Ústav fyzikální elektroniky Přírodovědecké fakulty Masarykovy univerzity

FYZIKÁLNÍ PRAKTIKUM

Fyzikální praktikum 1

Zpracoval: Tomáš Plšek, 461281 **Naměřeno:** 30.3.2017

Obor: Astrofyzika **Skupina:** Čt, 8:00

Úloha: 7. Měření Poissonovy konstanty vzduchu

Podmínky na začátku experimentu:
T = 23,3 °C
φ = 37,6 %
p = 99,65 hPa

Podmínky na konci experimentu:
T = 24,2 °C
φ = 38,2 %
p = 99,70 hPa

Úkoly

1. Změřte Poissonovu konstantu vzduchu Clément-Desormesovou metodou: změřte nulový proud diferenciálního čidla, změřte a vyneste závislost proudu procházejícího čidlem na rozdílu výšek hladin vodního sloupce v U trubici. Určete Poissonovu konstantu vzduchu i s její nejistotou. Srovnejte přesnost manometrů (U trubice a elektrického manometru).
2. Změřte Poissonovu konstantu z rychlosti zvuku v plynu: pro několik různých frekvencí určete vlnovou délku stojatého vlnění v Kundtově trubici, pro každou frekvenci najděte všechny polohy maxim d_i v této trubici a vyneste jejich závislost na indexu i do grafu, určete rychlost zvuku ve vzduchu a stanovte Poissonovu konstantu vzduchu včetně nejistoty měření.

1. Úvod

Poissonova konstanta κ se vyskytuje ve vztahu pro adiabatický děj v ideálním plynu:

$$pV^{\kappa} = konst. \tag{1}$$

Při adiabatickém ději nedochází k tepelné výměně mezi ideálním plynem a jeho okolím (proto se také někdy nazývá izoentropický). Poissonovu konstantu můžeme určit jako $\kappa = \frac{C_p}{C_V}$, kde C_p je molární tepelná kapacita při stálém tlaku a C_V je molární tepelná kapacita při stálém objemu. Po použití mayerova vztahu $C_p = C_V + R$ dostaneme vztah:

$$\kappa = 1 + \frac{R}{C_V} \tag{2}$$

Hodnotu C_V určíme pomocí ekvipartičního teorému (na každý stupeň volnosti molekuly připadá energie $\frac{1}{2}kT$). Pro molární tepelnou kapacitu při stálém objemu tedy plyne vztah:

$$C_V = N_A \cdot \nu \cdot \frac{1}{2}kT = \frac{\nu}{2}R \tag{3}$$

kde ν je počet stupňů volnosti – pro dvouatomové molekuly $\nu = 5$ (při vibraci $\nu = 7$, pro $T > 800\ K$) a R je molární plynová konstanta.

$$\kappa = 1 + \frac{2}{\nu} \tag{4}$$

Vzduch v nádobě bereme jako dvouatomovou molekulu o teplotě $T < 800\ K$, takže $\nu_{vzduch} = 5$.

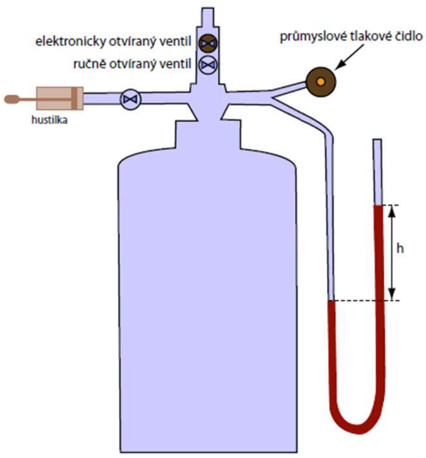
Pro vzduch je tedy Poissonova konstanta $\kappa = 1{,}40$.

2. Postup měření

2.1. Clément-Desormesova metoda

Tato metoda je založena na vyhodnocení dějů v ideálním plynu, a to v následujícím pořadí: izotermické stlačení, adiabatická expanze a izochorický ohřev.

Soustava pro tuto metodu sestává z velké nádoby naplněné vzduchem, malého napouštěcího a velkého vypouštěcího ventilu a tlakoměrů (diferenciální tlakové čidlo a U trubice). Neměříme tedy absolutní tlak v nádobě ale pouze relativní tlak (přetlak vůči atmosférickému tlaku).



Obrázek 1: Nákres aparatury

Izotermická komprese se však těžko realizuje – my ji tedy nahradíme polypropickým stlačením následovaným ustanovením termostatické rovnováhy. Ruční pumpou zvýšíme tlak v komoře o několik jednotek až desítek hP . Zavřeme ventil, počkáme na ustanovení termostatické rovnováhy a odečteme (z obou manometrů) příslušný tlak p_1 v nádobě.

Krátkým úplným pootevřením velkého vypouštěcího ventilu uskutečníme adiabatickou expanzi, po níž bude následovat izochorický ohřev ideálního plynu. Opět počkáme na ustanovení termodynamické rovnováhy a odečteme tlak p_2.

Ustálený stav po izotermické kompresi charakterizují parametry p_1 a T_0. Adiabatickou expanzí dospěje plyn do stavu popsaném parametry p_0 a T_2. Po dosazení do rovnice adiabaty dostaneme:

$$p_0^{\left(\frac{1}{\kappa}-1\right)} T_2 = p_1^{\left(\frac{1}{\kappa}-1\right)} T_0 \tag{5}$$

Po dosazení parametrů p_0 a T_2 do rovnice izochory získáme:

$$\frac{p_0}{T_2} = \frac{p_2}{T_0} \tag{6}$$

Vynásobíme rovnice (5) a (6) a zlogaritmujeme:

$$\kappa = \frac{\ln \frac{p_1}{p_0}}{\ln \frac{p_1}{p_2}} \tag{7}$$

Pro měření přetlaku pomocí U trubice platí:

$$p_1 = p_0 + kh_1$$
$$p_2 = p_0 + kh_2$$

Po dosazení do vzorce (7) tedy dostáváme:

$$\kappa = \frac{\ln\left(\frac{p_0+kh_1}{p_0}\right)}{\ln\left(\frac{p_0+kh_1}{p_0+kh_2}\right)} \tag{8}$$

Rozvoj výrazu (8) do třetího řádu:

$$\kappa = \frac{\ln\left(\frac{p_0+kh_1}{p_0}\right)}{\ln\left(\frac{p_0+kh_1}{p_0+kh_2}\right)} \doteq \frac{h_1}{h_1-h_2} + \frac{1}{2}\frac{h_1 h_2 k}{p_0(h_1-h_2)} - \frac{1}{12}\frac{k^2(h_1+h_2)h_1 h_2}{p_0{}^2(h_1-h_2)} \tag{9}$$

Pokud bude tedy změna tlaku (přetlak) vůči atmosférickému tlaku dostatečně malá, můžeme psát:

$$\kappa \doteq \frac{h_1}{h_1-h_2} \tag{10}$$

Tento zjednodušený vztah (10) můžeme aplikovat i na diferenciální tlakoměr:

$$h = \frac{\Delta p}{k} = \frac{1}{kc}(I - I_0) \tag{11}$$

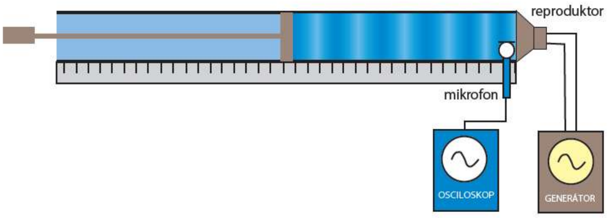
Z čehož plyne:

$$\kappa \doteq \frac{I_1-I_0}{I_1-I_2} \tag{12}$$

Diferenciální tlakové čidlo nemusíme cejchovat, postačí si pro každé měření poznamenat hodnotu proudu I_0 odpovídajícímu nulovému přetlaku.

2.2. Měření Poissonovy konstanty z rychlosti zvuku v plynu

Na generátoru sinusového signálu nastavíme určitou frekvenci a amplitudu zvukového vlnění. Postupně vysouváme píst a pomocí mikrofonu připojeného na osciloskop hledáme polohy jednotlivých maxim v rozmezí dané trubice.



Obrázek 2: Kundtova trubice

Pro rychlost zvuku v prostředí při konstantní entropii (vratném adiabatickém ději) platí vztah:

$$c = \sqrt{\left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_S}, \tag{13}$$

kde p je tlak a ρ je hustota prostředí.

Pro ideální plyn tedy platí:

$$c = \sqrt{\kappa \frac{p}{\rho}} \tag{14}$$

$$\kappa = \frac{\rho}{p} c^2 \tag{15}$$

$$c = 2\frac{\bar{\lambda}}{2} f \tag{16}$$

3. Použité přístroje

Přístroj	Typ	Rozsah	Nejistota
ampérmetr	Metex M-3860 D	400 mA	± 1 % + 1 dgt
manometr	U trubice	100 cm	± 0,29 mm
manometr	Pitot tube HD 350	50 cm	± 0,3 %
metr	Svinovací metr	100 cm	± 0,29 mm
osciloskop	Grundig MO 30	30 MHz	-

Tabulka 1: Použité přístroje

4. Měření

4.1. Měření Poissonovy konstanty Clément-Desormesovou metodou

Po natlakování (polypropickém stlačení) i po otevření ventilu (adiabatické expanzi) odečteme na U trubici výšky obou sloupců a určíme jejich součet h. Získáme tedy hodnoty h_1 a h_2, z nichž pomocí vzorce (10) spočteme Poissonovu konstantu.

$$h = h_{horní} + h_{dolní} \tag{17}$$

Diferenciálním tlakoměrem měříme proudy I_1 a I_2 a pomocí vztahu (12) opět určíme Poissonovu konstantu.

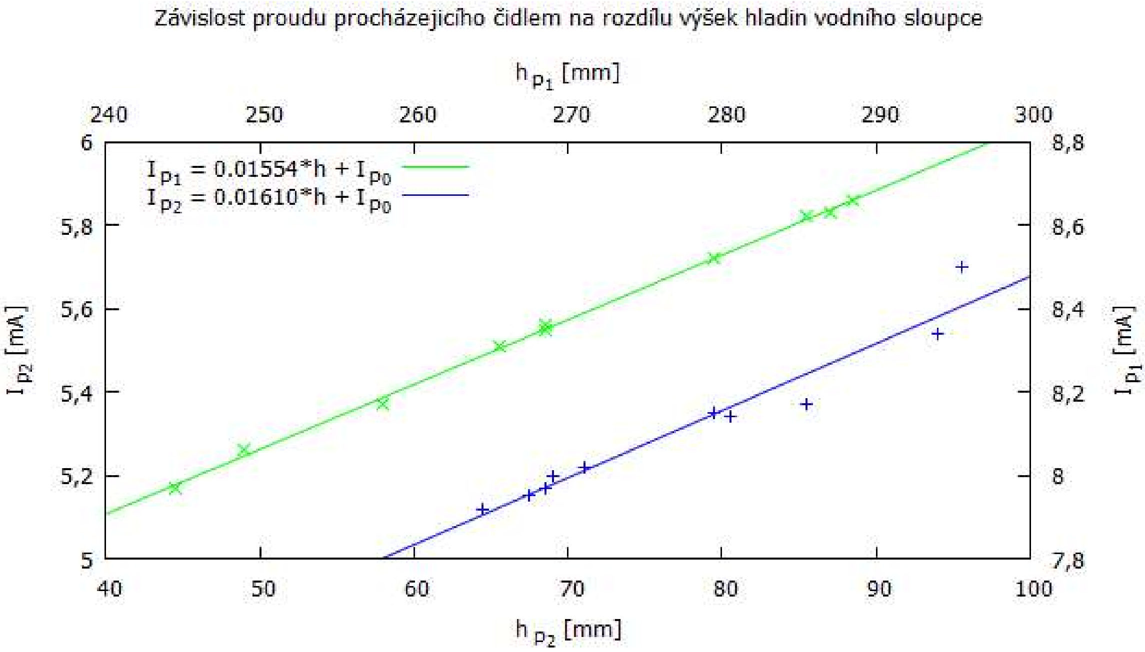
Pro měření pomocí U trubice se nejistota Poissonovy konstanty spočte pomocí nejistoty typu B (třídy přesnosti měřidla), a to tak, že na vzorce (17) a následně (10) aplikujeme pravidla na přenos nejistoty. Při výpočtu nejistoty Poissonovy konstanty určené pomocí diferenciální čidla aplikujeme pouze pravidla na přenos nejistoty na vzorec (12). Výsledná nejistota průměrné hodnoty konstanty se určí pomocí směrodatné odchylky aritmetického průměru (nejistoty typu A) a celkových nejistot jednotlivých měření.

počátek	Polypropické natlakování[1]		Adiabatický děj[1]		Poissonova konstanta	
$I_0\ [mA]$	$h_1\ [mm]$	$I_1\ [mA]$	$h_2\ [mm]$	$I_2\ [mA]$	κ_h	κ_I
4,12	285,5	8,62	71,0	5,22	1,331(3)	1,32(4)
4,15	279,5	8,52	80,5	5,34	1,405(3)	1,37(4)
4,12	287,0	8,63	69,0	5,20	1,317(3)	1,31(4)
4,12	288,5	8,66	79,5	5,35	1,380(3)	1,37(4)
4,13	265,5	8,31	85,5	5,37	1,475(4)	1,42(5)
4,11	249,0	8,12	94,0	5,54	1,606(5)	1,55(5)
4,13	268,5	8,36	67,5	5,15	1,336(3)	1,32(4)
4,14	268,5	8,35	68,5	5,17	1,343(3)	1,32(4)
4,14	244,5	7,97	64,5	5,12	1,358(3)	1,34(5)
4,13	258,0	8,17	95,5	5,70	1,588(4)	1,64(5)

Tabulka 2: Určení Poissonovy konstanty Clément-Desormesovou metodou

$$\kappa_h = (1{,}41 \pm 0{,}01)\ (p = 0{,}6827, n = 9)$$

$$\kappa_I = (1{,}40\ \pm 0{,}14)\ (p = 0{,}6827, n = 9)$$



Graf 1: Závislost proudu na rozdílu výšek hladin

[1]) U polypropického natlakování a adiabatického děje se jedná o hodnoty po ustanovení termodynamické rovnováhy.

Přístroj	Polypropické natlakování[1]	Adiabatický děj[1]
	$h_1\ [mm]$	$h_2\ [mm]$
U trubice	211,0(4)	60,0(4)
Pitot tube HD 350	210,7(6)	59,7(2)

Tabulka 3: Srovnání přesnosti U trubice a elektrického manometru Pitot tube HD 350 (Tabulka 1)

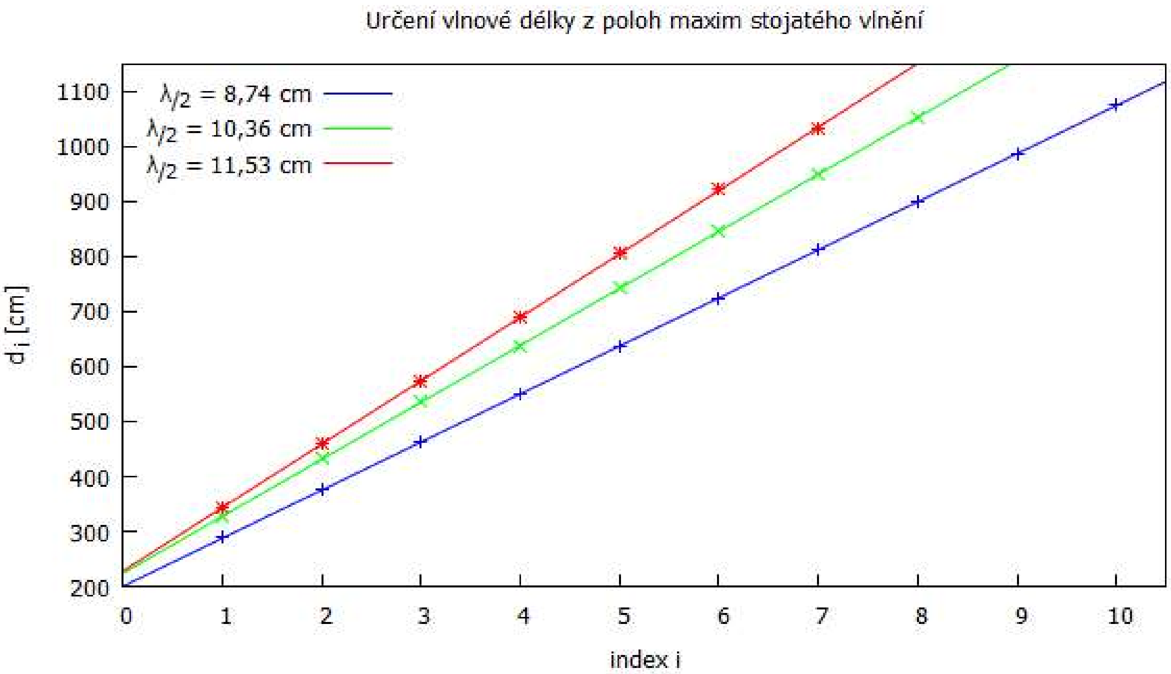
Hodnota tlaku ($[mm\ H_2O]$) měřená na U trubici se od hodnoty na elektrickém manometru liší pouze v rámci systematické chyby (nejistoty typu B).

4.2. Měření Poissonovy konstanty z rychlosti zvuku v plynu

Z poloh maxim určíme pro dané frekvence vlnovou délku, podle vztahu (16) určíme rychlost zvuku a spočteme Poissonovu konstantu podle vztahu (15), kde hustota vzduchu a tlak vzduchu $p = 99{,}65\ hPa$.

1976 Hz	1668 Hz	1490 Hz
$d_i\ [cm]$	$d_i\ [cm]$	$d_i\ [cm]$
28,9	32,8	34,4
37,5	43,2	46,0
46,2	53,5	57,3
55,0	63,8	68,9
63,8	74,2	80,5
72,4	84,6	92,3
81,3	95,0	103,4
90,0	105,3	
98,6		
107,5		

Tabulka 4: Polohy maxim vlnění v Kundtově trubici



Graf 2: Určení vlnové délky ze závislosti poloh maxim d_i na indexu i

Při výpočtu nejistoty Poissonovy konstanty určené pomocí rychlosti zvuku ve vzduchu budeme vycházet pouze z nejistoty typu B pro délkové měřidlo a z nejistoty vzniklé metodou nejmenších čtverců (nejistota fitu). Výsledná nejistota se z těchto nejistot vypočte pomocí vzorce pro přenos nejistoty.

$f\ [Hz]$	$\bar{\lambda}\ [m]$	$c\ [m/s]$	κ
1976	0,1748(2)	345,4(3)	1,422(5)
1668	0,2072(3)	345,6(4)	1,425(7)
1490	0,2306(6)	343,6(9)	1,408(15)

Tabulka 5: Určení rychlosti zvuku a Poissonovy konstanty (pro vzduch)

5. Závěr

Určili jsme Poissonovu konstantu pomocí dvou rozdílných metod (Clément-Desormesovou metodou a pomocí rychlosti zvuku ve vzduchu).

U prvně zmíněné metody jsme pro měření použili dva druhy tlakoměrů (U trubici a diferenciální tlakové čidlo). Získali jsme tedy hodnoty $\kappa_h = (1{,}41 \pm 0{,}01)$ $(p = 0{,}6827, n = 9)$ a $\kappa_I = (1{,}40\ \pm 0{,}14)$ $(p = 0{,}6827, n = 9)$. Hlavní úskalí této metody představuje provedení adiabatického děje, pokud totiž otevřeme ventil na moc krátkou dobu, hodnota κ bude příliš vysoká, v opačném případě se bude blížit 1.

U druhé metody jsme také pro dané frekvence získali hodnoty Poissonovy konstanty (Tabulka 5). Výsledky i nejistoty měření jsou však silně orientační. Hlavním problémem této metody byla nepřesnost při odečítání maxim vlnění, způsobená tím, že pro určitý rozsah vzdálenosti se zdála výchylka stejná, a také fakt, že amplituda se vzrůstající vzdáleností od zdroje klesá (tudíž je obtížné rozeznat maximum).