Fyzika hvězdných atmosfér

- specifická intenzita záření I, $[I]_{cgs} = erg\, cm^{-2} s^{-1} Hz^{-1} sr^{-1}$

  $[I]_{SI} = J \cdot m^{-2} \cdot sr^{-1}$

$$\delta E = I(\vec r, \vec n, \nu, t)\, \vec n \cdot d\vec S\, d\omega\, d\nu\, dt$$

– počet fotonů: $f_N c h\nu = I$

- rozdělovací fce fotonů f_R

$$\delta E = h\nu\, f_N(\vec r, \vec n, \nu, t)\, \vec n\, d\vec S\, d\omega\, d\nu\, c\, dt$$

$$f_R(\vec r, \vec p, t)\, d^3r\, d^3p = \frac{h^3\nu^2}{c^3} f_R(\vec r, \nu, \vec n, t)\, d^3r\, d\omega\, d\nu$$

– při započtení spinu:

$$f_R\, d^3r\, d^3p = \sum_{\alpha=1}^{2} f_\alpha\, d^3r\, d^3p$$

→ přes $d\vec S$ za čas dt

$$\frac{h^3\nu^2}{c^3} f_R(\vec r, \vec n, \nu, t)\, \vec n \cdot d\vec S\, d^3r\, d\omega\, d\nu\, c\, dt$$

$$\Rightarrow f_R(\vec r, \vec n, \nu, t) = \frac{c^3}{h^3\nu^2} f_N(\vec r, \vec n, \nu, t) = \frac{c^2}{h^4\nu^3} I(\vec r, \vec n, \nu, t)$$

– rovnovážné rozdělení:

n_α ... hustota fotonů vyjádřená v jednotkovém objemu fáz. prostoru

$$\Rightarrow n_\alpha = f_\alpha h^3$$

$$I(\nu) = B_\nu(T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$$

$$I = \frac{h^4\nu^3}{c^2} f_R = 2\frac{h^4\nu^3}{c^2} f_\alpha = 2\frac{h\nu^3}{c^2} n_\alpha$$

fotony jsou bosony

$$\Rightarrow n_\alpha = \frac{1}{e^{\frac{\varepsilon-\mu}{kT}} - 1}$$

– limitní případy:

- $\frac{h\nu}{kT} \gg 1 \Rightarrow B_\nu(T) \approx \frac{2h\nu^3}{c^2} e^{-\frac{h\nu}{kT}}$ – Wienův
- $\frac{h\nu}{kT} \ll 1 \Rightarrow B_\nu(T) \approx \frac{2\nu^2 kT}{c^2}$ – Rayleighův-Jeansův

– bolometrická intenzita $B(T) = \int_0^\infty \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} d\nu = \frac{\sigma_R}{\pi} T^4$, $\sigma_R = \frac{2\pi^5 k^4}{15 c^2 h^2}$

Momenty záření:

$$\boxed{\frac{1}{4\pi}\begin{pmatrix} cE_\nu \\ \vec{F}_\nu \\ c\overleftrightarrow{P}_\nu \end{pmatrix} = \frac{1}{4\pi}\oint \begin{pmatrix} 1 \\ \vec{n} \\ \vec{n}\otimes\vec{n} \end{pmatrix} I_\nu \, d\omega}$$

- specifická intenzita záření $I(\vec{r},\vec{n},\nu)$ (0. moment)

$$\delta E = I(\vec{r},\vec{n},\nu)\,\vec{n}\,d\vec{S}\,d\omega\,d\nu\,dt$$

- střední intenzita záření $J(\vec{r},\nu)$ (1. moment)

$$J(\vec{r},\nu) = \frac{1}{4\pi}\oint I(\vec{r},\vec{n},\nu)\,d\omega$$

$$\mathcal{E}_\nu = h\nu\int f_n(\vec{r},\vec{n},\nu)\cancel{d\omega} = \frac{4\pi}{c}J(\vec{r},\nu)$$

$$E_R(\vec{r}) = \int_0^\infty \mathcal{E}_\nu(\vec{r},\nu)\,d\nu = \frac{4\pi}{c}B(T) = \frac{4a}{c}T^4$$

- tok záření $\vec{F}_\nu(\vec{r},\nu)$ (2. moment)

$$\vec{F}_\nu(\vec{r},\nu) = \oint I(\vec{r},\vec{n},\nu)\,\vec{n}\,d\omega$$

- celkový počet fotonů (energie)

$$N(\vec{r},\nu)\,h\nu = \left(\oint f_N(\vec{r},\vec{n},\nu)\,c\,\vec{n}\,d\omega\right)\cdot d\vec{S} = \vec{F}_\nu(\vec{r},\nu)\cdot d\vec{S}$$

$$F(\vec{r}) = \int_0^\infty F_\nu(\vec{r},\nu)\,d\nu \quad \ldots \text{celkový tok}$$

- tenzor tlaku záření $\overleftrightarrow{P}(\vec{r},\nu)$ (3. moment)

$$\overleftrightarrow{P}(\vec{r},\nu) = \frac{1}{c}\oint I(\vec{r},\vec{n},\nu)\,\vec{n}\vec{n}\,d\omega \quad , \quad \vec{n}\vec{n} = \vec{n}\otimes\vec{n} = n_i n_j \quad \text{– diadický součin}$$

$$P_{ij} = \frac{1}{c}\oint I\, n_i n_j\, d\omega \quad \ldots \text{symetrický tenzor} \qquad \varrho_R = \mathrm{tr}\, P_{ij} = 3p \quad \text{– tlak záření}$$

$$P_{ij}(\vec{r},\nu) = \oint \underbrace{f_\nu(\vec{r},\vec{n},\nu)\,c\,n_i}_{\text{fotony ve směru } i}\,\overbrace{\frac{h\nu\, n_j}{c}}^{\text{hybnost ve směru } j}\,d\omega \qquad \overleftrightarrow{f} = \frac{\overleftrightarrow{P}}{\ldots} \quad \text{Eddingtonův tenzor}$$