Ústav fyzikální elektroniky Přírodovědecké fakulty Masarykovy univerzity

FYZIKÁLNÍ PRAKTIKUM

Fyzikální praktikum 1

Zpracoval: Tomáš Plšek, 461281 **Naměřeno:** 20.4.2017

Obor: Astrofyzika **Skupina:** Čt, 8:00

Úloha: 10. Tepelná vodivost pevných látek

T = 22,8 °C
φ = 23,5 %
p = 99,85 hPa

Úkoly:

1. Navrhněte způsob, jak přibližně realizovat počáteční rozložení teploty v měděné tyči.
2. Proveďte měření teplotní vodivosti daného materiálu.
3. Nezávislými experimenty určete hustotu a tepelnou kapacit mědi.

1. Úvod

Tepelná vodivost je podstatným parametrem při konstrukci řady strojů a zařízení. Cílem může být jak vodivost maximální – například při nutnosti účinně chladit, tak i minimální, kdy cílem je omezit tepelné ztráty na minimum.

Uvažujme homogenní tyč délky l a konstantního průřezu S (viz obr. 1). Předpokládejme, že plášť tyče je adiabaticky izolován a oba konce tyče udržujeme pomocí ohřívače a chladiče na konstantních teplotách t1 a t2, přičemž t1 > t2. Po dosažení rovnovážného stavu bude teplo, které, za čas _ projde tyčí (tím myslíme teplo, které bude odebráno ohřívači, a teplo, které tyč dodá chladiči), rovno:

$$Q = \lambda \frac{S}{l}(t_1 - t_2)\tau \tag{1}$$

kde λ je materiálová konstanta zvaná součinitel tepelné vodivosti nebo krátce měrná tepelná vodivost.

1.1 Rovnice vedení tepla

Předchozí úvahy platily pouze v případě, že je ustanovena tepelná rovnováha a tepelný výkon prošlý průřezem vodiče je nezávislý na čase. Pro popis dějů, kdy tyto dvě podmínky neplatí, platí pro speciální jednorozměrný případ diferenciální rovnice:

$$\frac{\partial t(x,\tau)}{\partial \tau} = \frac{\lambda}{\rho c}\frac{\partial^2 t(x,\tau)}{\partial x^2}, \tag{2}$$

kde $\frac{\lambda}{\rho c}$ je označována jako teplotní vodivost a určuje, jak se mění rozložení teploty s časem a polohou.

1.2 Analytické řešení rovnice vedení tepla

Řešení parciální diferenciální rovnice je však obtížnou záležitostí. Pro určení tepelné vodivosti si vybereme jednu konkrétní situaci (jedno analytické řešení u nějž určíme počáteční podmínky – teplotu na okrajích a vlastnosti tyče), jíž jsme schopni realizovat. Závislost pak jsme schopni vyjádřit pomocí Fourierovy řady – tzn. Vyjádříme si tuto závislost pomocí součtu harmonických funkcí:

$$t(x,\tau) = t_0 + \sum_{n=1,liche}^{\infty} \frac{8(t_{max} - t_0)}{\pi^2 n^2} \sin\left(\frac{\pi n x}{l}\right) \exp\left[-\frac{\lambda}{\rho c}\left(\frac{\pi n}{l}\right)^2 \tau\right], \qquad (3)$$

kde l je délka tyče, t_{max} je počáteční teplota uprostřed tyče a t_0 je stálá teplota na krajích.

Jak plyne čas stává se první člen (n = 1) stále více dominantní, takže po jisté době lze psát tedy pouze jej. Ve středu vzorku ($x = l/2$) je vztah pro teplotu přibližně:

$$t(\tau) = t_0 + \frac{8(t_{max} - t_0)}{\pi^2} \exp\left[-\frac{\lambda}{\rho c}\left(\frac{\pi}{l}\right)^2 \tau\right]. \qquad (4)$$

2. Postup měření

2.1 Určení hustoty a měrné tepelné kapacity měděné tyče

Hustotu válečku určíme jeho zvážením a proměřením jeho rozměrů. Podle výsledné hustoty určíme, zda je možné počítat s tabulkovou hodnotou měrné tepelné kapacity mědi (tedy jestli hustota válečku odpovídá hustotě mědi). Pokud se bude hodnota hustoty výrazně lišit, budeme nuceni měrnou tepelnou kapacitu válečku sami proměřit.

2.2 Provedení experimentu

Na oba konce měděné tyče připevníme chladič v podobě kapalinových chladicích elementů pro tepelné vodiče. Na oba konce připevníme termoelektrické články, jimiž budeme měřit teplotu na koncích tyče. Termočlánky je třeba připevnit velmi opatrně tzn. aby byly v tepelném ale nikoliv elektricky vodivém kontaktu.

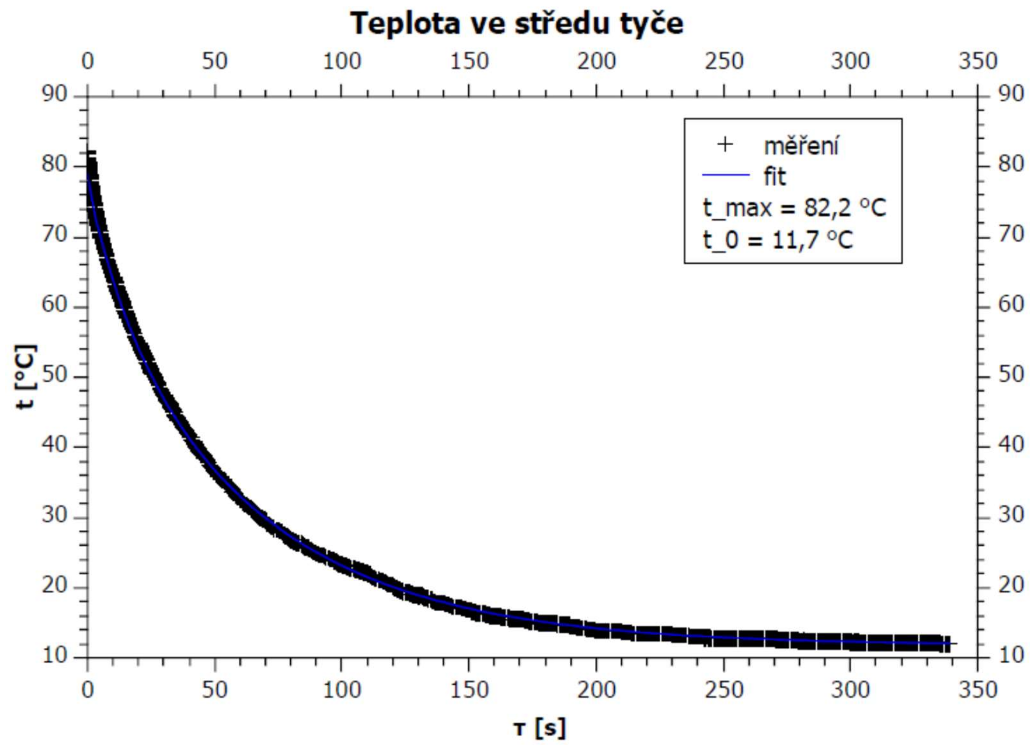
Po zajištění správného měření teploty na koncích tyče můžeme přejít k jejímu zahřívaní uprostřed. Zahřívání budeme provádět pomocí horkovzdušné pistole. Teplotu uprostřed tyče měříme infračerveným teploměrem. Neznáme však přesně emisivitu měděné tyče, a proto potřeme snímanou část tyče bílou barvou a IR teploměr nastavíme na danou emisivitu.

Tyč vyhřejeme na teplotu 80–100 °C, vypneme horkovzdušnou pistoli a měříme teplotu na koncích a uprostřed tyče. Z časové závislosti teploty uprostřed tyče určíme teplotní vodivost $\frac{\lambda}{\rho c}$. Bezprostředně po vypnutí horkovzdušné pistole se ve Fourierově rozkladu (rovnice (3) po úpravě) budou uplatňovat vyšší řády. Zlogaritmováním můžeme zjistit, do kdy mají tyto vyšší řády stále vliv na výslednou teplotu, a fitovat exponenciální pokles pouze na hodnoty po tomto okamžiku.

3. Měření

Hustotu měděné tyče jsem určil na $\rho = 8950(20)\ kg/m^3$. Spočtená hustota dost dobře odpovídá tabulkovým[1] hodnotám. Rozhodl jsem se tedy počítat s tabulkovou hodnotou měrné tepelné kapacity mědi podle tabulek[2] $c_{měď} = 383\,Jkg^{-1}K^{-1}$. Délku tyče jsem změřil na hodnotu $l = 301{,}12(2)\,mm$.

Iterativní metodou jsem určil vyšší řády (n = 1, 2, 3) Fourierovy řady časové závislosti teploty ve středu tyče. Po zahrnutí vyšších řádů fit dost dobře odpovídá měření, rozhodnul jsem se tedy nehledat okamžik, kdy už se vyšší řády neuplatňují, a určit hodnotu tepelné vodivosti z fitu funkce skládající se ze součtu tří exponenciálních poklesů.



Graf 1: Teplota ve středu tyče

$$\lambda = 478(13)\,W\,m^{-1}K^{-1}$$

4. Závěr

Tepelnou vodivost mědi jsem určil na hodnotu $\lambda = 478(13)\,W\,m^{-1}K^{-1}$. Tabulky udávají pro měď při teplotě 25 °C hodnotu $\lambda = 383\,W\,m^{-1}K^{-1}$. Na nejistotě výsledku se podílela nejistota při měření teploty, nejistota určení hustotyválečku a nejistota fitu. Výsledek však ovlivnilo i celkové provedení experimentu, neboť chladící médium (voda) nejdříve ochladilo první konec tyče a po lehkém ohřátí média chladilo druhý konec, a také pravděpodobně nekvalitní izolace tyče. Teploty na obou koncích tedy nejsou stejné.

5. Zdroje

[1] CONVERTER. Převody jednotek, fyzikální tabulky, životopisy fyziků a Nobelova cena; Hustota pevných látek. Dostupný z http://www.converter.cz/tabulky/hustota-pevne.htm.

[2] WIKIPEDIA.org. Měrná tepelná kapacita. Dostupný z https://cs.wikipedia.org/wiki/Měrná_tepelná_kapacita.