{dT}{dr} = \kappa \rho I \quad \rightarrow \quad \frac{dT}{dr} = -\frac{3 \kappa \rho}{160 T^3} I = -\frac{3 \kappa \rho}{160 T^3} \frac{L_r}{4\pi r^2}$$

- rovnice zářivé rovnováhy

- určuje jaký musí být teplotní gradient aby se přenesl tok zářivý I
- pro teplejší hvězdy se při stejném gradientu přemístí víc tepla - vyšší hmotnost -> ↑ L
- v m. jádře = ...

- opacitu je způsobuje:

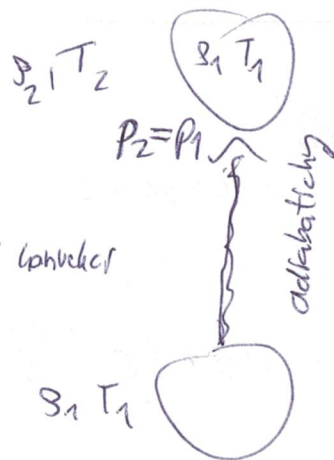
- a) volné elektrony - Thomsonův koeficient $\sigma_e = \frac{8\pi}{3} \left(\frac{e^2}{m_e c^2} \right)^2$ $k = \sigma_e \frac{1+x}{2m_H}$
- b) fotoionizace iontů těžších prvků $k \sim \rho T^{-7/2}$
- c) zcela neprohledné jsou oblasti \rightarrow rovnocenným zastoupením neutrálního a ionizovaného vodíku \rightarrow nastupuje konvekce

• konvekce - klasik narušení hydrostat. rovnováhy - teplejší stoupa dýchá teplejší klesá

- v hydroch hvězd kde hoř CNO cyklus \rightarrow větší výšící tempo uvolňování energie
- energie se uvolňuje ve velmi malém objemu \rightarrow nete \neq přenos zářivou difuzí
- nebo naopak v podpovrchových vrstvách chladných hvězd \rightarrow vysoká opacita bod c)

- podmínky nastupu konvekce:

- u sestavaci bubliny dojde k uhybení
- pokud bude hustota vyšší než hustota okolí $\rho_1 > \rho_2 \Rightarrow$ převládne gravitace - stabilní vůči konvekci
- pokud bude bublina méně hustá $\rho_1 < \rho_2$
- konvekce vyhraje



- Schwarzschildova podmínka $\frac{d \ln P}{d \ln T} > \frac{\gamma}{\gamma - 1}$

- závislost zářivého výkonu na hmotnosti

- rovnice zářivé rovnováhy s opacitou ~~zastupitel~~ na vinové délce (Thomson)

$$\frac{dT}{dt} = - \frac{3}{160} \frac{k_P}{T^3} \frac{L}{4\pi R^2} \rightarrow L \sim \frac{T}{R} \frac{T^3 R^3}{k_P} \quad T \sim \frac{M}{R} \quad \rho \sim \frac{M}{R^3}$$

$$L \sim \frac{T^4 R}{\rho} \sim \left(\frac{M}{R} \right)^4 R \frac{R^3}{M} = M^3 \quad \boxed{L \sim M^3} \quad - \text{tam kde je b) opacita} \quad k \sim \rho T^{-7/2} \quad L \sim \frac{M^3}{R^5}$$

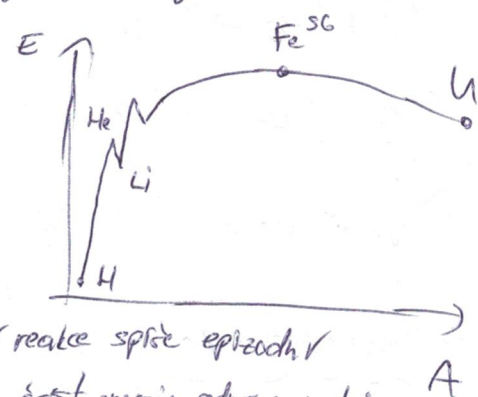
- proč hmotné hvězdy zářít více než méně hmotné $L = 4\pi R^2 \sigma T^4$

\rightarrow mají vyšší poloměry $\rho \sim \frac{M}{R^3}$ jsou horké i méně husté

\rightarrow mají vyšší povrchový efektívny teploty \rightarrow kvůli rychlému přenosu energie

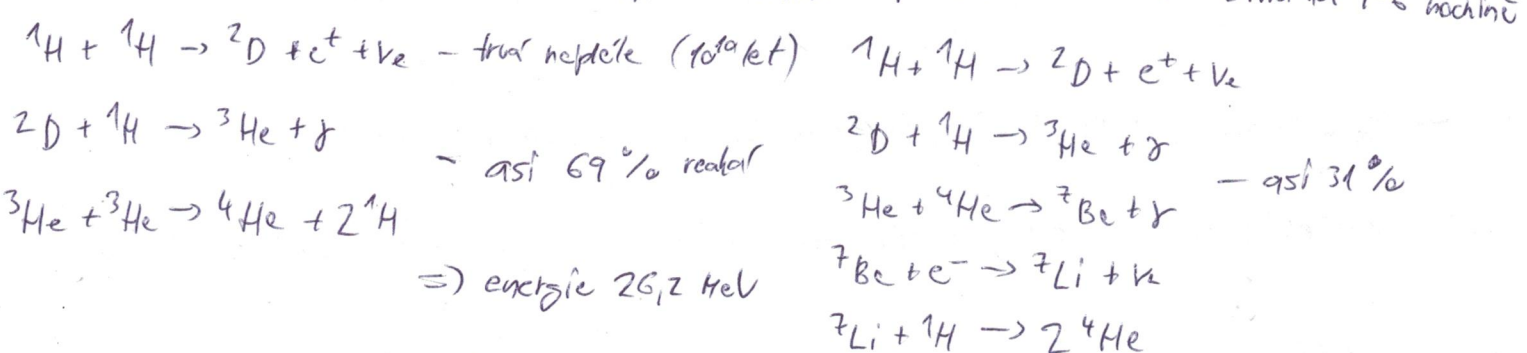
11) Stavba hvězd: termojaderné reakce a jejich role. Typy reaktor, energetika, nukleosynéza.

- u přiměřených hvězd ($M > 0.08 M_{\odot}$) je po vzniku část jejich života tráven jejich zářivý výkon z energie uvolněné při syntéze prvků = termojaderných reakcích
- uvnitř kokubující proto-hvězdy roste teplota a hustota
 - rychle ižhorí
 - když se centrální teplota dostane na přibližně milion kelvinů \rightarrow Li, Bór, deuterium
 - lehká jádra se začnou spojovat v ty těžší
 - když zapadne dojde i u BD
 - uvolněná energie se přeměňuje hlavně na teplo - udržuje dostatečnou teplotu pro hoření
 - energie se uvolňuje protože při syntéze prvků klesá konfigurační energie na nukleon
 - aby došlo k syntéze musí se jádra přiblížit nad kritickou vzdáleností
 - to by nebylo efektivní - pomalší tomu funkcí je v

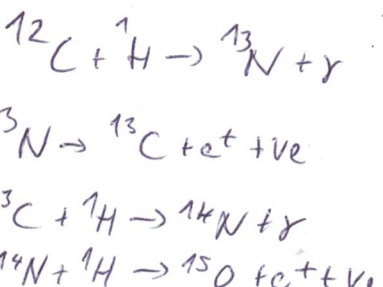


- Vodíkové reakce - energeticky nejvýhodnější
 - klíčový význam pro energetiku hvězdy - ostatní reakce spíše epizodické
 - uvolnění energie na 1 nukleon 6.7 MeV - část energie odnesou neutriny
 - syntéza 4 protonů na 1 jádro helia ${}^4\text{He}$
 - více typů v závislosti na centrální teplotě

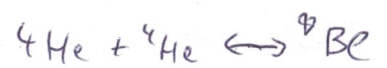
- proton-protonový řetězec - dominantní u hvězd s hmotností $M < 1.8 M_{\odot}$
 - tj. s centrální teplotou 7-10 MK - závisí na 4-5 reakcích



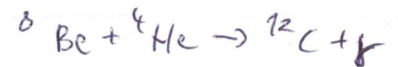
- CNO cyklus - u hmotných hvězd ($> 1.8 M_{\odot}$) - teplota > 10 MK
 - je zapotřebí katalyzátorů C, N, O - ty nejsou u prvních hvězd \rightarrow 3ce reakce
 - vyšší teplota kvůli jádrům s vyšším nábojem \rightarrow vyšší bariéra
 - nižší energetická výtečnost - 25 MeV
 - vyšší závislost na teplotě - 16 až 18 mocnina - koncentrace více v centru hvězdy \Rightarrow konvekce
 - \Rightarrow probíhá mnohem rychleji než p-p řetězec
 - koncentrace CNO závisí na rychlostech jednot. reaktor \Rightarrow konvekce
 - vypomalejší \rightarrow největší zastoupení ${}^{14}\text{N}$



~~hmotnostní~~ hmotnostní hranice

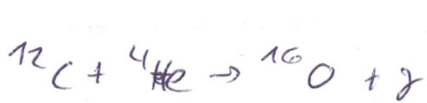


- helioví reakce - tzv. Salpeterova reakce (3 α reakce)



- první reakce je obotrákná → je potřeba vysoká teplota a hustota aby stihlo narazit 3. jádra
- energetický výteček 7,4 MeV (0,62 MeV na nukleon)
- zápalná teplota $\approx 100\text{ MK}$ (10^8 K) → vysoké tempo reakcí (úměrně 3 α mocnině)
→ helium se spotřebovává poměrně rychle

- další reakce - pokud jsou teplota a hustota dostatečně vysoké dojde k zapálení

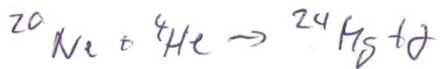


- doba reakcí se zkracuje a energetický výteček snižuje



- zastavit se to na železu → pro těžší prvky musíme E dodávat

- to se děje jen při kataklyzmických událostech



- nukleosynéze - změna chemického složení vnitřní hvězdy - sníží se počet částic a zvyšuje se jejich hmotnost

- Helium $\left\{ \begin{array}{l} {}^4\text{He} - \text{při spalování lehkého vodíku} \\ {}^3\text{He} - \text{v důsledku p-p řetězce} \end{array} \right.$

- deuterium, lithium, beryllium - nízká zápalná teplota, rychle vyhořít (nejou ve hvězdách)

- uhlík, kyslík, dusík $\left\{ \begin{array}{l} {}^{12}\text{C}, {}^{16}\text{O}, {}^{18}\text{O}, {}^{22}\text{Ne} - \text{spalování } {}^4\text{He} \\ {}^{14}\text{N}, {}^{13}\text{C}, {}^{15}\text{N}, {}^{17}\text{O} - \text{CNO cyklus} \end{array} \right.$

- Neon, železo, hliník, hořčík, fosfor a síra - spalováním uhlíkem

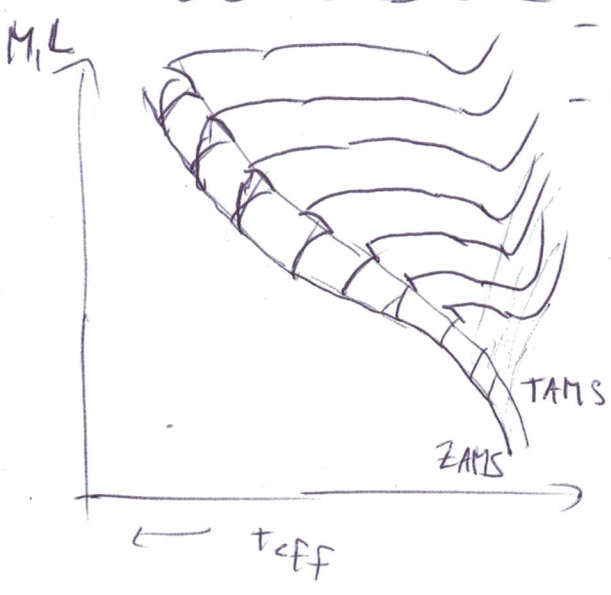
- vzácné prvky a prvky těžší než Fe - pomalými procesy při $> 10^9\text{ K}$

- produkty nukleosynézy jsou následně rozptýleny z oblastí do mezihvězdného

a dokonce i mezigalaktického prostoru - hvězdný vítr, výbuchy supernov + AGNka

12) Charakteristiky, vnitřní stavba a vývoj hvězd hlavní posloupnosti. Závislost vnějších charakteristik na hmotnosti. Příčiny hvězdného vývoje hvězd HP. Délka trvání HP.

- hvězda hlavní posloupnosti



- hydrostatická rovnováha, zapálen termoyk. reaktor
- zářivý výkon hrazen převážně ze spalování vodíku
- nejdelší etapa hvězdného života desítky 10^6 až 10^9 let
 - nukleární časová škála 80 - 90% života
- ZAMS - hvězdy jsou po předchozím kontrakci důkladně promíchány a chemicky homogenní
- poloha na H-R diagramu jednoznačně určuje hmotnost
 - hmotnost - zářivý výkon $L \sim M^{3.5}$
 - teplejší hvězdy s větší hmotností jsou rozsáhlejší a jsou hůře izolovány - potřebují výkon se zajistit vlnou centrální teplotou

- charakteristika hvězd HP se mění velmi málo
 - T_{eff} i L jsou poměrně stabilní

$$\tau_{HP} = \frac{E}{L} \quad E = 0.0071 \cdot X \cdot q \cdot M c^2 \approx 9 \cdot 10^{44} \text{ J} \cdot q(M) \left(\frac{M}{M_{\odot}}\right)$$

hmotnost deficit vodíkových reaktor
rozměr část hvězdy již se přeměňuje

$$\tau_{HP} \approx 73 \cdot 10^9 \text{ let} \cdot \left(\frac{M}{M_{\odot}}\right) \cdot q(M) \left(\frac{L_{\odot}}{L}\right) \approx 10^{10} \text{ let} \left(\frac{M}{M_{\odot}}\right)^{-2.8}$$

$M [M_{\odot}]$	$\tau_{HP} [10^9 \text{ let}]$	$q(M)$
0.6	25000	0.2
2.8	600	0.2
7	43	0.25
15	10	0.34
40	4	0.5

- u méně hmotných hvězd se energie v jádru přehřívá
 zářivou difúzí \rightarrow nepřímá hmotnost

- u hmotných hvězd AD cyklus \rightarrow konvekce \rightarrow hověj hmotnost

- změna charakteristik - v centru klesá počet radiačních

\rightarrow dalo by se čekat, že bude výkon klesat - centrální oblast se ale stlačuje čímž se tempo reakcí zrychluje
 \rightarrow u hvězd $> 2 M_{\odot}$ teplota klesá \rightarrow obálka se rozpíná \rightarrow chladnutí

- jádro se v průběhu vývoje osamostatňuje a začíná rozhodovat - roste tak energie

13. Chemicky nekvalitní hvězdy hlavně postupnosti. Příčiny proměnlivosti jasnosti a spektra?

Co je příčinou chemické anomálie?

- tabulka za polem nestability

- teplota 20000 - 30000 K
- asi 10% hvězd má divný spektra
- hvězdy hlavní postupnosti - o něco větší než Slunce 2 - 15 M_{\odot}
- anomální chemické složení atmosféry, pomalá rotace \rightarrow vrchní části hvězdy jsou chladnější
- často magnetické pole (globální) - přispívá ke klidné vrstev - ale proč vlastně?
- velmi odlišné samy od sebe - máme různé typy - metalické
 - magnetické
 - rtuť, mangan
 - heliové slabe / silné
- příčiny chemické anomálie:
 - přebytek nebo deficit prvků - souvisí to s délkou u prouchných vrstev
 - musí tam být klidná vrstva - závisí na teplotě
 - nižší teplota \rightarrow konvekce
 - vyšší teplota \rightarrow hvězdný vítr
 - tam kde je větší difuze
 - = "vyběs" některé prvky nahoru - díky opacitě
- proměnlivost (projevy) - většina CP hvězd je proměnlivá
 - jasnosti - izolovaný teplota \rightarrow jasnost (spíše chladnější skvrny)
 - spektra - potřeba kvalitní spektra - doplerovské, fotometrie, profily spekt. dat
 - mag. pole
- model tuze rotujícího tělesa se skvrnami na povrchu - nehomogenní rozložení

14. Pulzující proměnné hvězdy. Příčiny proměnnosti, pás nestability, miridy, hvězdy (Cephei).

Odhadněte periodu základního modu pulzující hvězdy.

- změny povrchových charakteristik - poloměru a následně i teploty
- ← radiální - jen největší změny (ca do amplitudy) - cyklická změna poloměru
- ← neradiální - maximálně 10% poloměru hvězdy

- v HR diagramu zejména v tzv. pásu nestability



- od věku G, HP v oblasti late A early F až po trpasličí late B early A a max. teplota a max. hmotnost pro min. poloměr

- patří sem hvězdy typu:
 - S Cephei - HP, "obří"
 - S Cephei - obří - útlah P-L

- W Virginis - podobor
- RR Lyrae - krátkoperiodické populace II
- S Scuti - hlavní posloupnost

proč má Hom. Lane

$$\phi \approx \frac{3}{5} \frac{GM}{R^2}$$

- ZC 421 - bílý trpaslík
- Miridy - dlouhoperiodické, velká změna hmoty - jen pár pulzací
- nejčastější proměnné hvězdy - asi 70%

$$P \approx \frac{1}{\sqrt{\rho G}}$$

- radiální pulzace - hvězda je ve stavu hydrostat. rovnováhy - výhybka je potlačena a kvůli tomu by se pulzace ihned ztlumila - i kvůli zvýšené opacitě
 ⇒ musí existovat mechanismus, kt. tyto pulzace udržuje v chodu

- na povrchu limitna v centru uzel - mohou být i další kmitavé módy
- většina hvězd pulzuje v základním modu

- mechanismus - určité oblasti musí zadržet energii (ve fázi zmenšení)

proč je kladná a kvalitní v okamžiku expanze (vyzářit)
 tato podmínka je splněna jen héliem - ideální teplota v urč. hloubce a obsah daných prvků ⇒ pás nestability evaluar se energie

- nemění se vnitřní energie - oblasti s dostatečnou ionizací héliem - po expanzi dojde k rekombinaci
 - při útlaku tepla - aby to bylo účinné musí být vrstva He I / He II v optimální hloubce
 - v Miridách je to He I / He II / He III

15) Stavba a vývoj hvězd s nízkou hmotností. Spektrální vývoje červených a hnědých trpaslíků, přírodní obřích planet.

$$M_J \sim T^{3/2} \bar{\rho}^{-1/2}$$

$$M_J = \left(\frac{5kT}{6m} \right)^{3/2} \left(\frac{3}{4\pi n_s} \right)^{-1/2}$$

- vznik z prachoplynných mraček - Jeansovo kritérium
- rychlá fáze kontrakce - promíchání + izotermalita
- prajde první hvězdy typu T Tauri - podle virialového theoremu zářivá úloha E_{pot}
 - Hayashiho linie (malá fáze kontrakce) - probíhá hlavní v jádře = teplota na povrchu se máce nemění
- teplota v jádře ještě není dostatečná pro zapálení vodíkových reakcí $L = \frac{1}{2} \frac{dE_{pot}}{dt}$

- ~~další~~ vývoj silně závisí na celkové hmotnosti "hvězdy" (obřetku):
 - červení trpaslíci - hvězdy typu ~~M8~~ M8 - K5 (~~2000~~ 2000 - 4500 K)
 - nepodceňují hvězdy - mass function
 - hmotnosti 0,075 - 0,8 M_{\odot} , centrální teploty $10^6 - 10^7$ K

- před vstupem na hlavní posloupnost dojde k zapálení reakcí D, Li
 - \Rightarrow Lithiový test - po zapálení tento prvek rychle vyhoří (plně konvertován)
- pokud je hmotnost $> 0,0075 M_{\odot} \Rightarrow$ centrální teplota asi $7 \cdot 10^6$ K
 - \Rightarrow dojde k začátku proton-protonového řetězce \rightarrow hvězda se usadí na HP

- na HP vydrží velmi dlouho - tempo reakcí je nízké a jsou velmi konvertivní
 - trpaslíci mají dobrou tepelnou izolaci - nemají tak rozsáhlé atmosféry, vysoké g

- na povrchu hvězdy pozorujeme molekuly - významný zdroj opacity
 - zejména TiO a VO, páry H_2O a CO
- u hvězd chladnějších než M6 je zdrojem opacity i prach $\alpha = \frac{L}{4\pi r^2} H = \frac{kt}{\beta m_H m}$
 - částicová výška

- moc husté prostředí - lze považovat standardní teorii promíchávání $\alpha \in (0,5 - 1,5)$
 - při velkých opacitách je konvekce přibližně adiabatická

- vývoj - časová škála hoření vodíku je $10^{10} - 10^{13}$ let
 - většina života plně konvertivní - pro $M = 0,1 M_{\odot}$ se spotřebuje 99% H
 - pro $M = 1 M_{\odot}$ se spotřebuje 10% H
 - mění se v průběhu i poměr izotopů

- trpaslíci s hmotností menší než 0,16 - 0,2 M_{\odot} se nikdy nedostanou do fáze obřa
 - hmotnost hvězdy do této fáze dosáhne pokud \leftarrow gradient střední hmotnosti ≈ 1 částic

- sarklatový až fialový

• hnědý trpaslík - na pomezí planety a hvězdy $< 80 M_J = 0,075 M_\odot$

- spektrální třídy L, T, Y (1900 - 1300 - 700 K)

- teplota v centru neobsluhne $8 \cdot 10^6$ K - extrémní stlačování a bránění el. degenerace

- neustále více hdy bude 100% L_* hrazeno z vodíkových reakcí

- energie pochází ze změny E_{pot} a z krátkodobého zapálení D a Li

- deuterium vyhoří asi za 10^6 let

- lithium a něco dýl (10^7 let) - pokud je hvězda starší než 10^6 let a má lithium
ad je to hnědý trpaslík = lithiový test

- methanový test - při teplotách nad 2500 K jsou molekuly CH_4 disociovány

- místo bar TiO a VO jsou CrH , CaH , Cs a Rb , Ca a Na

- K - TiO , H_2O , CO

- L - metalické hydridy, CO - přechod o L k T dle formování molekul

- T - jsou H_2O , páry metanu - metanu a absence CO (vyčerpáno)

• obří planety

- deuteriový test

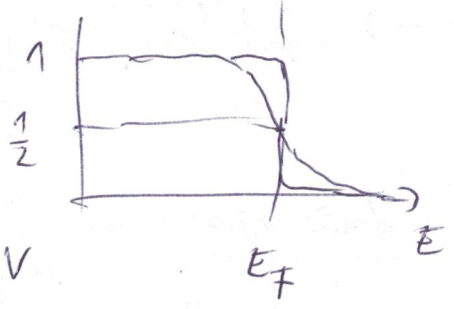
16) Stavba bílých trpaslíků, stvoření rovnice klasického a ultrarelativistického ideálního plynu.

Vztah mezi poloměrem a hmotností hvězdy s ideálním plynem.

- bílý trpaslík = zvrácené stádium hvězd střední hmotnosti $M < 1 M_{\odot}$
 - po HP se z hvězdy stane rudý obr \rightarrow AGB \rightarrow P AGB - ztráta hmoty \rightarrow až více než $\frac{1}{2}$ hmoty
 - zbyte pouze elektronově degenerované jádro o teplotě 100 000 K
 - složeno z CNO (uhlík, dusík, kyslík) - produkty CNO $\approx 3\alpha$
 - velmi kompaktní - rozměry srovnatelné s velikostí Země
 - planetární mlhovina
- jsou v mechanické rovnováze - uvolněná energie \rightarrow hraje pomalým chladnutím
- elektronově degenerovaný plyn má téměř absolutní vodivost \rightarrow tepelně homogenní

stvoření rovnice klasického a ultrarelativistického ideálního plynu

- elektronová degenerace - způsobena ^{Pauliho} ~~statistika~~ vylučovacím principem
 - v daném energetickém stavu se může nacházet pouze jeden fermion
 - v absolutní nule ~~je~~ (pro nejmenší možnou E) jsou stavy zaplněny od začátku
 - systém je charakterizován Fermiho energií
 - energie potřebná ke přidání dalšího fermionu \rightarrow závisí na počtu (koncentraci) částic
 - \Rightarrow tlak fermionů bude funkcí hustoty



- fermiony zrají objem ~~ve~~ ^{řádovém} prostoru $\frac{4}{3} \pi p_F^3 V$

$$\Rightarrow (2s+1) \frac{4}{3} \pi \frac{p_F^3 V}{h^3} = NV \quad p_F = h \left(\frac{3N}{8\pi} \right)^{1/3} \quad E_F = \frac{p_F^2}{2m} = \frac{h^2}{2m} \left(\frac{3N}{8\pi} \right)^{2/3}$$

- střední energie klasických fermionů $E_S = \frac{3}{5} E_F \sim \frac{N^{2/3}}{m}$ pro ideální plyn je to $E_S \sim kT$
- pokud tedy budeme zvyšovat koncentraci, bude se zvyšovat i rychlost $\Rightarrow v_S \sim \frac{N^{1/3}}{m}$
- \rightarrow ale nepůjde to do nekonečna \rightarrow speciální relativita

$E_F = p_F \cdot c \Rightarrow E_F = ch \left(\frac{3N}{8\pi} \right)^{1/3}$ - ultralehký materiál je měkčí

- stavová rovnice: $P = \frac{2}{3} N E_S = \frac{2}{5} N E_F = \left(\frac{3}{8\pi} \right)^{2/3} \frac{h^2}{5m} N^{5/3} \rightarrow$ vše budou přispívat lehký elektrony

$P_e = \frac{2}{5} N_e E_{Fe} = \left(\frac{3}{8\pi} \right)^{2/3} \frac{h^2}{5m} N_e^{5/3} \quad N_e = \left(\frac{2}{A} \right) \frac{3}{m_H} \quad P_e \sim 3,2 \cdot 10^6 \text{ Pa} \left\{ \begin{array}{l} 5^{5/3} \text{ - klasický} \\ 5^{-2/3} \text{ - ultrarelat} \end{array} \right.$

- v reálnu vsak nihdy nenišne húbion hustatu
- teplota degenerace

- ~~rozložení~~ abstraktní hranice E_F

$$T_{de} = 1,3 \cdot 10^8 \text{ K n}^{2/3} \rho^{1/3}$$

$$P_F = h \left(\frac{3m_e}{8\pi} \right)^{1/3}$$

• řešení diferenciálních rovnic

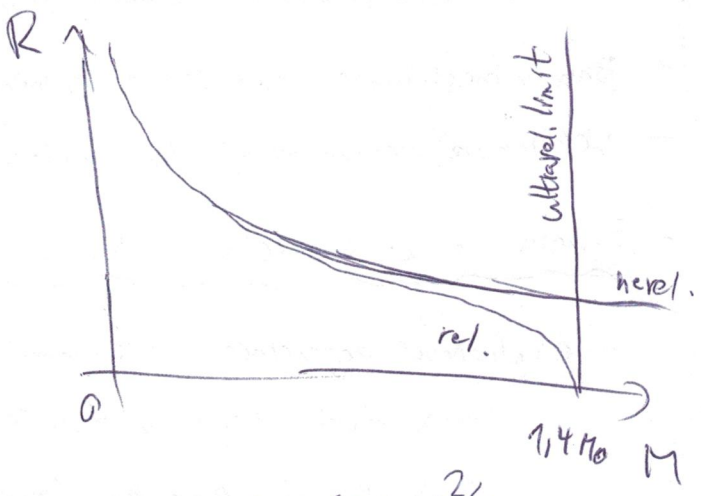
$$\frac{dm}{dr} = 4\pi r^2 \rho \quad \frac{ds}{dr} = -2\pi p \chi \frac{Gm\rho}{r^2} \quad \chi = \frac{3}{m_e c^2} \frac{\sqrt{1+x_F^2}}{x_F^2} \quad x_F = \frac{P_F}{m_e c}$$

a za využití počátečních podmínek

$$\rho(0) = \rho_0, \quad m(0) = 0 \quad \text{tze májt poloměr}$$

v závislosti na hmotnosti

$$x_F = \left(\frac{3}{10 \pi m_p} \right)^{1/3} \frac{h}{m_e c} \rho^{1/3}$$



$$\frac{dP}{dr} = -6\rho \frac{M_r}{r^2}$$

$$\frac{P}{R} \sim G \rho \frac{M}{R^2} \Rightarrow \frac{\rho^{2/3}}{R} \sim \rho \frac{M}{R^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(\frac{M}{R^3} \right)^{2/3} \sim \frac{M}{R} \Rightarrow \boxed{R \sim M^{-1/3}}$$

$$T_{de} = \frac{h^2}{3k m_e} \left(\frac{3N_e}{8\pi} \right)^{2/3}$$

na 6 miliard let

- další výsledek: májt v sobě uloženo vsi $2 \cdot 10^{43}$ J energie \Rightarrow Slunce by to uvarilo

- v případě že se hmotnost zvýší nad $1,4 M_{\odot}$ může dojít k expozici

uhlíkových reakcí \Rightarrow supernova typu Ia

- princip nov

- spektra: z horkých hvězd

- gravitační rubej posuv
- rozšíření tlakem

$$(2S+1) \frac{4\pi^3 P_F^3 \chi}{h^3} = n \cdot \chi = N$$

$$P_F = h \left(\frac{3n}{8\pi} \right)^{1/3} \quad E_F = \frac{P_F^2}{2m} = \frac{h^2}{2m} \left(\frac{3n}{8\pi} \right)^{2/3}$$

$$T_{de} = \frac{h^2}{3mk} \left(\frac{3n}{8\pi} \right)^{2/3} \quad p = NkT \Rightarrow p = nkT$$

$$\boxed{p = n \frac{2}{3} E_F = n \frac{h^2}{3m} \left(\frac{3n}{8\pi} \right)^{2/3} \propto \rho^{5/3}}$$

relativistický:

$$E_F = P_F \cdot c = hc \left(\frac{3n}{8\pi} \right)^{1/3} \quad \left[p = n \frac{hc}{3m} \left(\frac{3n}{8\pi} \right)^{4/3} \propto \rho^{4/3} \right]$$

17. Vznik hvězd. Odvoďte Jeansovo kritérium a diskutujte podmínky na vznik nových soustav.

Popište vývoj hvězd do okamžiku než se v nich začnou termojaderné reakce.

- prachoplynná mráčka - Giant Molecular Clouds (GMC) → *hvězdotvorné oblaky, asociace*
- gravitačně vázané oblaky molekulárního plynu - 10^5 až $10^6 M_{\odot}$, rozměry 50 pc
- obsahují velké množství těžké mezihvězdné látky v galaxiích - až 50%
- vzhledně v rovině spirálních galaxií - poblíž spirálních ramen (indukované hustotními vlnami)
- složení - molekulární vodík a helium + zbytek prachu - vyzařují přebytečné teplo

Jeansovo kritérium - pouze vhodná hustota nestací

- ztloukání mráček brání neuspořádaný tepelný pohyb molekul a atomů
- aby se mohla hustota fluktuace dále hroutit, musí gravitace přehranit - závisí na T
- hustota zhuštění musí být větší než kritická Jeansova hustota
- z věty o viriálu musí platit:

$$2E_k \ll E_p \text{ - aby se zhuštění zjevně hroutilo}$$

$$E_k \sim \frac{3}{2} NkT \quad E_p \sim -\frac{3}{5} G \frac{M^2}{R}$$

- jednoatomový plyn - nehomogenní hmotnost ρ

Virialova věta

- časová změna momentu hybnosti

$$L = \sum p_i \cdot r_i \Rightarrow \frac{dL}{dt} = \frac{1}{2} \frac{dJ^2}{dt} \text{ - střed.}$$

$$\frac{dL}{dt} = \sum p_i \frac{dr_i}{dt} + \frac{dp_i}{dt} r_i = 2E_k + \sum_i F_i r_i \text{ - } E_p$$

$$\frac{3}{2} \frac{M}{\mu m_p} kT < \frac{3}{5} G \frac{M^2}{R} \Rightarrow \left[M_J = \sqrt{\frac{3}{4\pi^3} \left(\frac{5kT}{G\mu m_p} \right)^3} \sim \frac{1}{\sqrt{3}} T^{3/2} \right]$$

- aby došlo ke kolapsu, musí být hustota ↑ a teplota ↓
- pro běžné parametry molekulárních mráček dostáváme 100 - 10 000 M_{\odot}
- tyto zhmotlenky se dále fragmentují na jednotlivé hvězdy - spotřebuje se asi 1/4 materiálu
- nově vznikající hvězdy se při kolapsu zahřejou → působí na okolní plyn a tím způsobí rozpad kupy

- samotné příznivé podmínky často nestací - někdy je potřeba ještě větší zahuštění

- srážka molekulových oblaků nebo s oblastí H II
- vzplanutí supernovy → rázová vlna, vznik nových hvězd
- přechod hustoty vlny na spirální rameno / ...

- dalšímu kroucení jednotlivých zářivostí může zabránit moment hybnosti
- při kolapsu se zachováva $\vec{L} \rightarrow$ protohvězda se začne rychle roztíčet $\vec{a}_{\text{od}} > \vec{g}$
- moment hybnosti je potřeba nějak odvést \leftarrow protoplanetární disk \rightarrow vznik planet
dva hvězdy - vzájemný oběh

rychlá fáze kontrakce

pro Slunce asi 300 tisíc let

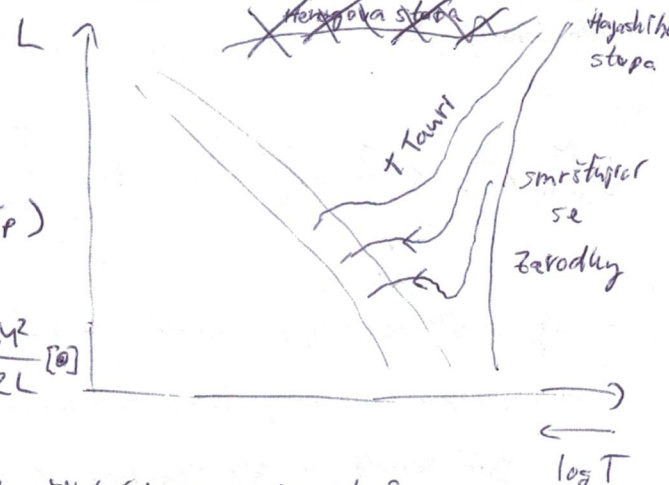
- látka padá víceméně volným pádem - pokud by proti grav. nepůsobila jiná síla $t_{\text{ff}} = \sqrt{\frac{3\pi}{32G\rho}}$
- pokud by byla protohvězda homogenní a teplotní, byl by kolaps homologický
- reálné hvězdy však v jádře hlabují rychleji - látka se zahřívá, E_p se mění na E_k
- oběh křehký \rightarrow disociace molekul, ionizace atomů \rightarrow látka se stává nepřehlednou

pomalá fáze kontrakce

- v centru vzrůstá teplota a hustota \rightarrow roste gradient tlaku - od jadra se začíná ustavovat rovnováha hydnost.
- nastává Kelvinova - Helmholtzova fáze - proti grav. působí gradient tlaku $L = \frac{d}{dt} \frac{1}{2} E_p$
- lze aplikovat viriálovou větu: $2 \langle E_k \rangle + \langle E_p \rangle = 0 \Rightarrow \langle E_k \rangle + \langle E_p \rangle + \langle E_{\text{rad}} \rangle = 0$
- hlabují se zárodek polovinu energie využít a druhou polovinu spotřebuje na zvýšení kT
- vnitřní teplota - ve skutečnosti je menší, část energie je uložena v disociaci a ionizaci \rightarrow rádko bude nepřehledné \rightarrow konvence \rightarrow proměňují hvězdy (chemicky homogenní)

$\langle E_k \rangle \approx \frac{3}{2} NkT = \frac{3}{2} \frac{kTM}{\mu m_p} = \frac{\langle E_p \rangle}{2}$ $\langle E_p \rangle \approx -\alpha \frac{GM^2}{R}$ $\alpha \approx 1.7$ (vnitř hvězdy)

$T \approx \frac{\alpha G \mu m_p M}{3k R} \approx 8 \cdot 10^6 \text{ K} \left(\frac{M}{M_\odot}\right) \left(\frac{R_\odot}{R}\right)$



- KH časová škála - protohvězdy září na úkor své $\langle E_p \rangle$

$\tau_{\text{KH}} = \frac{E_{\text{rad}}}{L} = \frac{\frac{1}{2} \langle E_p \rangle}{L} = \frac{\alpha}{2} G \frac{M^2}{RL} \approx 2.6 \cdot 10^7 \text{ let} \frac{M^2}{RL} [\odot]$

- se zvyšující se teplotou přibývá v nitru fotonů a také přibývá ionizovaných atomů \rightarrow klesá fotoionizační optická hloubka
- vzniká vrstva v zářivé rovnováze, která se roztírá skoro po celé hvězdě
- vždy však někde ve hvězdě bude existovat vrstva, kde nebude splněn podmínka stability vůči konvekci
- hvězda se blíží k ZAMS, ale stále v ní nehoří termojaderná reakce

18) Stavba a vývoj hvězd. Role elektronové degenerace a úniku látky z hvězdy.

- typické hvězdy - plazma se chová jako ideální plyn $\rightarrow \gamma = \frac{5}{3}$ (hydrostat. rovnice)
 - dlouhodobě stabilní objekty a stále hmotnosti
 - existují však určité výjimky:
- elektronová degenerace - při dostatečně vysokých hustotách plynu se k sobě atomy přibliží natolik, že spolu začnou interagovat i mezi vzájemnými stíženími
 - začnou se uplatňovat kvantové mechanické efekty (zejména u elektronů) - Pauliho vylučovací princip
 - \Rightarrow elektronově degenerovaný plyn - tlak silně závisí na hustotě (okrajově na teplotě)
 - pokud je kinetická energie elektronů menší, než jejich meze ($v < \frac{c}{2}$) platí $P_{deg} \sim \rho^{5/3}$
 - mechanickými vlastnostmi připomíná kov (teplejší, elektrická vodivost)
 - při ultravysokých hustotách bude většina elektronů ultrarelativistických $\Rightarrow P_{deg} \sim \rho^{4/3}$
- látka musí být dostatečně "chlazená" - k sejmout el. deg. dojde když $T > T_{deg}$
- s elektronově degenerovanou látkou se setkáváme:
 - $T_{deg} \approx 10^{15} \text{ K m}^2 \text{ N}_e^{-2/3}$
 $m = m_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$
 - v závěrečných stadiích vývoje hvězd a skoro hvězd
 - nitro bílých trpaslíků - CNO el. deg. relativistický plyn
 - vnější část neutronových hvězd - nitro je neutronově degenerované
 - u hnědých trpaslíků - teplota v centru nebude dostatečně vysoká \rightarrow degenerace "vyhraje"
 - v počátečních stadiích hvězd poHP
 - heliový trpaslík - hvězdy po HP s $M < 0.5 M_{\odot}$ - el. deg. zastaví další vývoj jádra \rightarrow heliový jádro trpaslík
 - červená obří - $< 2 M_{\odot}$ - objeví se degenerace u heliového jádra - kolem hoří vrstva vodíku
 - el. deg. způsobí neopoh zrychlení vývoje - heliový záblesk ~~zrychlení vývoje~~
 - výdatnost reakcí ve slupce se zvyšuje \rightarrow zrychlení vyhoření (exponenciálně) \rightarrow nafouknutí
 - hvězdy AGB - po hoření helia se v centru hromadí C a N a O
 - při hmotnostech 2-11 M_{\odot} se objeví el. degenerované CNO jádro
 - v obloce hoří helium - pohybůd neklidné \rightarrow pulzace - mirridy
 - hvězdy už nejsou moc v hydrostat. rovnováze

- únik látky - souvisí s enormním zářivým výkonem \rightarrow tlak záření \rightarrow hvězdný vítr

↳ horké hvězdy - velký tlak záření, poměrně nízký z
závěrečná stádla hvězd - rudý obr, veledobr, AGB - nízké povrchové rychlosti

- v extrémních případech až $10^{-6} M_{\odot}/rok$

- materiál chladne a kondenzuje - vytváří neprůhlednou obálku

- účinná obří

$$\dot{M} = \eta \cdot (4 \cdot 10^{-13} M_{\odot}/rok) \frac{L}{L_{\odot}} \frac{M_{\odot}}{M} \frac{R}{R_{\odot}} = \eta (4 \cdot 10^{-13} M_{\odot}/rok) \frac{L}{L_{\odot}} \frac{R_{\odot}}{R}$$

- závislost na zářivém výkonu hvězdy $L \approx \frac{dE_{pot}}{dt} = \frac{M}{R} \dot{M}$

- další přičinnosti mohou být hvězdné pužace - u fázi AGB nebo P AGB - až 80% hmoty

- planetární mlhoviny - finální odvrhnutí obálky

- jádra se to však příliš nedotýká - pouze ztráta tepelné izolace
- spíše než to, co hvězda ztrácí obalu \rightarrow

- hvězdy s 0.5 - 11 M_{\odot} - závod mezi ztrátou hmoty a vyhořeváním v centru

- v centru hoří vodík, helium a nakonec i ve stupce \rightarrow nahromadí ale vyhoře obal

kteří odvrhne celou obálku hvězdy \rightarrow jádro vychladne, přestane dostávat nový materiál

- hvězdy s $> 11 M_{\odot}$ - nukleární vývoj je rychlejší než desintegrace obalu

- když se v centru začne hromadit Fe \rightarrow když to překročí 1.4 M_{\odot} \rightarrow supernova typu II ^{jádra}

- do 50 M_{\odot} vznikne neutronová hvězda

- nad 50 M_{\odot} - Wolf-Rayetovy hvězdy

\rightarrow supernova typu Ib - málo vodíku

\rightarrow černo díra

↳ WR - pozůstatky hoření helia
↳ WN - pozůstatky od cyklu

19) Stavba a vývoj hvězd různých hmotností. Srovnajte stavbu a vývoj asano cených hvězd s hmotnostmi $1 M_{\odot}$ a $10 M_{\odot}$.

- proč se stavba a vývoj hvězd vlastně odlišuje?

proč se od sebe jednotlivé hvězdy liší

- v prvním přiblížení je celková hmotnost vlastně jediným urujícím faktorem

- dle toho může být třeba přítomnost supertarha a nebo metalicita hvězdy

- hmotnost určuje teplotu v centru \rightarrow tempo reakcí, teplotu na povrchu, i zářivý výkon ^{a poloměr}

- a tedy i polohu hvězdy na HR diagramu

- tempo reakcí a dostupnost materiálu pro hoření dle ovlivňují dobu života hvězdy

- na počáteční hmotnosti závisí i jejím způsobem hvězda ukončí svůj život

- některý z hledisk rozdílů

Hmotnost $1 M_{\odot} \Rightarrow 1 R_{\odot}$

Hmotnost $10 M_{\odot} \Rightarrow 5 R_{\odot}$

- hvězda slunečního typu, třídy G2V

- efektivní teplota přibližně 5500-6000 K

- velmi slabý hvězdný vítr

~~HR diagram se částečně liší~~

~~plasma, foton, typy T, K, M~~

~~látky soustředěna hlavně ve středu hvězdy~~

~~teplota v centru $T_c \approx 10^7$ K~~

\Rightarrow p-p řetězec - energeticky vysocejší, pomalejší

- v centru zářivá difuze, konvekce v plášti

- jaderné spoutání to co je v jádře

- doba života na MS je 10^{10} yrs

- kolobíží v galaxii i v halo?

- relativně silné grav. zrychlení na povrchu

- další vývoj: po dohoření vodíku v jádře

~~se hvězda lehce strhne a zbláhne \Rightarrow hoření~~

~~vodíku ve slupce \Rightarrow hoření helia v jádře RGB~~

~~\Rightarrow hoření helia ve slupce AGB \Rightarrow planetární~~

~~mlhovina + bílý trpaslík~~

- horké hvězdy třídy O-B, řádově vyšší L

- efektivní teplota 20-30 tisíc K

~~HR diagram se částečně liší~~ \Rightarrow silný hvězdný vítr

~~plasma, foton, typy O, B, A, F, G, K, M~~ \rightarrow ztráta hmoty

~~látky soustředěna hlavně ve středu hvězdy~~

~~teplota v centru $10^7 - 10^8$ K~~ rychlejší

- CNO cyklus \Rightarrow moc energie v centru

- v centru konvekce, v plášti zářivá difuze

- přínášet každé palivo, odnášet produkty hoření

- doba života a MS $10^7 - 10^8$ let $\frac{t}{t_{\odot}} = \frac{M}{M_{\odot}} \frac{L_{\odot}}{L}$

- v HII oblastech spirálních galaxií

- velmi slabé g na povrchu \Rightarrow silný vítr

- další vývoj: podobně jako u $1 M_{\odot}$

jen je všechno rychlejší a po dohoření

vodíku nastává ei. degenerace ale takou začne

hoření helia

~~po fází AGB se započíná ustávat průtok~~

až po železo - železo postupně hoří ve slupce

~~hvězda vybuchne jako SN~~ \rightarrow asi zase WD nebo

- další vývoj: po dohoření vodíku v jádře

se hvězda dostane na TAMS

⇒ ~~hvězda~~ jádro se smrští a zahřeje → zapálí

se vodík ve slupce (conv. zóna) ⇒ RGB

- přibývá produktů hoření ⇒ zvyšuje se heliové jádro

⇒ při určité hustotě nastupuje et. degenerace,
kt. celý vývoj jen urychluje ⇒ zvyšuje se tempo ve slupce

- hvězda se nafoukne na 150 R_{\odot} , 2500 L_{\odot} , 3100 K

- silná konvekce - rozšíř produktů jaderného hoření
+ ztráta hmoty hvězdy

- při dostatečné teplotě dojde k seřazení degenerace
a zapálení heliových reakcí (10^8 K)

⇒ hvězda se para do tří etap → smrští se a zahřeje

⇒ horizontální větev obrátí 45 L_{\odot}

- po vyhoření helia v jádře se zapálí i helium
ve slupce ⇒ hvězda se stává AGB

- několik silných

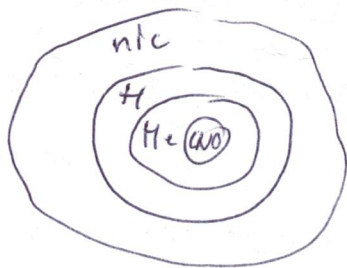
průběh stává hvězda

ve které obalíky

a abyde jen

0.54 M_{\odot} CNO jádro

- et. degenerace ⇒ WD + planetární mlhovina



20) Supernovy jako závěrečné fáze hvězd a dvojhvězd. Rozdíl mezi vzhledem

a mechanismem supernov typu Ia, Ib a II.

předpokládám před odlepením

- závěrečné stádium vývoje hmotných hvězd ($M > 8-11 M_{\odot}$)
- dochází k nim po spotřebování jaderného paliva → tato jednorázová proměnnost je spojená s deří v jádru hvězdy
- jednorázová událost - každá hvězda vybuchne jako SN pouze jednou → hvězda je izometrická

- po obklopení neutronem (neutron + zvěsky) s deří v jádru hvězdy
 zbuduje se kompaktní objekt

- 2-3 výbuchy za 100 let v naší Galaxii ⇒ 1 za sec. v kosmu

- historicky - činné SN 185, 1000, 1054, 1185

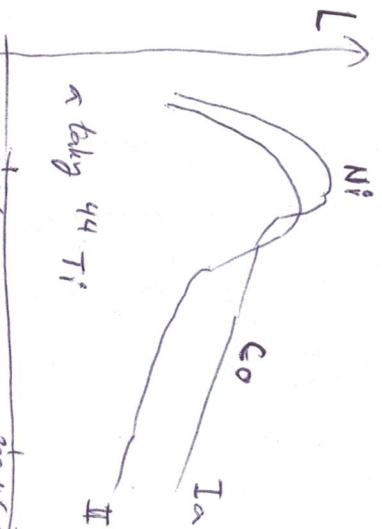
Tolman-Poppkinův
 - Volhoff limit - a co NS? ≈ 2.3 M_⊙

- Evropani SN 1572, 1604 - Brahe + Kepler → kosmos není statický

- proč jsme od té doby ale nic nepozorovali? - jsou možná kandidáti + SN 1987A

- observační charakteristiky - rychle vzplanutí + dosvět v rámci dnů
 - pozorovatelné spektrální čáry

⇒ historické rozdělení: Typ I (bez H) x Typ II (s H)



- Typ Ia - bez H a He, Si - WD
- Typ Ib - bez H, He, Si - He jádra masivní hvězdy
- Typ Ic - bez H a Si, He - lt. ztráta obálky (vitr, doprůvek)
- Typ IIL - linear - zejména v H II oblastech spirálních galaxií hvězdy s hmotností 8 - 50 M_⊙
- Typ IIP - plateau - obsahují stále kompletní obálku

nové rozdělení: Core collapse

Termodynamické

- typy Ib, Ic a II - hvězdy > 8 M_⊙
- jak hvězde dochází palivo obklopuje se složené jádro 1 dalšími prvky - Fe jádro → NS, BH
- zbytek obálky je odvržen - některé už předtím - díky interakci = neutrinům
- energie z gravitačního kolapsu → větší, méně paliva
- méně jasné ≈ 10⁴² erg/s - po dobu 3 měsíců
- větší energie uniká vlnitě (10⁵³ vs 10⁵¹ erg)
- < 25 M_⊙ → NS ~ 1/3 Fe, vlnitě kyslík
- > 25 M_⊙ → BH

- typ Ia - CO bílý trpaslík 0.4 M_⊙
- teplota v centru se zvyšuje → sejmou se el. deg. ⇒ uhlíková detonace v celé hvězdě
- menší energetická výdatnost ale rychlejší celá hvězda ⇒ výkon 10⁴³ erg/s po dobu 2 týdnů
- velmi homogenní → standardní svíčky
- double degenerate model
- velmi malý rozsah odlečení vln, lt. vede k SN Ia
- mnohem častěji dojde ke vzplanutí

Pozůstatky po výbuchu Supernov

1) Hlavová vlna (epeta dominated)

- volná expanze $v \approx 3000 \text{ km/s} \approx \text{konst.}$

$M_{ej} > M_{swept}$

2) adiabatická fáze (Sedov-Taylor)

- $200 \text{ km/s} < v_{ej} < 3000 \text{ km/s}$

- zachování mech. energie

$M_{ej} \ll M_{swept}$

- nejprve vrstvy zpomalují - interakce s interst. prostředím produkuje šok

3) fáze šokového plázně $10 \text{ km/s} < v_{ej} < 200 \text{ km/s}$

- zachování rychlosti, začínají být důležité ztráty způsobené zářením

hdyž se teplota dostane pod 10^5 K

→ line emission (optická)

4) poslední fáze - spojená s ISM

- v_{ej} srovnatelná s turb. rychlostmi ISM

shock skrze neutrální plyn může souvisat s prostředím

shell-like remnants - SN Ia - více symetrické

ke to rozlišit pomocí

Crab-like remnants - core collapse (plerion)

světelných ozečů - H ve spektru

- nul vždy jednoduché je rozlišit

méně symetrické (disk, loty, bordel kolem)

shock skrze ionizovaný plyn

Kosmické záření

- nejvíce v důsledku zbytků supernov

- jsou schopny urychlit elektrony až do $\approx 10^{15} \text{ eV}$

- prudkovitý během shocků

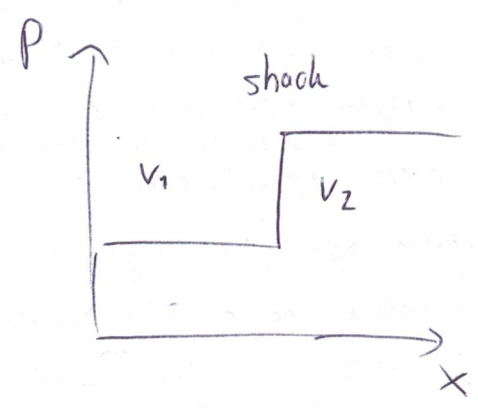
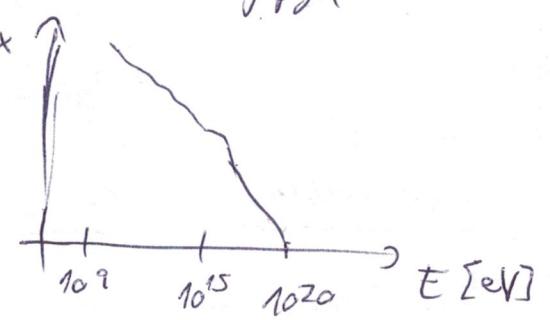
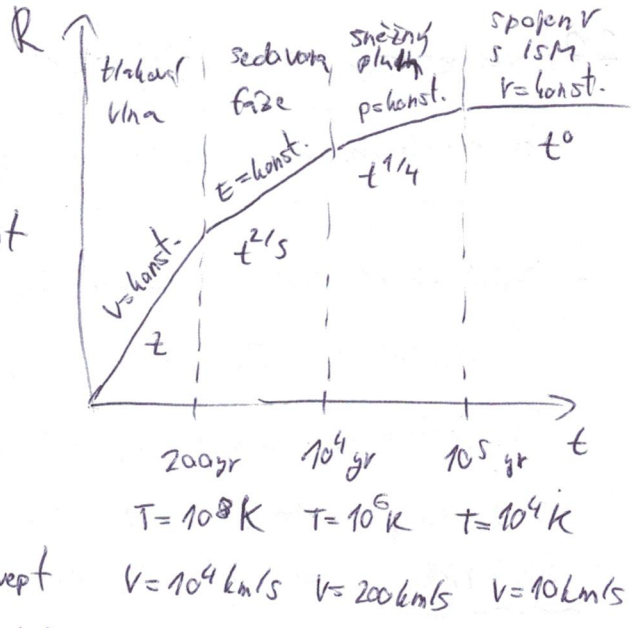
- jsou dezorientováni - pomocí mag. pole a vln

- částice pohybují se v souřadnici soustavě shocků zůstávají každým průchodem malé množství E

- aby se dostali na 10^{15} eV potřebují až 10^3 průchodů

⇒ vyzařují synchrotroně (radio až X-ray)

- více elektrony než protony - jsou lehčí

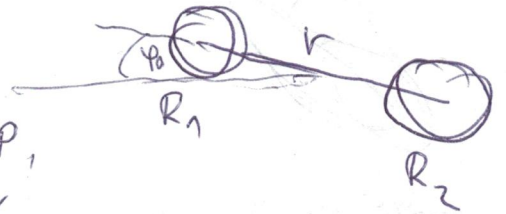


21. Zakrytové dvojhvězdy. Pro $i=90^\circ$ diskutujte vzhled světelné křivky a křivky rychlosti.

rychlosti. Je-li orbitální trajektorie složek kruhová / eliptická. Stručně přímky apsid?

- dvojhvězdy - odhaduje se, že asi 50% všech hvězd je ve dvojhvězdě
 - pro vznik hvězdy je potřeba odvěst \bar{L} - ta jde dobře když vzniká dvě
 - obíhají okolo sebe ve vzdálenostech poloměru Slunce až ~~an~~ ~~stovky~~ ~~let~~
 - \Rightarrow oběžné doby několik hodin až ~~stovky~~ stovky let
 - pohyb je pouze v jedné rovině - systém zachováva moment hybnosti
 - pohled je natočen vůči pozorovateli vhodně může 1. hvězda zakrýt 2.
 - \Rightarrow zakrytové dvojhvězdy - projev se pravidelnými poklesy jasnosti

$$\sin \gamma_0 \leq \frac{R_1 + R_2}{r}$$



\Rightarrow čím těsnější systém (útr) tím větší P , že by dříve pozorovat jeho zakrytí

- jsou zapřímavé protažce z nich můžeme určit UK než z osamocených hvězd:

a) sklon trajektorie i

- při pouze jednoduchém fotometrickém pozorování

b) relativní ~~poloměry~~ poloměry složek

c) okrajové ztemnění (kvalitativní data)

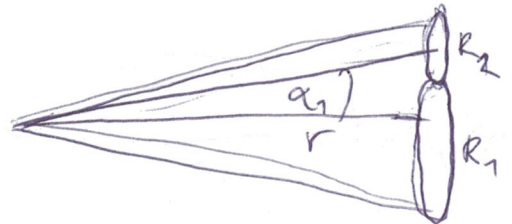
d) relativní zřetelnosti, teploty

e) vzdálenost složek \rightarrow abs. rozměry

f) absolutní hvězdné velikosti

g) vzdálenost dané soustavy

$$\sin \alpha_1 \approx \alpha_1 \approx \frac{R_1 + R_2}{r}$$

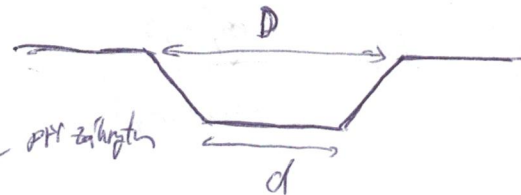


$$\frac{D}{P} = \frac{2\alpha_1}{2\pi} = \frac{R_1 + R_2}{\pi r}$$

$$\sin \alpha_2 \approx \alpha_2 \approx \frac{R_1 - R_2}{r}$$



$$\frac{d}{P} = \frac{2\alpha_2}{2\pi} = \frac{R_1 - R_2}{\pi r}$$



- světelná křivka a křivka rad. rychlosti

$$\frac{B_0 - B_p}{B_0 - B_2} = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^4$$

- při zakrytí

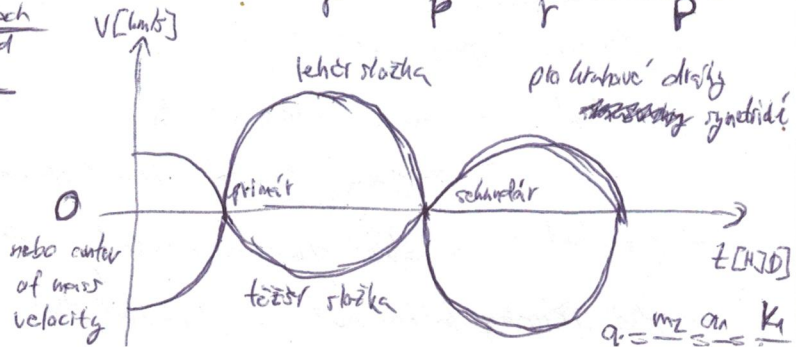
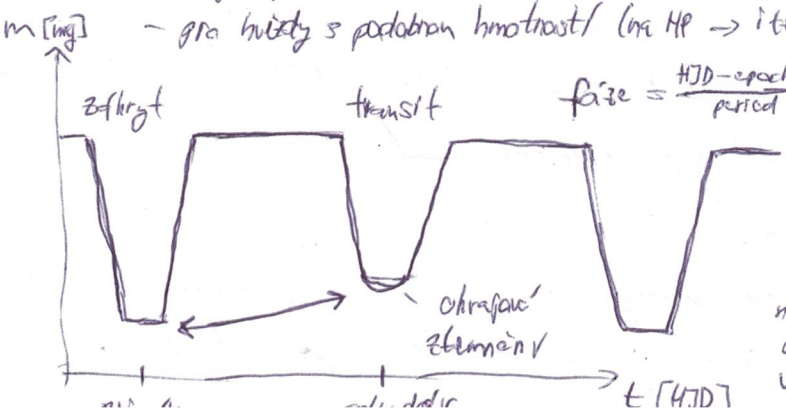
- pro obětný systém s inklinací $i=90^\circ$

- pro hvězdy s podobnou hmotností (na HP \rightarrow i teplotou)

$$\frac{R_1}{r} = \frac{D+d}{P} \quad \frac{R_2}{r} = \frac{D-d}{P}$$

lehčí složka

pro určování dráhy ~~masových~~ ~~synodické~~



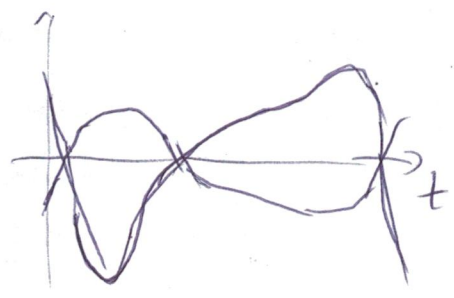
$$a_1 = \frac{m_2 a}{m_1 + m_2} \approx \frac{K_2}{K_1}$$

- pro kružové dráhy - vzdálenost mezi primárním a sekundárním je stejná jako mezi sek. a prim.
- křivky rad. rychlosti jsou symetrické

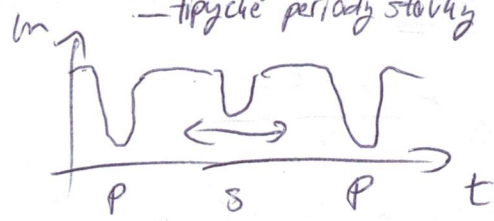
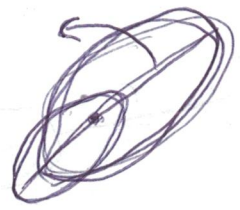
eliptické dráhy - vzdálenosti prim-sek a sek-prim stejné jen pro kladně orient. elipsu
 - jinak se ~~liš~~ liší - v závislosti na elipticitě
 - křivky rad. rychlosti budou asymetrické - jako bychom

střední přímký apsid

- nebudou se dotýkat ~~primární a sekundární~~ primární a sekundární
- pokud za fixace primár bude se sekundár hýbat - typické perleady slouky

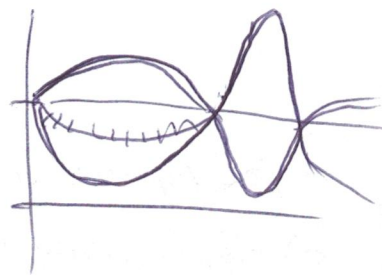


nebo (pro $\Omega = a$)



- ještě Rosster - McLoughlin effect

- napíší si jak z 07 učít v



$$a_{1,2} \sin^2 i = \frac{\sqrt{1-e^2}}{2a} \cdot P \cdot K_{1,2}$$

$$m_{1,2} \sin^3 i = \frac{(1-e^2)^{3/2}}{2aG} (k_1 + k_2) k_{2,1} P$$

$$f(m) = \frac{m_2^3 \sin^3 i}{(m_1 + m_2)^2}$$

O-L diagram

- přímka - špatně určená perioda
- konstanta - nula - ideální stav
- parabola - nějaká změna periody (přetok hmoty)
- dvě přímky kolem nuly - eliptické dráha bez střední - dvě sinusovky v antifázi
- jedna sinusovka - třetí těleso
- skoková změna
- ≠ nula - špatně určená perioda
- pro střední apsid

22. Těsné dvojhvězdy: stavba a vývoj - Rocheovy plochy, Lagrangeovy body. Vývojový paradox.

- těsné dvojhvězdy - až 70% hvězd vzniklo ve dvojhvězdě (obedem momentu hybnosti)
 - vznikly společně z jediného prachoplyného zrnka - zachycen je velmi vzácně
 - stejné stáří a chemické složení
 - velmi často jsou zakřivené protože $\sin \gamma = \frac{R_1 + R_2}{r}$
 - ⇒ umožňuje určit relativní poloměry, teploty a hmotnosti

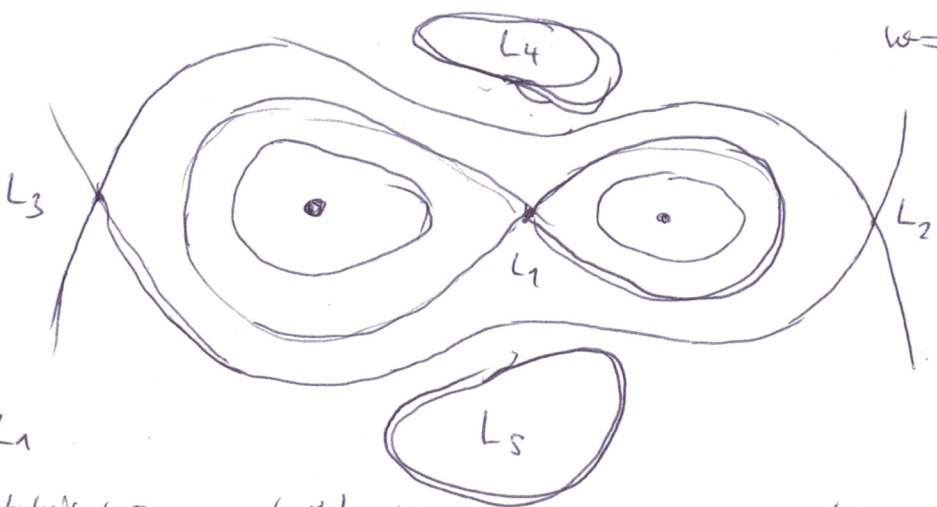
Rocheovy plochy a Lagrangeovy body

- Hvězdy v pohyblivých středních vývoje (RGB, AGB, PASC) se vyjadřují "nafukují" $\Phi = \frac{GM}{r^2}$
 - osamocené hvězdy mohou svou obálku nafukovat téměř neomezeně - sféricky (ekvipot.)
 - pokud se ale hvězda nachází ve dvojhvězdě, budou tyto ekvipotenciály vypadat jinak
 - díky přítomnosti druhé složky a tedy odstředivé síly vzniká rotace bude výsledný potenciál vypadat takto (v korotující soustavě)

$$\Phi = -\frac{GM_1}{r_1} - \frac{GM_2}{r_2} - \frac{3}{2} \omega^2 z^2$$
 - z... vzdálenost od nulové
 - ω ... úhlová rychlost
 - $\omega = \frac{2\pi}{P} = \sqrt{\frac{G(M_1 + M_2)}{a^3}}$

Hillovy plochy

Rocheova plocha
 ≈ Rocheův lalok
 ≈ Hillova plocha
 plocha zajišťující bodem L_1



úhel 115°
 - Elmsler
 špička

- hmotný bod pohybující se po ekvipot. ploše kolem praku - pohybuje se kolmo na směr síly

$$\frac{R_1}{a} = \frac{0.5 \cdot q^{2/3}}{0.6 q^{2/3} + \ln(1 + q^{1/3})} \quad q = \frac{M_1}{M_2} \quad R_1 \dots \text{poloměr Rocheovy plochy}$$

$$l_1 \approx \left(\frac{1}{2} + 0.227 \log q \right) \dots \text{vzdálenost } L_1 \text{ od } M_1$$

- míra vyphenr Rocheových ploch určuje druh dvojhvězdy:

- detached - ani jedna
- semi-detached - jen jedna - ale nepřechází hmotu
- contact - obě vyphenr Rocheův lalok - slápnou deformace složek
 (overcontact) - ~~obě hvězdy se dotýkají~~
 (in-between contact) - common envelope - vyphenr laloky se překrývají se

23) Interakce záření a látky

- 3 druhy popisu
 - fenomenologický - spec. intenzita záření I (když rozměr $\gg \lambda$)
 - částicový (kinetický) - rozdělovací fce fotonů
 - vlnový (vektorový) - intenzita el. pole \vec{E} (+ polarizace)

• specifická intenzita záření $dE = I(\vec{r}, \vec{n}, \nu, t) \vec{n} d\vec{s} d\omega d\nu dt$ $[I] = \text{J m}^{-2} \text{sr}^{-1}$

• číselná hustota fotonů $I = c h \nu f_N$ $f_N d\omega d\nu$... počet fotonů o frekvenci ν v úhlu $d\omega$
 $f_N(c dt) (\vec{n} d\vec{s}) d\omega d\nu$... počet fotonů co projde za dt
 $(h\nu) f_N(c dt) (\vec{n} d\vec{s}) d\omega d\nu$... energie co projde za dt

• rozdělovací fce fotonů $f_N = \frac{h^3 \nu^2}{c^3} f_R$ $f_R(\vec{r}, \vec{p}, t) d^3r d^3p = \frac{h^3 \nu^2}{c^3} \int_R(\vec{r}, \vec{n}, t) d^3r d\omega d\nu$
 - při započtení spinu $f_R d^3r d^3p = \sum_{\alpha=1}^2 f_{\alpha} d^3r d^3p$

- rovnovážné rozdělení: $f_{\alpha} = \frac{h_{\alpha}}{h^3}$ $h_{\alpha} = \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$... hustota fotonů v jednot. objemu fáz. prostoru (v TE)

Planckova fce $I(\nu) = B_{\nu}(T) = \frac{2 h \nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$

- limitní případy:
 - $\frac{h\nu}{kT} \gg 1 \Rightarrow B_{\nu} \approx \frac{2 h \nu^3}{c^2} e^{-\frac{h\nu}{kT}}$... Wien
 - $\frac{h\nu}{kT} \ll 1 \Rightarrow B_{\nu} \approx \frac{2 \nu^2 kT}{c^2}$... Rayleigh-Jeans

$B(T) = \int_0^{\infty} B_{\nu}(T) d\nu = \frac{\sigma_R}{h} T^4$ $\sigma_R = \frac{2 \pi^5 k^4}{15 c^2 h^2}$

Momenty záření

střední intenzita záření

• 0. moment: $E_V = \frac{4\pi}{c} \int_V J_V$ $J_V = \frac{1}{4\pi} \int I d\omega$
 $E_R(\vec{r}) = \int_0^{\infty} E_V d\nu = \frac{4\pi}{c} B(T) = \frac{4\sigma}{c} T^4$

$$\frac{1}{4\pi} \begin{pmatrix} c E_V \\ \vec{F}_V \\ c \hat{P}_V \end{pmatrix} = \frac{1}{4\pi} \int \begin{pmatrix} 1 \\ \vec{h} \\ \vec{h} \otimes \vec{h} \end{pmatrix} I_V d\omega$$

- 1. moment: tok záření $\vec{F}_V = \int I \vec{n} d\omega$ $\vec{F} = \int \vec{F}_V dV$
 $N \cdot h\nu = \vec{F}_V \cdot d\vec{s}$
- 2. moment: tenzor tlaku záření $\hat{P}_V = \frac{1}{c} \int I \vec{n} \otimes \vec{n} d\omega$ $\vec{n} \otimes \vec{n} = n_i n_j$
 $E_R = \text{tr } \hat{P} = 3p$... tlak záření

fotony ve směru i $h\nu n_i$ $h\nu n_j$ $\hat{P} = \hat{P}$

Interakce záření a látky $\delta E = (\mu(\vec{r}, \vec{n}, \nu) - \chi(\vec{r}, \vec{n}, \nu) \cdot I(\vec{r}, \vec{n}, \nu)) d\omega d\nu dS ds$

$\chi = \chi^a + \chi^r$ (absorpce + rozptyl) - **VLTE** $\eta(\nu) = \chi(\nu) B(\nu) \dots$ Kirchhoffův zákon $\frac{1}{\chi} \dots$ str. volného dráhka

$\chi = \sum_i \sigma_i h_i \dots$ účinný průřez $\chi \dots$ char. délka nř se zářím zářím e- křít

• absorpce - excitace (+ deexcitace srážkou) $R_{ij} = 4\pi \frac{g_j}{g_i} \frac{\alpha_{ij}}{h\nu_{ij}} \int_0^\infty \Phi_{ij}(\nu) J_\nu d\nu$
 - ionizace $R_{ij} = 4\pi \int_{\nu_i}^\infty \frac{\alpha_i(\nu)}{h\nu} J_\nu d\nu$ $C_{ij} = h_e \Omega_{ij}(T)$
 - zvýšení E volného e-

• emise - spontánní / stimulovaná deexcitace $R_{ji} = 4\pi \frac{g_i}{g_j} \frac{\alpha_{ji}}{h\nu_{ji}} \left(\frac{2h\nu_{ji}^3}{c^2} + \int_0^\infty \Phi_{ij}(\nu) J_\nu d\nu \right)$
 - rekombinace $R_{ji} = 4\pi \left(\frac{h_i}{h_j} \right)^* \int_{\nu_i}^\infty \frac{\alpha_i(\nu)}{h\nu} \left[\frac{2h\nu^3}{c^2} + J_\nu \right] e^{-\frac{h\nu}{kT}} d\nu$

- zářivý srážkový E volného e- (bremsstrahlung) $C_{ji} = h_e \Omega_{ji}(T) = h_e \left(\frac{n_j}{n_i} \right)^* \Omega_{ij}(T)$ sřka oscilátor

• rozptyl - zářivá excitace + deexcitace $\chi(r, \mu, \nu) = \alpha_{ij} g_i \left(\frac{h_i}{g_i} - \frac{n_j}{g_j} \right) \Phi(\nu)$, $\alpha_{ij} = \frac{\hbar e^2}{mc^2} f_{ij}$

- na volných e- (Thomsonův) $\chi(r, \mu, \nu) = \sigma_{Th} h_e$

- na vázaných e- (Comptonův)

- rovnice kinetické rovnováhy $\sum_{i \neq j} h_j P_{ji} - h_i \sum_{i \neq j} P_{ij} = 0$ $P_{ij} = R_{ij} + C_{ij}$

- ionizační rovnováha (Saha rovnice)

$\frac{N_j}{N_{j+1}} = h_e \frac{u_j(T)}{u_{j+1}(T)} \frac{1}{Z} \left(\frac{h^2}{2\pi m_e kT} \right)^{3/2} e^{\frac{\chi_{I,j}}{kT}}$
 partition fee, zářivá působící hustota, ionizační potenciál

- excitační rovnováha (Boltzmannova rovnice) $\left(\frac{n_j}{n_i} \right)^* = \frac{g_j}{g_i} e^{-\frac{\epsilon_i}{kT}}$

- detailní rovnováha

$\left(\frac{h_i}{h_j} \right)^* = \frac{g_i}{g_j} e^{\frac{\epsilon_j - \epsilon_i}{kT}} = \frac{g_j}{g_i} e^{-\frac{h\nu_{ij}}{kT}}$ $U^* = \int w_{ij} g_i e^{-\frac{\epsilon_i}{kT}}$

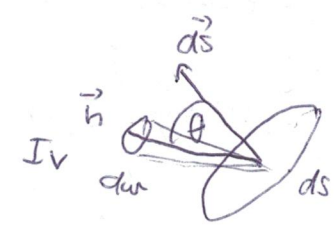
24) Hvězdné atmosféry

I... specifická intenzita záření

- rovnice přenosu záření - po průchodu element. vzdáleností se změní energie

$$SE'(\vec{r} + \Delta\vec{r}, \vec{n}, \nu) - SE(\vec{r}, \vec{n}, \nu) = [K'(\vec{r} + \Delta\vec{r}, \vec{n}, \nu) - I(\vec{r}, \vec{n}, \nu)] dS d\omega d\nu$$

$$\left(\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial s}\right) I(\vec{r}, \vec{n}, \nu) = \kappa(\vec{r}, \vec{n}, \nu) - \chi(\vec{r}, \vec{n}, \nu) I(\vec{r}, \vec{n}, \nu)$$



- momenty záření

$$\frac{1}{4\pi} \begin{pmatrix} cE_\nu \\ \vec{F}_\nu \\ c\hat{P}_\nu \end{pmatrix} = \frac{1}{4\pi} \oint \begin{pmatrix} 1 \\ \vec{n} \\ \vec{n} \otimes \vec{n} \end{pmatrix} I_\nu d\omega$$

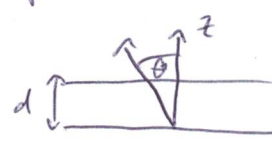
$$E_R = \int_0^\infty E_\rho d\nu = \int_0^\infty \frac{4\pi}{c} J_\nu d\nu = \frac{4\sigma}{c} T^4$$

$$F = \int_0^\infty F_z d\nu$$

$$E_R = \text{tr } \hat{P} = 3\rho$$

- planoparalelní přiblížení

~~XXXXXXXXXX~~



$\theta \in (0, \pi)$
 $d\omega = -d\mu d\phi$ $\mu = \cos\theta$ $\mu \in (-1, 1)$

$$\vec{n} = (\sqrt{1-\mu^2} \cos\phi, \sqrt{1-\mu^2} \sin\phi, \mu)$$

$$\mu \frac{dI_\nu(z, \mu)}{dz} = \kappa_\nu(z, \mu) - \chi_\nu(z, \mu) I_\nu(z, \mu) \Rightarrow \text{momenty: } J_\nu(z) = \frac{1}{4\pi} \int_{-1}^1 d\mu \int_0^{2\pi} d\phi I_\nu(z, \mu) = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 I_\nu d\mu$$

- sférické přiblížení

$$\frac{\partial}{\partial s} \rightarrow \frac{\partial r}{\partial s} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial \theta}{\partial s} \frac{\partial}{\partial \theta} = \frac{\mu}{r} \frac{\partial}{\partial r} - \frac{\sqrt{1-\mu^2}}{r} \frac{\partial}{\partial \theta}$$

$$F_z = \int_{-1}^1 d\mu \int_{-1}^1 d\mu' I_\nu \mu d\mu = 2\mu \int_{-1}^1 I_\nu \mu d\mu$$

$$\left(\mu \frac{\partial}{\partial r} - \frac{1-\mu^2}{r} \frac{\partial}{\partial \mu}\right) I_\nu(r, \mu) = \kappa_\nu(r, \mu) - \chi_\nu(r, \mu) I_\nu(r, \mu)$$

$$H_\nu(z) = \frac{1}{4\pi} F_z = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 \mu I_\nu d\mu$$

$$K_\nu(z) = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 I_\nu \mu^2 d\mu$$

- výhledový poměr optické hloubky a zdrojové funkce $S = \frac{\kappa}{\chi}$

τ ... vzdálenost vyjádřená ve volce dráze fotonů $d\tau(z, \nu) = -\chi_\nu(z) dz$

S ... zdrojová funkce (vychýlnost)

$$\tau_s(z, \mu, \nu) = \frac{\tau(z, \nu)}{\mu}$$

$\tau \ll 1$ opticky tenké
 $\tau \gg 1$ opticky tlusté

$$\hat{P} = \frac{4\pi}{3} (K \cdot \hat{n}) - \frac{2\pi}{c} [(S\kappa - j) \cdot \hat{n}]$$

Eddingtonův faktor

$$f_\nu^k(z) = \frac{K_\nu(z)}{J_\nu(z)} \begin{cases} \text{izotropní } f^k = \frac{1}{3} \\ \text{anizotropní } f^k = 1 \end{cases}$$

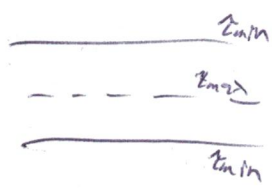
- typičtí okrajové podmínky

- měrná vlnka ϵ řídká ($\Rightarrow \epsilon$ podmínka)

• planoparalelní $\begin{cases} \text{horní } I(\tau_{\min}) = I^- \text{ pro } -1 \leq \mu \leq 0 \\ \text{spodní } I(\tau_{\max}) = I^+ \text{ pro } 0 \leq \mu \leq 1 \end{cases}$

• Symetrická/vrstva (oboustranná díra)
 $\tau_{\min} : I(\tau_{\min}) = I^-(\mu, \nu)$

$\tau_{\max} : I(\tau_{\max}) = I^-(\tau_{\max}, -\mu, \nu)$



• polone lanočár

horní: $I(\tau_{\min}, \mu, \nu) = 0$ pro $-1 \leq \mu \leq 0$

$$I(\tau_{\min}, \mu, \nu) = I^+(\mu, \nu) = S(\mu, \nu) + \frac{dS(\mu, \nu)}{d\tau}$$

Příklady

- Záření v neabsorbujícím prostředí $n_1 x = 0$ $\frac{\partial}{\partial r} I_\nu(r, \mu) = 0$ pro $\mu = \text{konst.}$

I_ν se moment μ je definována na prostorový úhel

po zintegrování pouze přes úhly pod kterými vidíme hvězdu $\mu_c = \sqrt{1 - \left(\frac{R_0}{r}\right)^2}$

$$J_\nu(r) = \frac{1}{2} \int_{\mu_c}^1 I_\nu(r, \mu) d\mu = W \cdot I_\nu(R_*, \nu) \quad \text{kde } W \approx \frac{1}{2} \left[1 - \left[1 - \left(\frac{R_*}{r}\right)^2 \right]^{1/2} \right] \dots \text{koeficient záření}$$

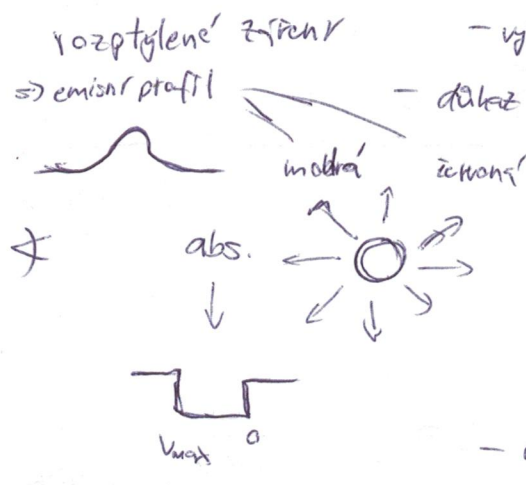
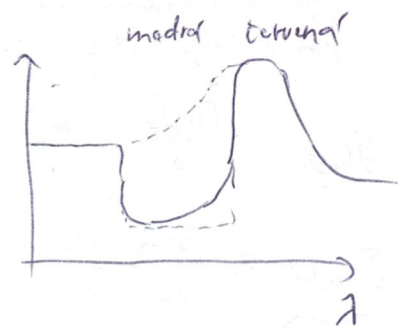
$$F_\nu(r) = 2\pi \int_{\mu_c}^1 I_\nu(r, \mu) d\mu \cdot \mu = \pi \left(\frac{R_*}{r}\right)^2 I(R_*, \nu) \quad \text{--- Taylor } W \approx \left(\frac{R_*}{r}\right)^2$$

--- pokud $r^2 F_\nu(r)$ nezávisí na $r \Rightarrow L = 4\pi r^2 F_\nu(r)$... Zářivý výkon

25) Hvězdný vítr: vznik a urychlování. Mechanismus urychlování hvězdn. větru a chem. vývoj.

- hvězdný vítr = tok iontů a elektronů z hvězdy do většího prostoru
- zejména u horkých hvězd s velkým zářivým výkonem J_v
- v extrémních případech může způsobovat enormní ztrátu hmoty ($\sim 10^{-6} M_\odot/\text{yr}$)
- pozorujeme i u Slunce - poměrně slabý, zvyšující při erupcích (rekonexe)
- u chladných obřů je vítr urychlován absorpcí na prachových částicích \Rightarrow koronální
- P Cygni profil - důkaz a existenci hvězdného větru u hvězd

- zejména u O, B hvězd HP a O, B, A obřů
- typicky velmi široké (až 4000 km/s)



- vyšší než uvažovaná rychlost, roste s r od hvězdy
- díky rozptýření se obalíky
- P Cygni profil vzniká v případě že: bezprostředně po absorpci fotonu ϕ foton vyžáren v teže čáře a iont se vrací do původního stavu \Rightarrow rozptyl v čáře
- může se vyskytovat ve spektrech nov a supernov

- ne všechny čáry musí mít nutně P Cygni profil
- \Rightarrow rekombinační čáry - po rekomb. je atom v exc. hladině \rightarrow po deexcitaci z níse iontů je
- např. emisní čára $H\alpha$ - ve spektru hvězd typu O

Urychlování větru - terminal velocity nekvalitativně přibližuje uvažovanou rychlost

$$v_{\text{inert}} = \sqrt{\frac{2GM(1-\Gamma)}{r}}$$

- na povrchu hvězdy ta síla ale musí být $F < F_g$ a zesílit se až ve větší vzdálenosti $\Gamma = -\frac{g_{\text{el}}}{g}$
- kvůli zářivému výkonu to bude spíše s polcem zářivým (J_v) $g_{\text{el}} = \frac{F_{\text{zár}}}{s} = \frac{L}{4\pi r^2 c} \frac{\sigma_{\text{Th}}}{m_e} \quad m_e = \frac{p}{nc}$
- samotný rozptyl na volných e^- to nepůsobí - snižá ale aspoň efektivně grav. zrychlení
- účinný průřez v čarách však může být i větší než σ_{Th} (pro $Z \ll 1$) $g_{\text{ef}} = -\frac{GM(1-\Gamma)}{r^2}$
- v reálném větru (opticky tlusté) jen nekvalitativně
- pohlcené záření je ihned emitováno - ale v následném směru (izotropně)
- šance, že bude foton emitován v opačném směru než z jakého přišel je velmi malá
- \Rightarrow kvůli geometrii to statisticky způsobí urychlování větru
- u chladných hvězd - Reimersův vztah - úměr $L \sim \dot{m}$
- prachem urychlování + pulzace - velobří AGB, P AGB
- úbytek hmoty souvisí s periodou pulzací

Sobolevova aproximace

— psít vlnku proudů záření a počítat zátěží Mlu
— lze to provést pouze numericky

— modelování větru je stále velice složité — s rychlostí se mění i frekvence, na které může daný atom absorbovat záření — posouvá se do modré oblasti

— zářivá síla v opticky tenké záři — určena zářivým (energií), kt. je čista schopná absorbovat

— čista je dopřevodný rozšíření — pravidlo. že bude foton

$$f_{\text{tenké}} = S \cdot \dot{N}_{\text{tenké}} = \frac{\bar{x} F_V}{c} \quad \bar{x} = \int_0^{\infty} x \nu d\nu$$

v dané záři absorbovat — když je dost tenká \Rightarrow Sobolev

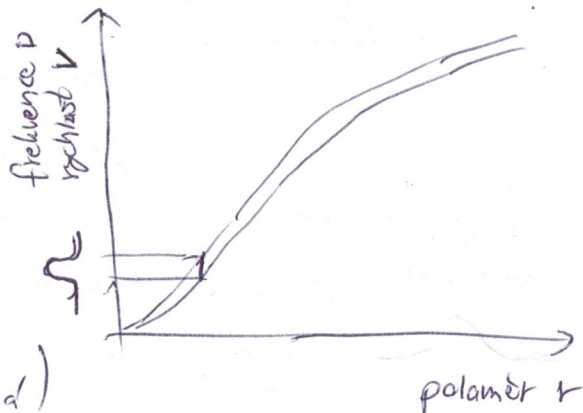
— když je tenčí než Sobolevova optická délka $L_s \equiv \frac{v_{\text{tep}}}{(dv/dr)}$

$\frac{v}{(dv/dr)}$ — charakteristická délka musí být delší než \rightarrow

— pro opticky tlustou čistu je to složitější

$$\dot{N}_{\text{tlustá}} = \frac{f_{\text{tlustá}}}{p} = \frac{v_0 F_V}{sc^2} \frac{dv}{dr} (1 - e^{-\tau_s})$$

$$\dot{N}_{\text{tlustá}} \approx \frac{v_0 F_V}{sc^2} \frac{dv}{dr} = \frac{\dot{N}_{\text{tenké}}}{\tau_s} \quad (\text{pro } \tau_s \ll 1 \quad \dot{N}_{\text{tlustá}} \approx \dot{N}_{\text{tenké}})$$



Rychlost ztráty hmoty

— pro star. a sféricky symetrický vítr

$$\dot{M} = 4\pi r^2 \rho v$$

$$F_V \approx \frac{E}{v_0} = \frac{L}{4\pi r^2 v_0}$$

$$\dot{N}_{\text{tlustá}} = \frac{L}{M c^2} v \frac{dv}{dr}$$

$$v \frac{dv}{dr} = g$$

$$v \frac{dv}{dr} = N_{\text{tlustá}} \frac{L}{M c^2} v \frac{dv}{dr}$$

$$\dot{M} = N_{\text{tlustá}} \frac{L}{c^2}$$

CAK teorie (Castor, Abbott a Klein)

$$\dot{N}_{\text{zář}} = \frac{f \Gamma C M k}{r^2} \left(\frac{1}{\sigma_{\text{Th}} S v_{\text{tep}}} \frac{dv}{dr} \right)^\alpha \Rightarrow v(r) = v_\infty \left(1 - \frac{R_*}{r} \right)^\beta$$

$$\beta = 0.8 - 1.0$$

$$v_\infty \approx \sqrt{\frac{2GM(1-\Gamma)}{R_*}}$$

$$\dot{M} \sim \frac{1}{L^\alpha} \alpha \approx 0.5$$

Vítr O, B, A hvězd

— nejvíce přispívají méně zastoupené prvky — mají mnohem více zář a vítr účinně přičítají

— u WR hvězd je více vítr nejspíš vychází už v atmosféře hvězd

— síla ztráty hmoty $10^{-7} - 10^{-6} M_\odot \text{ (yr)}$, rychlost 500-4000 km/s

— hustota hmoty během milionů let

— podstatná část hmoty se vrací do mezhvězdného prostředí — oblačení a prachové hvězd

— vítr se stává turbulentní \Rightarrow fázní vlny \Rightarrow vlnění a relativní hustoty, část v UV oblasti

26) Interakce horlých hvězd s mezihvězdným oholem, oblasti HII - Strömgrenův poloměr.

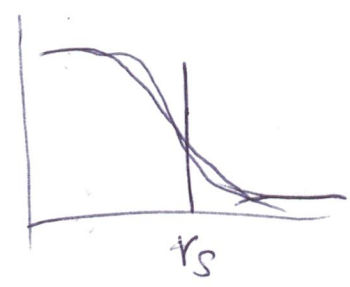
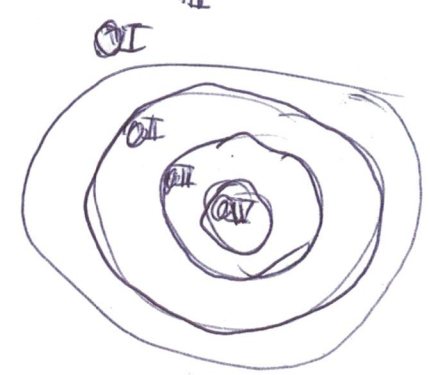
- hvězdný vítr - intenzivní ionizující záření + vítr iontů a elektronů
 - může být podporován rotací (Be) případně pulzací hvězd HP
 - případně i pulzacemi či ztrátou obalů v zářivých středích (pAGB)
 - souvisí se vznikem planetárních mlhavin

- oblasti HII - oblasti ionizovaného vodíku s teplotou více než 8000 K - emise mlhavin
 - v okolí O a B hvězd s teplotou nad 18000 K - dost energie na ionizaci H
 - elektrony pak rekombinují do vyšších hladin a pak se deexcitují (Ba, Ly, Pa)
 - ⇒ ~~hvězdné~~ záření UV do optických oblastí

- v oblastech nově narozených mladých A, B hvězd - zápa při 10^7 let
- homogenním prostředí mají HII oblasti tvar koule

→ Strömgrenův poloměr $R_S \approx \sqrt[3]{\frac{L_{UV}}{4\pi n_H^2}}$ $r_{HII} \sim \sqrt[3]{\frac{N_1}{n_{HII}^2 n_e}}$

- desítky parsek
- typický stejný jako poloměr mlhavin



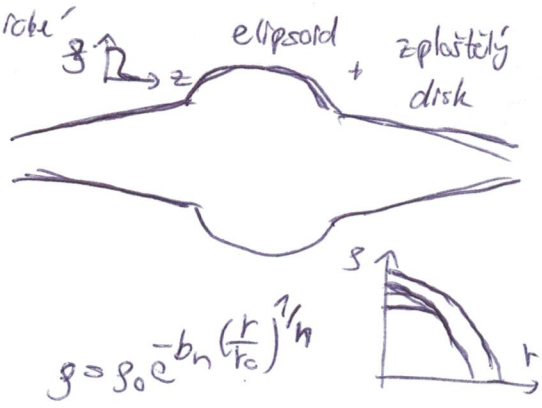
- vzhled zakázaných čar
- obecný kecy kolem Antarek
 - jedná většinou proměnný

27) Dynamika galaxií a skrytá látka. Vzhled rotační křivky pro spirální galaxii, když by v ní dominovala viditelná hmota. Porovnejte se skutečností - DM?

- galaxie - jedny z největších grav. vázaných útvarů - většinou jsou to jen kupy galaxií
 - na malých časových škálách stacionární - na velkých bychom pozorovali výrazné změny
 - částice a hvězdy obíhají po kruhových a eliptických drahách, tj. jsou vlastně rosety
 - u spirálních obíhají ve stejném směru a podobnými rychlostmi (v_c)
 - u SO jsou rychlosti tedy hlavně v jednom směru
 - u eliptických nejsou systematické rychlosti - hvězdy a částice oscilují v Φ v hodových směrech
- střední - plyn - u elip. v hydrost. rovnici, Eulerovy rovnice, ~~stacionární~~ rovnice
 - hvězdy
 - temná hmota
 - bezkolizní systémy, Jeansovy rovnice stacionární dynamiky

- rozložení hmoty - měřítko rozdělení - ve střední nepřesnosti

- v prvním přiblížení sféricky nebo osově symetricky
- spirální galaxie - více komponentar model
 - disk $\rho(x,y,z) = \rho_d e^{-\frac{\sqrt{x^2+y^2}}{R_d}} e^{-\frac{z}{z_d}}$
 - bulže $\rho(x,y,z) = \rho_b e^{-\frac{x^2+y^2}{R_b^2}} e^{-\frac{z^2}{z_b^2}}$



$\Phi(r) = \Phi_0(r) + \Phi(r) \cdot e^{i[ut - m\theta + \pm(r)]}$

- halo, příčky, spirální ramena (opticky)

- eliptické galaxie - svislá hmota - Sérského profil (de koncentraciový zákon)
 - křivý plyn - beta model $\rho = \rho_0 \left(1 + \frac{r^2}{r_c^2}\right)^{-\frac{3}{2}\beta}$
 - temná hmota - NFW profil $\rho = \frac{\rho_0}{\frac{r}{r_c} \left(1 + \frac{r}{r_c}\right)^2}$

Rotační křivka spirální galaxie $\frac{v_c^2}{r} = -\text{grad } \Phi$

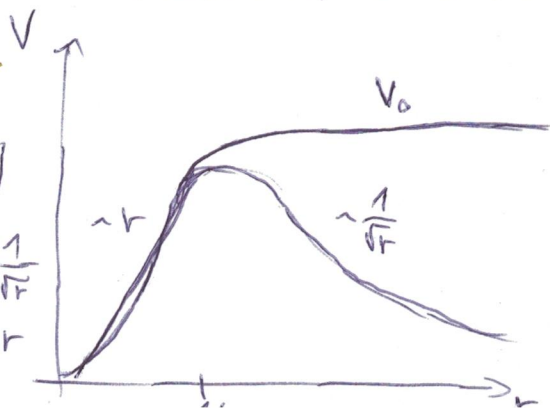
- v malých vzdálenostech jako homogenní sféra ρ_0
- z Poissonovy rovnice $\nabla^2 \Phi = 4\pi G \rho_0 \Rightarrow \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right) = 4\pi G \rho_0$

$\Phi = \frac{4\pi}{3} G \rho_0 \frac{r^2}{2} + C \Rightarrow \frac{v_c^2}{r} = \frac{\partial \Phi}{\partial r} = \frac{4\pi}{3} G \rho_0 r \Rightarrow \boxed{v_c \sim r}$

- ve velkých vzdálenostech jako hmotný bod $\frac{v_c^2}{r} = \frac{GM}{r^2} \Rightarrow v_c \sim \frac{1}{\sqrt{r}}$

Newtonovy teoremy - Slupkový teorem - klesá jako r^2 ale V roste jako $r^3 \Rightarrow v_c \sim r$

Hmotný bod - zvenku je všechno hmotný bod $v_c \sim \frac{1}{\sqrt{r}}$



v centru nula protože $M(r)=0$

- my ale pozorujeme plochu křivku $V_c(r) \approx V_0$

$$\frac{V_c^2}{r} = \frac{\partial \Phi}{\partial r} \Rightarrow \Phi = V_c^2 (\ln r + C)$$

- což by divergovalo takže se používá $\Phi = v_0 \ln(r^2 + r_0^2) + C$

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right) = 4\pi G \rho(r)$$

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{V_0^2}{r} \right) = 4\pi G \rho(r)$$

$$\rho(r) = \frac{V_0^2}{4\pi G r^2}$$

28) Stavba vesmíru - Popište o základních a odvozených metodách určování vzdáleností objektů. Jak jsou rozloženy galaxie v okolí naší galaxie a většinu měřítků?

- stava vesmíru - mikro - částice standardního modelu - kvarky, leptony, bosony, baryony + věci
 - H, He, Li - těžší částice až z hvězd a supernov, De, ³He hmota
 - do první doby dominovalo záření a neutrina - později zářka dominant
 - hlavně temná hmota - studená (σ) - WIMPy, mikro BH
 - a nyní asi dominoje temná energie - horké cato je, žijícího rozpínání
- makro - díky gravitaci začaly vznikat větší vázané struktury
 - shlukování od nejmenších po největší - nejdriv vznikly hvězdy až nakonec skupy
 - hierarchická stavba struktur
 - hvězdy, hvězdní systémy, hvězdní skupy, molekulární oblaky, galaxie, skupiny, kupy, nadkupy, filameny, buněčné
 - planety, komety
 - planety, hvězdy - ~~drží~~ v hydrostatické rovnováze
 - hvězdní skupy, galaxie - systémy hvězd - drží se vlastní grav. + temná hmota
 - kupy - největší grav. vázané struktury, drží se i temná hmota
 - nadkupy - spíše v prostoru rychlostí (receptory, chlaďte konvergují ale rozprá se to)
 - filameny, buněčná struktura - foam-like structure, tam kde se to protáhne jsou filameny

Metody určování vzdáleností • radiolokace - šunecul satura (kontarv odražeče na Měsíci)

- triangulace (paralaxa) - měření polohy věci vzdálenému pozadí ze 2 stanovíšť $\pi [\text{arcsec}] = \frac{1}{r [\text{pc}]}$
 - blíže objekty v rámci galaxie
- Cefeidy - závislost $M_V = -2.81 \log_{10} P - 1.43$ $d = 10^{\frac{m-M+5}{5}}$
 - objekty v Galaxii a blíže cizí galaxie (LMC, SMC, Andromeda)
- standardní svíčky - věci, které září vždy ve velké stejné (napr. supernovy typu Ia, zářivé hvězdy)
 - galaktické a intergalaktické vzdálenosti plotem závislost
- surface brightness fluctuations - v Galaxii je omezení hvězd, vzdálenější galaxie bude mít víc smooth
- Faber-Jackson relace - vztah mezi $L \sim \sigma^2$ $\sigma \approx 4$ u eliptických galaxií
- Tully-Fisher - vztah mezi L a ω asymptotickou rotační rychlostí
- rudý pasiv - Hubbleův vztah $V = H \cdot r$ $H \approx 70 \text{ km/s/Mpc}$ $1+z = \sqrt{\frac{1+\beta z}{1-\beta}}$

Jak jsou rozloženy galaxie v okolí naší Galaxie a větším měřítkem².

- místní skupina galaxií - LMC, SMC, Andromeda, Galaxie, galaxie v Trojúhelníku (M33)
+ trpasličí galaxie - nepravidelné, eliptické, sférické
- rozměry 3 Mpc (10 Mly), 10^{12} solar masses
~~galaxie~~ - největší galaxie jsou od sebe asi 1 Mpc, s Andromedou se asi srazíme
- je součástí superkupy galaxií v Panně - ještě je součástí Laktického nadkupy
- nejbližší kupa je Virgo cluster s galaxií M87 - 16 Mpc
- dále třeba kupa galaxií v Kentauru, v Hydře, v Perseu

~~XXXXXXXXXX~~

29) Standardní kosmologický model. Absence antihmity, zastoupení helia a izotropie reliktního záření. Fotometrický a termodynamický paradox.

- dvě představy - omezený v prostoru - Země + sféra planet + sféra hvězd - středem vesmíru Země
 - středem Slunce, kolem "samé" hvězdy - Galaxie je celý vesmír
 - cíl Galaxií a astrů - galaxie v Andromedě
- Newtonův model - nekonečný, rovnoměrně vyplněný hvězdami, homogenní, izotropní
 - paradox: Sturibach - síly by se vykompenzovaly - řádově přírodní vesmír - ale potenciál by šel do nekonečna
 - fotometrický - nekonečné hvězdy by vyplnily celou oblohu (Olbersův) - světlo se šíří konečnou rychlostí + hvězdy nežijí nekonečně dlouho - vesmír se rozpíná => tudíž posuv + snížení intenzity
 - dynamická rovnováha je vrhá - malá odchylka by vedla ke zhroutení

Standardní kosmologický model

- poč. 20. stol. - OTR => Einstein si myslel, že vesmír je statický a věčný => zavedl kosmologickou konstantu, aby nezhřaboval $G_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = \kappa T_{\mu\nu}$
- Friedman a Lemaitre - vesmír se rozpíná - je dynamický
- Hubble - vesmír se rozpíná -> Einstein - svůj největší omyl -> musel mít zábratka = Velký třesk
- na konci 20. století - rozpínání / zrychlení - kosmologická konstanta stíkes back
- vývoj vesmíru - vznik při velkém třesku - nekonečně malý a hustý bod
 - 10^{-43} s - Planckův čas -> 10^{-36} s - oddělení gravitace, rozpíná se -> 10^{-12} oddělení elektromagnetické a silné interakce, vznik maj. monopola, krátení zavedením inflace (10^{-32} s)
 - vesmír se nafukl a zřídka (nafukl se sám prostor - rychleji než světlo)
 - kvůli zápornému tlaku vakua - mělo by být v lokálním minimu ke státní Abelově vakua
 - na konci vesmír plný quark-gluonového plazmatu a leptonů
 - 10^{-6} s quarková éra -> 10^{-8} s hadronová éra - vznik protonů a neutronů (neutronové pozadí)
 - většina hadronů a antihadronů anihilovala - ale nějak zůstala nerovnovážně - asymetrický rozpad bezony *
 - 10s leptonová éra - všude spousta leptonů a antileptonů (nepřehlédný), 3-20 min - nukleosyntéza
 - 380 000 let - fotonová éra, vznik reliktního záření, teplota 3000 K - vznik helia, hde

Geometrie a vývoj vesmíru

- kosmologický princip - Vesmír je homogenní a izotropní, rozplhá se z každého bodu a každý pozorovatel je vlastně středem svého vesmíru

- vývoj závisí na hustotě gravitací látky a na množství temné energie

$$Y = \frac{2n_H}{n_H + n_p} \approx 0.22 \text{ a}$$

Helium

- volně probíhá $n \rightleftharpoons p^+$
- když byla horka bylo $\frac{n_H}{n_p} \approx 1$ pro $kT \gg (m_p - m_n)c^2$
- v době kdy to kleslo což na $\frac{n_H}{n_p} = \frac{1}{8}$ došlo k fúzi - poměr pak klesl

- myslíte, že začal počítka byl vesmír složen z chladných ~~neutronů~~ neutronů

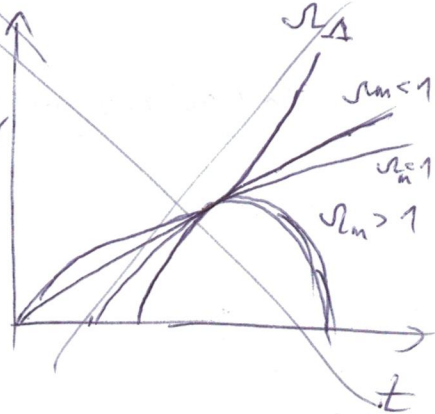
→ rozpadaly by se na deuterium → všechno by se přeměnilo na He

- horký vesmír vystřelí pozorovaný poměr He lépe

- jaderné reakce poměr He změnit ⇒ ten poměr 25% musel být už na začátku

- byl složen z protonů a neutronů - jak chladla energie částic klesala

- aby se neutrony zachrátily vstříkaly deuterium a to se pak spojilo na $\frac{4}{2}\text{He}$ a $\frac{3}{2}\text{He}$



Termodynamický paradox

- protože se rozpíná a chladne - než se dvě oblasti efektivně spojí zase to schladne

- Vesmír spíje do stavu termodyn. rovnováhy - čeká nás tepelná smrt

- řešení - vesmír už ve stavu tepelné smrti byl - teď se od ní nepatrně odchyluje

- všude stejná teplota, FE

- už rozpínání na z něj dostalo

- lelem proti tepelné smrti je tedy ~~rozpínání~~ (ať se rozpíná)

Izotropie reliktního záření

marmálové by to bylo 13.6 eV ≈ 50 kK
dřívě ať 3000K $Z_{\text{rad}} = \sigma T^4$

$$\Rightarrow T \propto \frac{1}{a}$$

- pozorujeme AOT $T = 2.725 \pm 0.001 \text{ K}$ $S_{\text{rad}} \propto \frac{1}{a^4}$

- dipólová anizotropie - ~~SS~~ pohyb SS, galaktický prach

- pro popis fluktuací se používá multipolový rozklad



- oblasti nebyly kardinálně spojené - vesmír se musel zhomogenizovat

před nafouknutím (inflací) $a(t) \propto \exp(t) \approx 10^{43}$

3c) Vývoj vesmíru. Parametry popisující rozpínání? Vesmír bez gravitace
hmoty, vesmír s kritickou hustotou + temnou energií. Který se realizoval
v minulosti a který nyní?

- Hubbleova konstanta - rudy posuv $1+z = \gamma \left(1 + \frac{v_r}{c}\right) \Rightarrow z \approx \frac{v_r}{c}$
 $\Rightarrow v_r = H_0 \cdot r$ - Hubble ze SNIa
 - hubblev parametr $H(t) = H(z)$

- scale factor - škáluje jak byl vesmír menší

$$\vec{r}(t) = a(t) \cdot \vec{x} \text{ -- comoving coordinates}$$

$$H(t) = \frac{v(t)}{r(t)} = \frac{\dot{a}(t) \cdot \vec{x}}{a(t) \vec{x}} = \frac{\dot{a}}{a}$$

- Friedmannovy rovnice $\frac{\dot{a}^2 + k^2 c^2}{a^2} = \frac{8\pi G \rho + \Lambda c^2}{3}$ space curvature cosmological constant

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3} \left(\rho + \frac{3p}{c^2} \right) + \frac{\Lambda c^2}{3}$$

$$\begin{cases} \rho \rightarrow \rho - \frac{\Lambda c^2}{8\pi G} \\ p \rightarrow p + \frac{\Lambda c^4}{8\pi G} \end{cases}$$

$$H^2 = \left(\frac{\dot{a}}{a} \right)^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho - \frac{kc^2}{a^2} + \frac{\Lambda c^2}{3}$$

$$H + H^2 = \frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3} \left(\rho + \frac{3p}{c^2} \right)$$

- Kritická hustota ($k=0, \Lambda=0$) $\Rightarrow H^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho \Rightarrow \left\{ \rho_{crit} = \frac{3H^2}{8\pi G} \right\}$

- Density parameter $\Omega_i = \frac{\rho_i}{\rho_{crit}}$ $\Omega_m = \frac{8\pi G}{3H^2} \rho$ $\Omega_\Lambda = \frac{\Lambda c^2}{3H^2}$

$$\Omega_k = -\frac{kc^2}{H^2}$$

- Expansion rate $E(z) = \frac{H(z)}{H_0} = \sqrt{\Omega_m a^{-3} + \Omega_k a^{-2} + \Omega_\Lambda a^{-3(1+w)}}$

• Deceleration rate $q = -\frac{\ddot{a}a}{\dot{a}^2}$ - změna rychlosti / expanze

$q = 0$... rovnoměrně expandující vesmír

nyní: $q_0 \approx -0.55$ pro $\Omega_\Lambda = 0.7$ $\Omega_m = 0.3$

$q > 0$... zpomalně expandující

$q < 0$... zrychleně expandující

$$q = \frac{1}{2} \sum_i \Omega_i (1 + 3w_i)$$

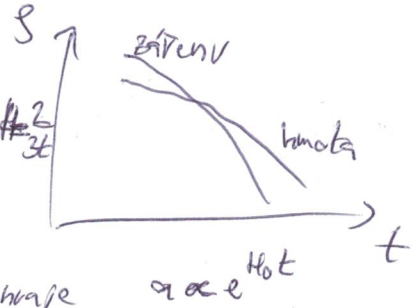
- kvůli fantomové energii mají všechny kosmologie $q \geq -1$

- pro Λ CDM q přiblíží se asymptoticky k -1

• Equation of state parameter $p = w\rho$

- hmota $w = 0$ $\rho = a^{-3(1+w)} \propto a^{-3}$, $a \propto t^{2/3}$, $H = \frac{2}{3t}$

- záření $w = \frac{1}{3}$ $\rho \propto a^{-4}$, $a \propto t^{1/2}$, $H = \frac{1}{2t}$



- vakuum $w = -1$ $\rho = \text{konst.}$ - důvod proč Λ vyhraje
= kosmologická konstanta

- $w < -1$ - fantomová energie \Rightarrow Big Rip

- $w > -1$ - stabilní tmavá energie

- $w > -\frac{1}{3} \Rightarrow q > 0$ - ~~zrychleně~~ zpomalující

k	V	záření	sonit
$\Omega > 1$ $k \geq 1$	fin	+	>
$\Omega = 1$ $k = 0$	fin	0	=
$\Omega < 1$ $k = -1$	inf	-	<

$$H = \frac{1}{t}$$

Jak by se vyvíjel vesmír

• bez gravitace ~~hmota~~ - vesmír by stále expandoval $q = 0$ $H = \text{konst.}$

• vesmír s kritickou hustotou s $\Omega_m = 0.3$, $\Omega_\Lambda = 0.7 \Rightarrow \Omega_{\text{tot}} = 1 \Rightarrow k = 0$

- záleží na poměru tmavé energie

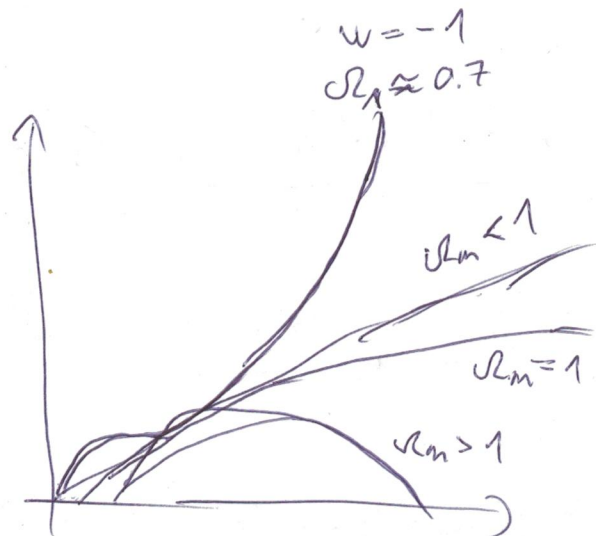
- pro kosmologickou konstantu $w = -1$

se bude rozvíjet do nekonečna (Big Freeze)

- pro fantomovou energii rychlost rozpínání poroste (Big Rip)

- pro $w > -1$ se tmavá energie zesílí a ~~zastaví~~
- a přiblíží se k nule

- pro $w = w_0 + w_1 t$ vůbec nevím



- dříve převažovala hmota, teď dominuje tmavá energie