9. domácí úkol

1) Zkrocení zlé limity

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{1}{e^{\frac{a-b}{x}}+1} = \begin{cases} \infty & \text{pro } a<b \\ \frac{1}{e+1} & \text{pro } a=b \\ 0 & \text{pro } a>b \end{cases}$$

2) BE kondenzace v D dimenzích

- předpoklad $\varepsilon \sim |p^{\sigma}|$
- najděte závislost mezi D a σ, aby došlo ke kondenzaci

$$g(E) = \frac{gV}{(2\pi)^D} S_{D-1} \frac{(k(E))^{D-1}}{\left|\frac{dE}{dk}\right|}$$

$$E \sim p^{\sigma}, \quad k = \frac{p}{\hbar}, \quad S_{d-1} = \frac{2\pi^{\frac{D}{2}}}{\Gamma\left(\frac{D}{2}\right)}$$

$$\frac{dE}{dk} = \hbar^{\sigma}\cdot\sigma\cdot p^{\sigma-1}$$

$$g(E) = \text{konst.}\ p^{D-1}\cdot p^{-(\sigma-1)}$$

$$p = E^{1/\sigma}$$

$$g(E) = \text{konst.}\ p^{D-\sigma} = \text{konst.}\ E^{\frac{D-\sigma}{\sigma}}$$

$$g(E) = \text{konst.}\ E^{\frac{D}{\sigma}-1}$$

by mělo být 0 při BE kondenzaci

$$N(\varepsilon>0) = \int_0^{\infty} \frac{g(E)\,dE}{e^{\frac{E-\mu}{kT}}-1} \overset{\mu=0}{=} \text{konst.}\int_0^{\infty}\frac{E^{\frac{D}{\sigma}-1}}{e^{\frac{E}{kT}}-1}\,dE =$$

$$= \text{konst.}\cdot\zeta\left(\frac{D}{\sigma}\right) = \begin{cases} <0 & \frac{D}{\sigma}<1 \quad \text{– nedává fyz. smysl} \\ \infty & \frac{D}{\sigma}=1 \quad \text{– nenastává kond.} \\ >0 & \frac{D}{\sigma}>1 \quad \text{– nastává kondenzace} \end{cases}$$

$$\boxed{\frac{D}{\sigma}>1} \Rightarrow \boxed{D>\sigma}$$