

Statistická fyzika – ■-domácí úkol #05

■ Info

1. **Tepelná kapacita pro ideální plyn:** v tomto příkladu jste měli pouze ověřit platnost pro ideální plyn, tj. když ve vzorci

$$c_V = \frac{1}{k_B T^2} \langle \Delta E^2 \rangle, \quad (1)$$

spočítáte $\langle \Delta E^2 \rangle$ pro

$$\mathcal{H} = \frac{\mathbf{p}^2}{2m},$$

můžete využít vzorce z prvního domácího úkolu, dostanete

$$c_V = \frac{3}{2} k_B.$$

2. **Postřehy k numerickému domácímu úkolu:** někteří pracovali v Pythonu 2, jiní zase v Pythonu 3. Python 3 již nebere výstup podílu dvou proměnných INT jako INT, ale jako FLOAT, Python 2, ještě jako INT, takže všechna desetinná čísla zaokrouhluje dolů. Doporučuji si na to dávat pozor, ve všech programovacích jazycích může probíhat stále zaokrouhlování, a tak při podílu dvou proměnných INT psát `promenna1/float(promenna2)`.

■ Příklady

1. **Harmonický oscilátor**
Spočítejte vlastní vektory pro lineární harmonický oscilátor v souřadnicové reprezentaci.
2. **Soustava harmonických oscilátorů**
Spočítejte termodynamické vlastnosti systému N rozlišitelných klasických harmonických oscilátorů s frekvencí ω .
3. **Rozložení hustoty v atmosféře**
Spočítejte rozložení hustoty ve sloupci plynu o základně A pod vlivem homogenního gravitačního pole. Předpokládejte, že plyn je tvořen nerozlišitelnými částicemi, každá s hmotností m .

■ Domácí úkol

1. **Maticová reprezentace operátorů harmonického oscilátoru**
Pro harmonický oscilátor určete maticovou reprezentaci operátorů:
 - (a) Hamiltoniánu,
 - (b) operátoru počtu částic,
 - (c) kreačního a anihilačního operátoru,
 - (d) operátoru polohy \hat{X} a hybnosti \hat{P} ,
 - (e) \hat{X}^4 ,v bázi vlastních stavů $|n\rangle$.
2. **Boltzmannův neideální plyn**
Spočítejte přibližně tepelnou kapacitu při konstantním objemu plynu, jehož meziatomový potenciál je $U(r)$ (neznámý integrál vhodně označte). Částice plynu považujte za hmotné body.
3. **Tlak na vesmírné lodi**
Uvažujte kosmickou loď ve tvaru válce o výšce H a poloměru R rotující kolem hlavní osy úhlovou rychlostí Ω . Za předpokladu, že je vyplněna ideálním plynem s částicemi o hmotnosti m určete poměr tlaků na plášti $p_P = p(r=R)$ a na rotační ose $p_O = p(r=0)$, kde r je kolmá vzdálenost od osy otáčení pomocí:
 - (a) rovnice hydrostatické rovnováhy,
 - (b) Boltzmannova rozdělení,

teplota T je v celém objemu konstantní:

4. (NUM) **Počet mikrostavů ideálního plynu**

Počet mikrostavů soustavy N klasických neinteragujících částic s energií menší než E nacházejících se v objemu V je dán vztahem

$$\Gamma(E) = \left(\frac{2\pi m E}{h^2} \right)^{\frac{3}{2}N} \frac{V^N}{N! \Gamma(\frac{3}{2}N + 1)}.$$

Uvažujte dvě takovéto soustavy se stejným počtem částic v tepelném kontaktu s celkovou energií $2E$. Uvažujte fluktuace energie každé ze soustav, při kterém má jedna soustava energii $E + \Delta E$ a druhá $E - \Delta E$. Vykreslete počet mikrostavů celé soustavy v závislosti rozdílu ΔE pro případ $N = 10, 10^2, 10^4$. (Energii je vhodné vyjadřovat v jednotkách $\varepsilon = h^2/(2\pi m)$ a počet stavů v jednotkách $\gamma = V^N/(N! \Gamma(\frac{3}{2}N + 1))$.) Předpokládejte, že ΔE se může měnit jen skokem o hodnotu $\varepsilon/100$ a pro uvedené počty částic spočítejte, jaké chyby se dopustíme, pokud při výpočtu entropie celé soustavy budeme uvažovat pouze stavy odpovídající rovnováze (spočítejte pro $N = 10, 10^2, 10^4, 10^5$).