Rozptyl

- při rozptylu foton není absorbován – může se ale změnit ν a $\vec{n}$

$\Rightarrow \vec{n}, \nu \longrightarrow \vec{n}', \nu'$ – Redistribuční fce $R(\vec{n}, \nu, \vec{n}', \nu')$

$$\eta^s = \sigma_0(\vec{r}) \oint \frac{d\omega}{4\pi} \int_0^\infty R(\vec{n}, \nu, \vec{n}', \nu') I \, d\nu'$$

- frekvenční redistribuce

$$\eta^s = \sigma_0(\vec{r}) \int_0^\infty R(\nu, \nu') J(\nu') \, d\nu' = \sigma(\vec{r}, \nu) J(r, \nu)$$

- úhlová redistribuce

elipsa

$$\eta^s = \sigma(\vec{r}, \nu) \oint I() g(\vec{n}, \vec{n}') \frac{d\omega}{4\pi} \quad , \quad g(\vec{n}, \vec{n}') = \frac{3}{4}\left(1 + (\vec{n} \cdot \vec{n}')^2\right)$$

izotropní $g = 1$

- rozptyl v kontinuu
  - na volných e^- $\quad \sigma_e = \frac{8}{3} \frac{\pi e^4}{m_e^2 c^2}$ $\quad$ Thomsonův
  - na vázaných e^- $\quad \sigma(\omega) = \frac{8\pi e^4}{3 m_e^2 c^2} f_{ij} \frac{\omega^4}{(\omega_{ij}^2 - \omega^2)^2}$ $\quad$ Rayleighův

$\omega = 2\pi\nu$

– nepružný rozptyl – Ramanův

- rozptyl v čarách

$x = \frac{E - E_n}{h}$

– redistribuční fce $r(\xi, \xi')$ $\quad L(x, \gamma) = \frac{\gamma}{\pi(x^2 + \gamma^2)}$ $\quad \gamma = \frac{\Gamma_{en}}{4\pi}$

hladina 1 nemá přirozené rozšíření

Přenos záření s rozptylem

- k absorpci přispívá i rozptyl $\quad l_\nu = \frac{1}{\kappa_\nu + \sigma_\nu}$ — střední volná dráha

=) termalizační **délka** – energie se postupně změní na tepelnou

$$L^2 = \sum_i^N \langle l_i^2 \rangle + 2 \sum_n^N \sum_m^N \langle \vec{l}_n \cdot \vec{l}_m \rangle \approx N l^2$$

$$L = \frac{l_\nu}{\sqrt{\varepsilon_\nu}} = \frac{1}{\sqrt{\kappa_\nu(\kappa_\nu + \sigma_\nu)}} \,, \quad \tau_\nu = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_\nu}}$$ – term. délka v jednotkách volné dráhy fotonu ν

- rovnice přenosu:

$$d\tau_\nu = -(\kappa_\nu + \sigma_\nu) dz \quad \Rightarrow \quad \mu \frac{dI_{\mu\nu}}{dz} = -(\kappa_\nu + \sigma_\nu) I_{\mu\nu} + \eta^t + \eta^s$$

$\eta^s, \sigma_\nu = 0 \Rightarrow$ LTE : $S_\nu = B_\nu$

$\eta^t, \kappa_\nu = 0 \Rightarrow S_\nu = J_\nu \sigma_\nu = \sigma_\nu \frac{1}{2}\int_{-1}^{1} I_{\mu\nu} d\mu \Rightarrow \mu \frac{dI_{\mu\nu}}{dz} = -\sigma_\nu I_{\mu\nu} + \frac{1}{2}\sigma_\nu \int_{-1}^{1} I_{\mu\nu} d\mu$

- když máme absorpci i rozptyl:

$$S_\nu = \frac{\eta_\nu}{\chi_\nu} = \frac{\kappa_\nu B_\nu + \sigma_\nu J_\nu}{\kappa_\nu + \sigma_\nu} \,, \quad \varepsilon_\nu = \frac{\kappa_\nu}{\kappa_\nu + \sigma_\nu}$$ — pravděpodobnost zničení fotonu

$$\Rightarrow S_\nu = \varepsilon_\nu B_\nu + (1 - \varepsilon_\nu) J_\nu$$

- Opacita a emisivita v čarách:

$$\chi_\nu = \chi_c + \chi_L \phi_\nu \,, \quad \eta_\nu = \chi_c B_\nu + \chi_L \phi_\nu \left[\varepsilon_\nu B_\nu + (1-\varepsilon) \int \phi_{\nu'} J_{\nu'} d\nu' \right]$$

$$\Rightarrow S_\nu = \xi_\nu B_\nu + (1 - \xi_\nu) \int \phi_{\nu'} J_{\nu'} d\nu' \,, \quad \xi = \frac{r + \varepsilon \phi_\nu}{r + \phi_\nu} \,, \quad r = \frac{\chi_c}{\chi_L}$$

$$J_\nu(\tau_\nu) = \Lambda_{\tau_\nu}[S_\nu] = \Lambda_{\tau_\nu}[(1-\varepsilon_\nu) J_\nu] + \Lambda_{\tau_\nu}[\varepsilon_\nu B_\nu]$$

- přímé metody řešení rovnice přenosu záření

  - úhlová diskretizace:

$$\mu_m \frac{dI_\nu(\mu_m)}{d\tau_\nu} = I_\nu(\mu_m) - S_\nu \quad , \text{kde } S_\nu = (1-\varepsilon_\nu)\sum_{m=-M}^{M} w_m^M I_\nu(\mu_m) + \varepsilon_\nu B_\nu$$

  - Feautrierova metoda:

$$S_d = (1-\varepsilon_{\nu,d})\sum_{m=1}^{M} w_m j_{dm} + \varepsilon_{\nu,d} B_\nu$$

$$\Rightarrow \quad j_{d,m} - S_d = \frac{1}{\Delta\tau_d}\left(\frac{j_{d+1,m} - j_{d,m}}{\Delta\tau_{d+\frac{1}{2}}} - \frac{j_{d,m} - j_{d-1,m}}{\Delta\tau_{d-\frac{1}{2}}}\right)$$

$$-\overleftrightarrow{A}_d \vec{j}_{d+1} + \overleftrightarrow{B}_d \vec{j}_d - \overleftrightarrow{C}_d \vec{j}_{d-1} = \vec{L}_d$$

- iterační řešení - metoda proměnných Eddingtonových faktorů

$$f_\nu = \frac{K_\nu}{J_\nu} = \frac{\int_0^1 j_{\mu\nu}\mu^2 d\mu}{\int_0^1 j_{\mu\nu}\, d\mu} \qquad \frac{d^2(f_\nu J_\nu)}{d\tau_\nu^2} = J_\nu - S_\nu$$

$\Rightarrow$ okrajové podmínky:

$$\left.\frac{d(f_\nu^K J_\nu)}{d\tau_\nu}\right|_{\tau_{min}} = f_\nu^H J_\nu - H_\nu^-$$

$$\left.\frac{d(f_\nu^K J_\nu)}{d\tau_\nu}\right|_{\tau_{max}} = H_\nu^+ - f_\nu^H J_\nu$$

- povrchový Edd. faktor:

$$f_\nu^H = \left.\frac{\int_0^1 j_{\mu\nu}\,\mu\, d\mu}{\int_0^1 j_{\mu\nu}\, d\mu}\right|_{\tau_{min,max}}$$

$$H_\nu^- = \int_0^1 I_{\mu\nu}^-\,\mu\, d\mu$$