Statistická fyzika – -domácí úkol #04

Info

1. **K předchozímu domácímu úkolu:** v integrálu

$$\int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}x\, x^n \exp\left(-\beta x\right), \tag{1}$$

je nutné rozlišit, zda je n sudé, nebo liché. Je-li n liché integrujeme lichou funkci přes symetrický interval, tj. hodnota je nula. Pokud je n sudé, můžeme vzít dvojnásobek integrálu od nuly do nekonečna, a provést substituci $t = \beta x^2$.

2. **Domácí úkoly**, ve kterých byla nějaká chyba, během pátku (13.03.) rozešlu naskenované.
3. **Něco na zlepšení nálady**
   (a) `https://www.youtube.com/watch?v=f8FAJXPBdOg&t=186s`
   (b) `https://www.youtube.com/watch?v=i6rVHr6OwjI&t=174s`
   (c) `https://www.youtube.com/watch?v=ObvxPSQNMGc`

Příklady

1. **Wienův posunovací zákon**
   Odvoďte Wienův posunovací zákon z Planckova vyzařovacího zákona.
2. **Stefanův-Boltzmanův zákon**
   Odvoďte Stefanův-Boltzmanův zákon pro množství energie vyzářené jednotkou plochy za jednotku času.
3. **Rayleighův-Jeansův zákon**
   Odvoďte Rayleighův-Jeansův zákon pomocí ekvipartičního teorému.
4. **Země pod vlivem Slunce**
   Předpokládejme ideální Slunce a Zemi – oboje absolutně černá tělesa v prázdném a plochém prostoru. Teplota Slunce je rovna $T_\mathrm{S} = 6000\,\mathrm{K}$. Teplotní přenos mezi oceány a atmosférou předpokládejme na Zemi efektivní do té míry, že je teplota povrchu stejná na každém místě. Poloměr Země je $R_\mathrm{Z} = 6\cdot 10^8\,\mathrm{cm}$ a vzdálenost Země-Slunce je $d = 1.5\cdot 10^{11}\,\mathrm{m}$.
   (a) Spočítejte teplotu Země.
   (b) Určete sílu, kterou záření od Slunce působí na Zemi.
   (c) Srovnejte výsledky s těmi pro meziplanetárními chondrity sférického tvaru. Chondrit je výborně vodivý a lze jej s dostatečnou přesností brát jako černé těleso. Poloměr je $d = 0.1\,\mathrm{cm}$ a pohybuje se po kruhové trajektorii kolem Slunce s poloměrem stejným, jako vzdálenost Země-Slunce, a to d.

Domácí úkol

1. **Kvantované pole záření**
   Mějme fotonový plyn, ve kterém je energiové spektrum fotonu dáno: $E(n) = nh\nu$, kde $n \in \{0,1,2,\dots\}$. Za předpokladu Boltzmannova rozdělení určete pro teplotu T:
   (a) partiční funkci,
   (b) entropii.
2. **Satelity**
   Sluneční záření o zářivém výkonu $L = 3.83\times 10^{26}\,\mathrm{W}$ zahřívá všechna tělesa sluneční soustavy (včetně umělých družic). Slunce můžeme považovat za dokonale černé těleso, které pohlcuje veškeré dopadající elektromagnetické záření a vydává pouze záření vlastní. Na oběžné dráze kolem Země v blízkosti jejího povrchu mohou obíhat družice různých tvarů, o nichž budeme předpokládat, že jsou trvale ozářeny Sluncem, mají dobrou tepelnou vodivost a nátěr, který se svými vlastnostmi blíží vlastnostem dokonale černého tělesa. Označme S velikost povrchu družice, S_1 průmět povrchu družice do směru kolmého na směr záření.

(a) Na jakou teplotu T_1 by se ohřála rovinná část povrchu družice nastavená kolmo k dopadajícím slunečním paprskům, kdyby byla družice tepelně nevodivá?

(b) Odvoďte obecný vztah pro výpočet teploty T jako funkci poměru S_1/S.

(c) Určete teplotu T_2 povrchu družice přibližně kulového tvaru (např. Sputnik 1).

(d) Určete teplotu T_3 povrchu družice přibližně tvaru krychle, jejíž jedna stěna je kolmá na směr dopadajícího záření (např. CubeSat).

(e) Určete teplotu T_4 povrchu družice přibližně tvaru válce o průměru d a výšce h, $h = 3d$. Podélná osa válce je kolmá na směr dopadajícího záření (např. Geo Eye 1).

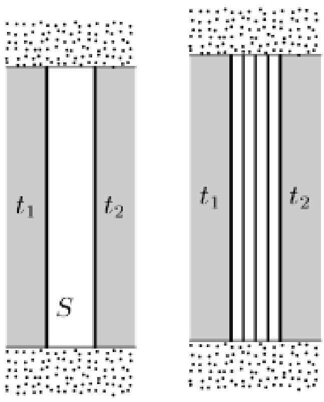
3. **Tepelná izolace**
Dva dokonale černé rovinné vzájemně rovnoběžné povrchy o plošném obsahu $S = 2.00\,\mathrm{m}^2$ jsou udržovány na stálých teplotách $t_1 = 20\,°\mathrm{C}$ a $t_2 = 120\,°\mathrm{C}$. Mezi deskami je vakuum, jejich vzdálenost je malá v porovnání s jejich rozměry, viz Obr. 1

(a) Jaké teplo Q_0 přejde z teplejšího povrchu na chladnější za dobu $\tau = 60.0\,\mathrm{s}$?

(b) Abychom zmenšili přenos energie mezi oběma povrchy, vložíme mezi ně jako tepelnou izolaci tři rovnoběžné a vzájemně oddělené tenké dokonale černé a dokonale tepelně vodivé plechy, každý o plošném obsahu S, viz Obr. 1. Kolikrát se zmenší tok energie mezi oběma povrchy a jaké teplo Q přejde za dobu τ?

(c) Jaké teploty budou mít jednotlivé plechy tvořící izolaci?

4. (NUM)**Partiční funkce Si IV**
Vykreslete partiční funkci odpovídající excitaci iontu Si IV pro teploty $T \in \left[10^3, 10^5\right]$ K (osu teplot vynášejte logaritmicky). Vysvětlete průběh grafu. Uvažujte prvních patnáct hladin iontů podle dat z NIST `https://www.nist.gov/pml/atomi-spetra-database`, viz tabulka 1.



Obrázek 1: Znázornění soustavy povrchů (vlevo) a to samé po přidání izolace (vpravo).

Konfigurace	Term	J	g	Energie [Ev]
2p6.3s	2S	1/2	2	0.000000
2p6.3p	2P	1/2	2	8.838528
		3/2	4	8.895698
2p6.3d	2D	5/2	6	19.883893
		3/2	4	19.884040
2p6.4s	2S	1/2	2	24.050317
2p6.4p	2P	1/2	2	27.061641
		3/2	4	27.081703
2p6.4d	2D	5/2	6	30.997044
		3/2	4	30.997059
2p6.4f	2F	5/2	6	31.507742
		7/2	8	31.507984
2p6.5s	2S	1/2	2	32.907632
2p6.5p	2P	1/2	2	34.282086
		3/2	4	34.291429

Tabulka 1: Atomární data Si IV