Statistická fyzika – -domácí úkol #11

Info

1. Ve čtvrtek v **17:00** konzultace přes Skype z učebny F4, kde budu na tabuli počítat příklady.
2. **Konzultace**
   nyní je možné organizovat konzultace max. pro pět lidí přímo na univerzitě, tak pokud bude zájem, můžeme nějaké domluvit.

Příklady

1. **Kmity krystalové mříže**
   Spočítejte tepelnou kapacity krystalové mříže pro
   (a) Debyeův model,
   (b) Einsteinův model
   krystalu.

2. **Volná částice I**
   Spočtěte střední hodnotu souřadnice pro případ jednorozměrného pohybu volné částice uzavřené v oblasti $x \in [0, L]$, operátor hustoty v souřadnicové reprezentaci je ve tvaru
   $$\rho(x, x', \beta) = \frac{1}{L} \exp\left(-\frac{\pi(x - x')^2}{\lambda_{\mathrm{T}}^2}\right). \tag{1}$$

3. **Volná částice II**
   Spočtěte maticové elementy operátoru hustoty volné částice v impulsové reprezentaci.
4. **Volná částice III**
   Spočtěte střední hodnotu Hamiltoniánu volné částice přímým výpočtem v impulsové reprezentaci jako
   $$\left\langle \hat{\mathscr{H}} \right\rangle = \mathrm{Tr}\left(\hat{\rho}\hat{\mathscr{H}}\right). \tag{2}$$
5. **Volná částice IV**
   Spočtěte střední hodnotu hamiltoniánu volné částice ze znalosti partiční funkce (v rámci kvantové fyziky),
   $$Z = \frac{V}{\lambda_{\mathrm{T}}^3}. \tag{3}$$
6. **Dva fermiony**
   Spočtěte elementy maticové reprezentace operátoru hustoty a partiční funkci pro dva neinteragující fermiony.

Domácí úkol

1. **Aplikace viriálového teorému II**
   Systém obsahuje N velmi slabě interagujících částic a jeho teplota je dostatečně velká na to, abychom mohli použít k popisu klasickou statistiku. Každá částice má hmotnost m a osciluje v daném směru kolem své rovnovážné polohy. Spočítejte tepelnou kapacitu systému za teploty T v následujících případech
   (a) Vratná síla je přímo úměrná vychýlení x z rovnovážné polohy.
   (b) Vratná síla je úměrná x^3.
   Úlohy můžete počítat bez explicitního vyjádření příslušných integrálů. určete pomocí viriálového teorému stavovou rovnici plynu.

2. **Jak je důležité znáti Riemannovu funkci**
   Spočtěte hodnotu Riemannovy funkce $\zeta(3/2)$
   (a) numerickou integrací vztahu
   $$\zeta(n) = \frac{1}{\Gamma(n)} \int_0^\infty \frac{x^{n-1}}{e^x - 1}\, \mathrm{d}x,$$
   (b) numerickým výpočtem sumy
   $$\zeta(n) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^n}.$$