Momenty rovnice přenosu záření

- vynásobením $\vec{n}$ a integrací 0. momentu: $\left(\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial s}\right) I = \eta - \chi I$

- střední intenzita záření (1. moment) + tok záření (2. moment)

monochromatická E

$$\frac{4\pi}{c}\frac{\partial J_\nu}{\partial t} + \vec{\nabla}\cdot\vec{F}_\nu = \frac{\partial E_{R\nu}}{\partial t} + \vec{\nabla}\cdot\vec{F}_\nu = \oint(\eta_\nu - \chi_\nu I_\nu)\,d\omega$$

po integraci přes ν: $\frac{\partial E_R}{\partial t} + \vec{\nabla}\cdot\vec{F} = \int_0^\infty\oint(\eta_\nu - \chi_\nu I_\nu)\,d\omega\,d\nu$

- tok záření (2. moment) + tenzor tlaku záření (3. moment)

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial \vec{F}_\nu}{\partial t} + \vec{\nabla}\cdot\overleftrightarrow{P}_\nu = \frac{1}{c}\oint\vec{n}(\eta_\nu - \chi_\nu I_\nu)\,d\omega$$

po integraci přes ν: $\frac{1}{c^2}\frac{\partial \vec{F}}{\partial t} + \vec{\nabla}\cdot\overleftrightarrow{P} = \frac{1}{c}\int_0^\infty\oint\vec{n}(\eta_\nu - \chi_\nu I_\nu)\,d\omega\,d\nu \equiv -G$

- kde G je hustota zářivé síly
  - když je slabší než gravitace nadnáší materiál
  - když je silnější urychluje hvězdný vítr

- pro izotropní opacitu χ_ν a emisivitu η_ν platí:

$$\frac{\partial E_{R\nu}}{\partial t} + \vec{\nabla}\cdot\vec{F}_\nu = 4\pi(\eta_\nu - \chi_\nu J_\nu)$$

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial F_\nu}{\partial t} + \vec{\nabla}\cdot\overleftrightarrow{P}_\nu = -\frac{1}{c}\chi_\nu F_\nu$$

– planparalelní atmosféra

použijeme Eddingtonův faktor

$$f_\nu^K = \frac{K_\nu}{J_\nu}$$

$$\frac{dH_\nu}{dz} = \eta_\nu - \chi_\nu J_\nu$$

$$\frac{dK_\nu}{dz} = -\chi_\nu H_\nu$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{d^2(f_\nu^K J_\nu)}{d\tau_\nu^2} = J_\nu - S_\nu}$$

– sféricky symetrická atmosféra

Eddingtonův faktor + fce sféričnosti

$$\frac{1}{r^2}\frac{d(r^2 H_\nu)}{dr} = \eta_\nu - \chi_\nu J_\nu$$

$$\frac{dq_\nu}{dr}\frac{1}{q_\nu} = \frac{3 - f_\nu^{K^{-1}}}{r}$$

$$\frac{dK_\nu}{dr} + \frac{3K_\nu - J_\nu}{r} = -\chi_\nu H_\nu$$

$$\frac{d(r^2 H_\nu)}{dX_\nu} = \frac{r^4}{q_\nu}(J_\nu - S_\nu),$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{d^2(f_\nu^K q_\nu J_\nu)}{dX_\nu^2} = \frac{r^4}{q_\nu}(J_\nu - S_\nu)}$$

kde $X_\nu = -\frac{q_\nu \chi_\nu}{r^2}dr$

– polarizované záření

$\mathcal{E}$ složky $\vec{E}$ pole — propagační tenzor el. pole

$$\frac{d}{ds}\mathcal{E}_j = -\sum_k G_{jk}\mathcal{E}_k, \quad G_{jk} = -2\pi i \frac{\nu}{c}\sum (\vec{u}_\alpha \cdot \vec{e}_j)(\vec{u}_\alpha \cdot \vec{e}_k) h_\alpha$$

$$\frac{d}{ds}\underbrace{\begin{pmatrix} I \\ Q \\ U \\ V \end{pmatrix}}_{\vec{I}} = \underbrace{\begin{pmatrix} \eta_I \\ \eta_Q \\ \eta_U \\ \eta_V \end{pmatrix}}_{\vec{\eta}} - \underbrace{\begin{pmatrix} \chi_I & \chi_Q & \chi_U & \chi_V \\ \chi_Q & \chi_I & \rho_V & -\rho_U \\ \chi_U & -\rho_V & \chi_I & \rho_Q \\ \chi_V & \rho_U & -\rho_Q & \chi_I \end{pmatrix}}_{\vec{\chi}} \begin{pmatrix} I \\ Q \\ U \\ V \end{pmatrix}$$

$\chi_I = \mathrm{Re}(G_{11} + G_{22})$

$\chi_Q = \mathrm{Re}(G_{11} - G_{22})$ $\quad \rho_Q = -\mathrm{Im}(G_{11} - G_{22})$

$\chi_U = \mathrm{Re}(G_{12} + G_{21})$ $\quad \rho_U = -\mathrm{Im}(G_{12} + G_{21})$

$\chi_V = \mathrm{Re}(G_{12} - G_{21})$ $\quad \rho_V = -\mathrm{Im}(G_{12} - G_{21})$

$$\frac{d}{ds}\begin{pmatrix} I \\ Q \\ U \\ V \end{pmatrix} = -\begin{pmatrix} \chi_I & & & 0 \\ & \chi_I & & \\ & & \chi_I & \\ 0 & & & \chi_I \end{pmatrix}\vec{I} - \begin{pmatrix} 0 & \chi_Q & \chi_U & \chi_V \\ \chi_Q & & & \\ \chi_U & & 0 & \\ \chi_V & & & \end{pmatrix}\vec{I} - \begin{pmatrix} 0 & & 0 & \\ & 0 & \rho_V & -\rho_U \\ 0 & -\rho_V & 0 & \rho_Q \\ & \rho_U & -\rho_Q & 0 \end{pmatrix}\vec{I} + \vec{\eta}$$