Rovnice přenosu záření

- po průchodu elementární vzdálenosti se změní energie

$$\delta E'(\vec{r}+\Delta\vec{r},\vec{n},\nu) - \delta E(\vec{r},\vec{n},\nu) = \left(I(\vec{r}+\Delta\vec{r},\vec{n},\nu) - I(\vec{r},\vec{n},\nu)\right) ds\, d\omega\, d\nu$$

$$\left[\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t} + \underset{\vec{n}\cdot\vec{\nabla}}{\underset{\parallel}{\frac{\partial}{\partial s}}}\right] I(\vec{r},\vec{n},\nu) = \eta(\vec{r},\vec{n},\nu) - \chi(\vec{r},\vec{n},\nu)\, I(\vec{r},\vec{n},\nu)$$

- Boltzmanova rovnice – rozdělovací fce $f(r,p,t)$

$$\frac{\partial f}{\partial t} + (\vec{v}_p\cdot\vec{\nabla}) f + (\vec{F}\cdot\vec{\nabla}_p) f = \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{coll}$$

– srážkový člen (collision)

$$\vec{v}_p = c\vec{n} \qquad \vec{F} = \vec{0} \qquad f_R = \frac{c^2}{h^4\nu^3} I$$

$$\frac{1}{ch\nu}\left[\frac{\partial}{\partial t} + c(\vec{n}\cdot\vec{\nabla})\right] I = \frac{1}{ch\nu}\left(\frac{\partial I}{\partial t}\right)_{coll} = \frac{\eta - \chi I}{h\nu}$$

- planparalelní přiblížení

$$\mu \frac{dI(z,\mu,\nu)}{dz} = \eta(z,\mu,\nu) - \chi(z,\mu,\nu)\, I(z,\mu,\nu)$$

- sférické přiblížení

$$\frac{\partial}{\partial s} \longrightarrow \frac{\partial r}{\partial s}\frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial \theta}{\partial s}\frac{\partial}{\partial \theta} = \cos\theta \frac{\partial}{\partial r} - \frac{\sin\theta}{r}\frac{\partial}{\partial \theta}$$

$$\left(\mu\frac{\partial}{\partial r} - \frac{1-\mu^2}{r}\frac{\partial}{\partial \mu}\right) I(r,\mu,\nu) = \eta(r,\mu,\nu) - \chi(r,\mu,\nu)\, I(r,\mu,\nu)$$

- optická hloubka (pro planparalelní atm.)
  = vzdálenost ve střední volné dráze fotonu

$$d\tau(z,\nu) = -\chi(z,\nu)\, dz \qquad \tau_s(\vec{r},\nu) = \int^{s_2} \chi(\vec{r},\nu)\, ds$$

- zdrojová fce (source func.) = vydatnost

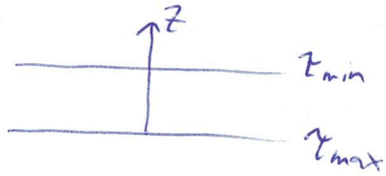
$$S(\vec{r},\vec{n},\nu) = \frac{\eta(\vec{r},\vec{n},\nu)}{\chi(\vec{r},\vec{n},\nu)}$$

$\tau \gg 1$ opticky tlusté

$$\tau_s(z,\mu,\nu) = \frac{\tau(z,\nu)}{\ldots} \qquad \frac{dI}{d\tau} = \mu\frac{dI}{d\tau} = I - S$$

– typické okrajové podmínky – počítáme dif. rovnice 4 řádu – potřebujeme 6 podmínek

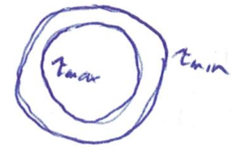
• planparalelní atmosféra



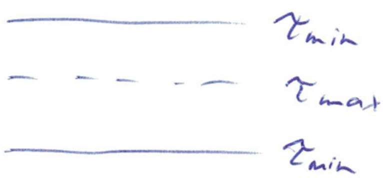
horní podmínka: $I(\tau_{min}, \mu, \nu) = I^-(\mu, \nu)$ pro $-1 \leq \mu \leq 0$

spodní podmínka: $I(\tau_{max}, \mu, \nu) = I^+(\mu, \nu)$ pro $0 \leq \mu \leq 1$

případně i



• symetrická vrstva (např. akreční disk)



τ_{min}: $I(\tau_{min}, \mu, \nu) = I^-(\mu, \nu)$

τ_{max}: $I(\tau_{max}, \mu, \nu) = I(\tau_{max}, -\mu, \nu)$

• polonekonečná vrstva (např. hvězdná atmosféra)

horní podmínka: $I(\tau_{min}, \mu, \nu) = 0$ pro $-1 \leq \mu \leq 0$

dolní podmínka: $\lim\limits_{\tau_\nu \to \infty} I(\tau_\nu, \mu, \nu) e^{-\frac{\tau_\nu}{\mu}} = 0$ pro $0 \leq \mu \leq 1$

$$I(\tau_{max}, \mu, \nu) = I^+(\mu, \nu) = S(\mu, \nu) + \frac{dS(\mu, \nu)}{d\tau_\nu}$$