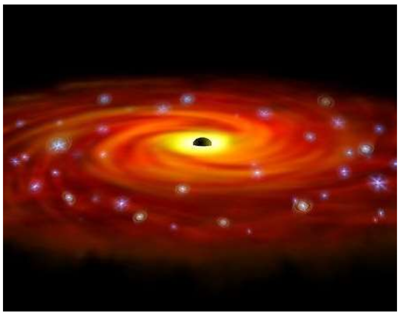


ZÁKLADY ASTRONOMIE 2
Praktikum 7
HMOTNOST ČERNÉ DÍRY V CENTRU GALAXIE

1 Úvod

Černé díry možná vypadají záhadně, ale vznikly ze stejné obyčejné hmoty, z níž se skládá Slunce, Země a všechno na ní. V černé díře je ale tato hmota zmáčknuta do neuvěřitelně malého objemu. Kdyby se například měla černou dírou stát Země, byla by veškerá hmota Země v kuličce o průměru 1 cm. Připomeňme, že podle Newtonova gravitačního zákona v klasické mechanice se přitažlivá síla F mezi dvěma tělesy o hmotnostech m_1 a m_2 zvyšuje se zmenšujícím se čtvercem vzájemné vzdálenosti r. Na povrchu Země jsme ve vzdálenosti přibližně 6378 km od středu Země, ale na povrchu „zemské černé díry"by to bylo jen 0.5 cm od středu. Takové obrovské zmenšení poloměru r způsobí, že gravitační působení bude miliardkrát větší než je normálně na Zemi. Takové extrémní působení má na všechna tělesa v blízkosti nezvyklé účinky. Kolem černé díry například naleznete sféru označovanou jako *horizont událostí*. Cesta k ní je vlastně jen jednocestná. Všechno, co pronikne za horizont událostí, se už nedostane zpět, což platí i pro světlo. A navíc, jestliže chce nějaké těleso vzdorovat silné gravitaci v bezprostředním okolí černé díry, musí se pohybovat obrovskou rychlostí. Náhodné srážky takto urychlených těles nebo jejich částí mají katastrofální následky a vznikne při ní obrovské množství tepla a světla.

Termín *černá díra* vymyslel v roce 1967 astrofyzik John A. Wheeler. Nicméně myšlenku existence tělesa, ze kterého by nemělo unikat světlo, poprvé zformuloval John Michell již v roce 1783. O 15 let později odvodil Pierre Laplace na základě newtonovské mechaniky velikost objektu, který díky své gravitaci zadrží i světlo. V roce 1916 provedl v podstatě totéž Karl Schwarzschild. Uvědomil si ale, že v okolí takových objektů se budou projevovat efekty tehdy nové, obecné teorie relativity. Odvodil charakteristickou vzdálenost pro každé hmotné nerotující sféricky symetrické těleso, tzv. Schwarzschildův poloměr:

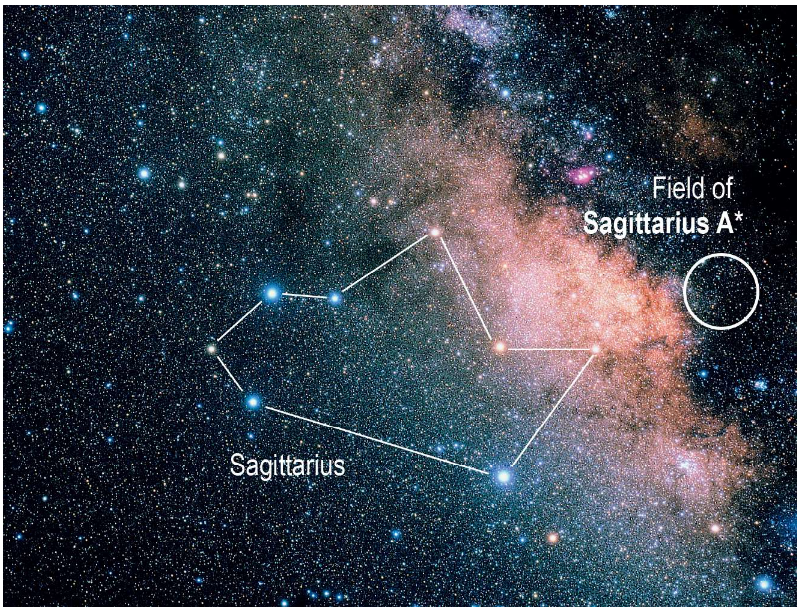
$$r_s = \frac{2Gm}{c^2} = 1,48 \cdot 10^{-27} m, \tag{11}$$

kde G je gravitační konstanta, c rychlost světla. Do koule o Schwarzschildově poloměru musí být veškerá hmota o dané hmotnosti stlačena, aby bylo její zhroucení do černé díry neodvratné. Schwarzschildův poloměr také popisuje velikost zmíněného horizontu událostí. Zajímavé je srovnání se vztahem odvozeným Laplacem, který prostě do vztahu pro únikovou rychlost dosadil rychlost světla. Oba vztahy jsou stejné! Nicméně taková shoda je zřejmě čistě náhodná.

Přestože se zpočátku černé díry jevily jen jako pěkný nápad, extrémní teoretická úvaha teoretiků, máme už dnes silné důkazy pro existenci řady černých děr a jedné masivní dokonce přímo ve středu naší Galaxie.

1.1 Černá díra uprostřed Galaxie

V únoru 1974 objevili Bruce Balick a Robert Brown z americké Národní radioastronomické observatoře neobvyklý jasný a velmi kompaktní rádiový zdroj v centru naší Galaxie. Zdroj označený Sgr A* se nachází na souřadnicích $\alpha = 17^{\mathrm{h}}45^{\mathrm{m}}40^{\mathrm{s}}, \delta = -29°00'28''$ (2000.0) blízko hranice souhvězdí Střelce se Štírem (viz obrázek 1). Brzy bylo jasné, že zdrojem rádiového



Obr. 1: Asterismus "čajová konvice" v souhvězdí Střelce. Souhvězdí Střelce je nejlépe pozorovatelné z jižní polokoule. Rádiový zdroj Sagittarius A* se nachází ve středu bílého kroužku.

záření v tomto případě pravděpodobně není hvězda. Spekulovalo se, že takový nezvyklý signál by mohl být způsoben nějakou hmotou pohybující se vysokou rychlostí kolem centra Galaxie. Co by mohlo takto hmotu urychlovat? Mohla by to být černá díra, jenže ta je vzhledem ke své hmotnosti extrémně malá a velmi chladná, kompletně černá, takže nemůžeme doufat, že ji uvidíme přímo. Prokázat její existenci lze nepřímo měřením dvou veličin v blízkosti předpokládané černé díry. Můžeme měřit rychlosti materiálu obíhajícího kolem uvažované černé díry a také studovat záření tohoto materiálu přicházející z okolí černé díry. Rychlost nás informuje o minimální hustotě látky soustředěné v daném objemu prostoru (pod oběžnou dráhou sledovaného materiálu), zatímco vyzářené světlo nám řekne, zda tato hmota může být v podobě hvězd. V říjnu 2002 oznámil tým vedený Rainerem Schödelem z Institutu Maxe Plancka pro mimozemskou fyziku v Německu výsledky desetiletého pozorování pohybu hvězdy S2 blízko Sgr A*. Výsledky tohoto týmu (Schödel 2002, 2003) využijeme v naší praktické úloze.

2 Pracovní postup

Začneme možná trochu překvapivě připomínkou Keplerových zákonů popisujících pohyby planet kolem Slunce:

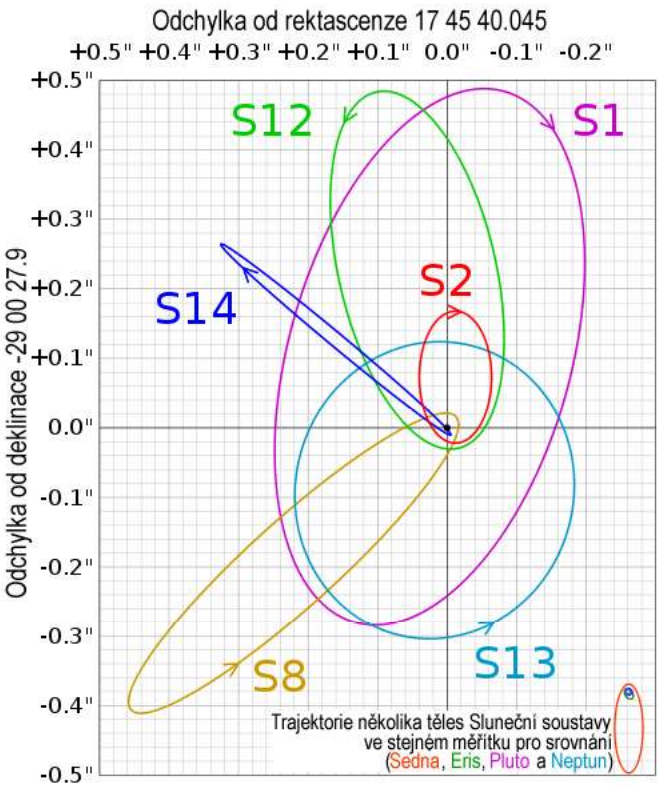
1. Planety se pohybují kolem Slunce po eliptických drahách, v jejichž jednom ohnisku se nachází Slunce.
2. Plocha S opsaná průvodičem planety za jednotku času je stálá:
$$S/\Delta t = konst. \tag{12}$$
3. Poměr druhých mocnin oběžných dob je stejný jako poměr třetích mocnin velkých poloos oběžných drah.

Kepler publikoval své zákony v letech 1609 až 1619. O několik let později, v roce 1687 Isaac Newton ukázal, že tyto zákony jsou v souladu s jeho univerzálním gravitačním zákonem. To znamená, že je možné je využít nejen pro soustavu dvou těles planeta - Slunce, ale také pro Měsíc obíhající kolem Země, umělou družici na dráze kolem Jupiteru nebo hvězdu na oběžné trajektorii kolem černé díry. Aplikací Newtonova gravitačního zákona tak byl třetí Keplerův zákon přepsán do podoby:

$$P^2 = \frac{4\pi^2}{G}\frac{a^3}{m_1 + m_2}, \tag{13}$$

kde G je gravitační konstanta, m_1 hmotnost Slunce a m_2 hmotnost planety.

V devadesátých letech minulého století astronomové objevili několik hvězd, které se velmi rychle pohybují na oběžné dráze kolem středu naší Galaxie (viz obrázek 2). Dnes už jich známe více než sto. Otázkou ovšem je, zda může být jejich vysoká rychlost způsobena přítomností neviditelného, ale hmotného tělesa, tedy nejspíš onou centrální černou dírou?



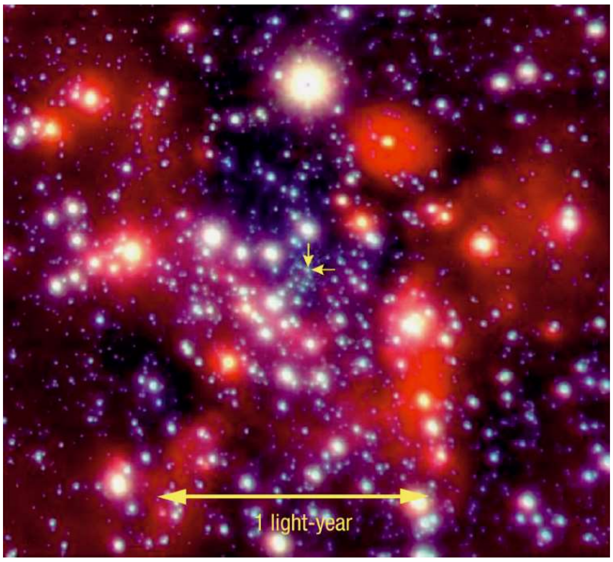
Obr. 2: Odvozené trajektorie šesti hvězd v okolí černé díry Sagittarius A* v centru Galaxie na základě dat z Eisenhauer et al. (2005). Poznámka: Pro srovnávací obrázek je zvolena škála 7940 AU na jednu úhlovou vteřinu (1"v radiánech × 7.94 kpc v AU). V tomto měřítku je vzdálenost mezi Sluncem a hvězdou Proxima Centauri 33.8krát větší (268 000 AU ÷ 7940 AU/") než výška obrázku.

2.1 Pozorování

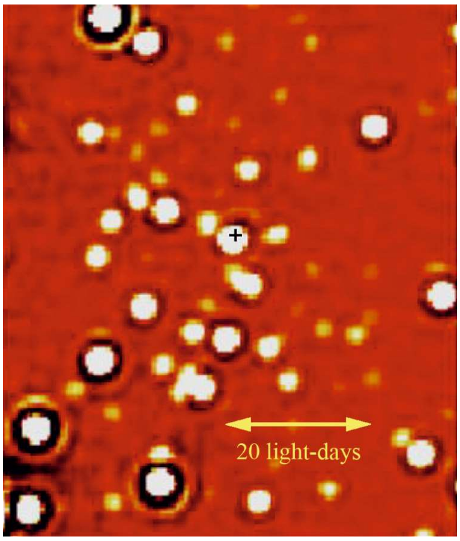
Pozorování hvězd v blízkosti centra naší Galaxie je velmi obtížné. Ve výhledu směrem k centru Galaxie nám brání mnoho hvězd a oblaků mezihvězdné látky. Těmi alespoň zčásti pronikne infračervené záření delších vlnových délek, takže zachytíme záření hvězd z centra Galaxie zejména v této části spektra. Po mnoho let tak tým astronomů vedený Reinhardem Genzelem pořizoval snímky centra Galaxie v infračerveném oboru na ESO s pomocí Very Large Telescope v Chile (viz 3). V průběhu času se hvězdy v blízkosti centra Galaxie trochu posouvaly. Platí to zejména pro hvězdu označenou $S2$. Její polohu blízko centra Galaxie ukazuje obrázek 4.

2.2 Výpočet hmotnosti

Podle třetího Keplerova zákona v přesnějším znění je možné zjistit celkovou hmotnost dvojice



Obr. 3: Snímek hvězd v centru Galaxie v blízké infračervené oblasti spektra pořízený přístrojem NACO na VLT. Dvě žluté šipky označují polohu kandidáta černé díry “Sagittarius A*”. Vyznačená délka jednoho světelného roku odpovídá úhlové vzdálenosti 8”. Zdroj: ESO.



Obr. 4: Snímek pouhých dvou obloukových vteřin centrální oblasti naší Galaxie odpovídající zhruba 82 světelným dnům. Rádiový zdroj Sgr A* je vyznačen křížkem. Bílé kolečko, prakticky na stejné pozici, je hvězda $S2$.

na sebe působících těles, pokud známe oběžnou periodu a velkou poloosu oběžné trajektorie. V tabulce 26 jsou uvedeny polohy hvězdy $S2$ v přepočtených pravoúhlých souřadnicích x, y. Jejich zakreslením do grafu tedy můžeme zjistit velkou poloosu a a posléze i periodu P. Jestliže budeme znát tyto dvě hodnoty, vypočteme pomocí Keplerova zákona celkovou hmotnost m, danou jako součet hmotnosti černé díry m_{BH} a hvězdy $S2$ m_S. V této chvíli nám postačí znalost součtu hmotností. Teprve později se budeme zajímat, kolik z tohoto součtu připadá na hmotnost černé díry a kolik na hvězdu $S2$.

Po zakreslení poloh hvězdy $S2$ do grafu a určení poloos oběžné trajektorie přistoupíme ke zjištění oběžné periody P. Za tuto dobu opíše průvodič hvězdy, tedy spojnice hvězda - černá díra, plochu S_{el}

$$S_{\mathrm{el}} = \pi ab, \tag{14}$$

kde a, b jsou velikost poloos elipsy. Druhý Keplerův zákon říká, že plocha opsaná průvodičem je stálá, což jinak řečeno znamená, že velikost opsané plochy je úměrná době, za kterou je tato plocha průvodičem opsána. Jestliže budeme například uvažovat polovinu oběžné doby

$P/2$, pak plocha opsaná průvodičem bude $S_{\mathrm{el}}/2$. Obecně tedy, jestliže se za čas Δt hvězda přesune z bodu 1 do bodu 2, pak plocha opsaná průvodičem bude

$$\Delta S = \frac{\Delta t}{P} S_{\mathrm{el}}. \tag{15}$$

Potřebné údaje pro určení délky periody $\Delta S, \Delta t$ a S_{el} najdeme v tabulce 26 nebo získáme s její pomocí.

Nyní už můžeme dosazením do třetího Keplerova zákona vypočítat celkovou hmotnost m hvězdy a černé díry. Hvězdy jsou definovány jako gravitačně vázané objekty s hmotnostmi v rozmezí zhruba 0.08 $\mathrm{M}_{\odot}$ až řekněme přibližně 120 $\mathrm{M}_{\odot}$. Pokud jste však neudělali chybu, dostali jste v předchozím kroku řešení úlohy celkovou hmotnost m mnohem větší. Pak ale není vůbec důležité, jakého typu je hvězda $S2$, protože $m_{\mathrm{BH}} \gg m_{\mathrm{S}}$, je její hmotnost m_{S} zanedbatelná ve srovnání s hmotností černé díry. Takže můžeme psát, že celková hmotnost $m \approx m_{\mathrm{BH}}$ a je tedy vlastně dána hmotností černé díry. Ale moment ... , víme určitě, že ta hmota patří černé díře? Známe hmotnost objektu v oblasti Sgr A*, ale co když to není černá díra, ale „jen"uskupení velkého množství hvězd? Rozdíl mezi těmito dvěma možnostmi spočívá v tom, že hvězdy vyzařují světlo, ale černé díry nikoli.

2.3 Co je ve středu Galaxie?

Zkusme tedy zjistit, kolik světla bychom mohli z oblasti Sgr A* očekávat, pokud by se tam nacházelo početné uskupení hvězd. Pro první odhad předpokládejte, že veškerá hmota tam přísluší hvězdám slunečního typu. Kolik Sluncí o hmotnosti $2 \cdot 10^{30}$ kg bychom potřebovali, aby vyvážily oblasti Sgr A*?

Víme, že zářivý výkon našeho Slunce je přibližně $4 \cdot 10^{26}$ W. Astronomové ale často poměřují zářivý výkon hvězd pomocí absolutní hvězdné velikosti. Absolutní hvězdná velikost Slunce $\mathrm{M}_{\odot} = +4.83$ mag. Vzdálenost D Slunce k centru naší Galaxie je zhruba 8.0 kpc. Spočtěte pozorovanou hvězdnou velikost pro Slunce, pokud bychom ho umístili do této vzdálenosti. Jak velká by byla pozorovaná hvězdná velikost vypočteného množství hvězd slunečního typu umístěného do oblasti Sgr A*?

Už nyní můžeme prozradit, že astronomové nenaměřili téměř žádné světlo přicházející z centra Galaxie. To můžeme konec konců vidět i na obrázcích 3, 4, které ukazují světlo přicházející prakticky jen z hvězd kolem oblasti Sgr A*. Samotný střed naší Galaxie je ale mnohem tmavší než by odpovídalo obsazení oblasti Sgr A* hvězdami. Ve středu Galaxie tedy musí být černá díra.

2.4 Malé a velké černé díry

Možná vás napadne otázka, zda musí být každá černá díra tak hmotná, jako ta, kterou jste právě odhalili ve středu Galaxie. V úvodu jsme definovali černou díru a Schwarzschildův poloměr (viz vztah 11 pro velikost nerotující, symetrické černé díry). Využijme ale nyní opět úvah klasické mechaniky. Jak jsme již uvedli, je výsledný vztah pro velikost nerotující symetrické díry odvozený z klasické i relativistické fyziky čistě náhodou stejný. Využijme tedy nyní vztahu pro únikovou rychlost v_u z kulového objektu o hmotnosti m a poloměru r a pohrajme si trochu s čísly:

$$v_u = \sqrt{\frac{2Gm}{r}}. \tag{16}$$

Spočítejte únikovou rychlost z povrchu Země za předpokladu, že poloměr Země je R_Z= 6378 km a její hmotnost $M_Z = 6 \cdot 10^{24}$ kg. A teď to zkuste s tělesem o hmotnosti Země, ale o poloměru pouhých 0,5 cm. Nakonec, spočítejte únikovou rychlost, pokud by Země měla svůj normální poloměr, ale hmotnost 2200krát větší než Slunce. Uvidíte, že Země se transformuje do černé díry ve dvou případech: když ji značně stlačíme do velmi malého objemu a nebo když výrazně zvětšíme její hmotnost. Slunce má poloměr více než 100krát větší než Země. Takže druhý případ znamená, že vmáčknete objekt 2200krát těžší než Slunce do koule stokrát menší než Slunce. To je ale také extrémní stlačení. Rozhodující vlastností, která dělá černou díru černou dírou není tedy velikost, poloměr, ale její "kompaktnost", hustota - poměr hmotnosti k poloměru a vztah 16 to ukazuje v matematické podobě. Znamená to snad, že mohou existovat i černé díry s mnohem menší hmotností než Země, za předpokladu, že budou také velmi malé? Vypočtěte na závěr, jak malý by musel být poloměr zhrouceného objektu o vaší hmotnosti, jinými slovy spočítejte, jak velká černá díra by vznikla z vašeho těla. Porovnejte tento poloměr s typickou velikostí atomu $2 \cdot 10^{-10}$ m.

Závěrem můžeme tedy konstatovat, že černou dírou by se teoreticky mohlo stát cokoli - Slunce, Země a dokonce i vy, pokud byste byli schopni dostatečně zvýšit svoji hustotu. Jenže ve vesmíru dosud nalézáme jen černé díry s hmotnostmi většími než je zhruba hmotnost Slunce. Někdy jsou dokonce mnohem větší, jako například u oblasti Sgr A* v centru naší Galaxie. Ale popravdě řečeno, to až tak neočekávaný výsledek není. Například vy sami prostě do černé díry zkolabovat nemůžete. Vyžadovalo by to nějaký lis, který neexistuje ani v přírodě ani jej nikdo nezkonstruoval. A stejně je na tom i naše Země nebo Slunce. O budoucím osudu vesmírných těles rozhoduje sudička gravitace při jejich zrodu podle porodní hmotnosti. O tom, že hvězda případně skončí jako černá díra se tedy ví od samého počátku.

Použité zdroje a další materiály ke studiu

materiály použité při přípravě této úlohy:

Eisenhauer et al, 2005, The Astrophysical Journal, 628, 246-259

Schödel, R., et al., 2002, Nature, 419, 694

Schödel, R., Ott, T., Genzel, R., Eckart, A., Mouawad, N., & Alexander, T. 2003, Astrophysical Journal, 596, 1015

http://www.astroex.org/english/exercise6/

Několik zajímavých míst na internetu

`http://www.eso.org/outreach/press-rel/pr-2002/pr-17-02.html`

`http://amazing-space.stsci.edu/capture/blackholes/`

`http://hubblesite.org/discoveries/black_holes/`

`http://www.phys.vt.edu/~jhs/faq/blackholes.html`

PRAKTICKÁ ČÁST

Úloha: Hmotnost černé díry v centru Galaxie

Jméno: . . . . **Datum odevzdání:** . . . .

Shrnutí úkolů:

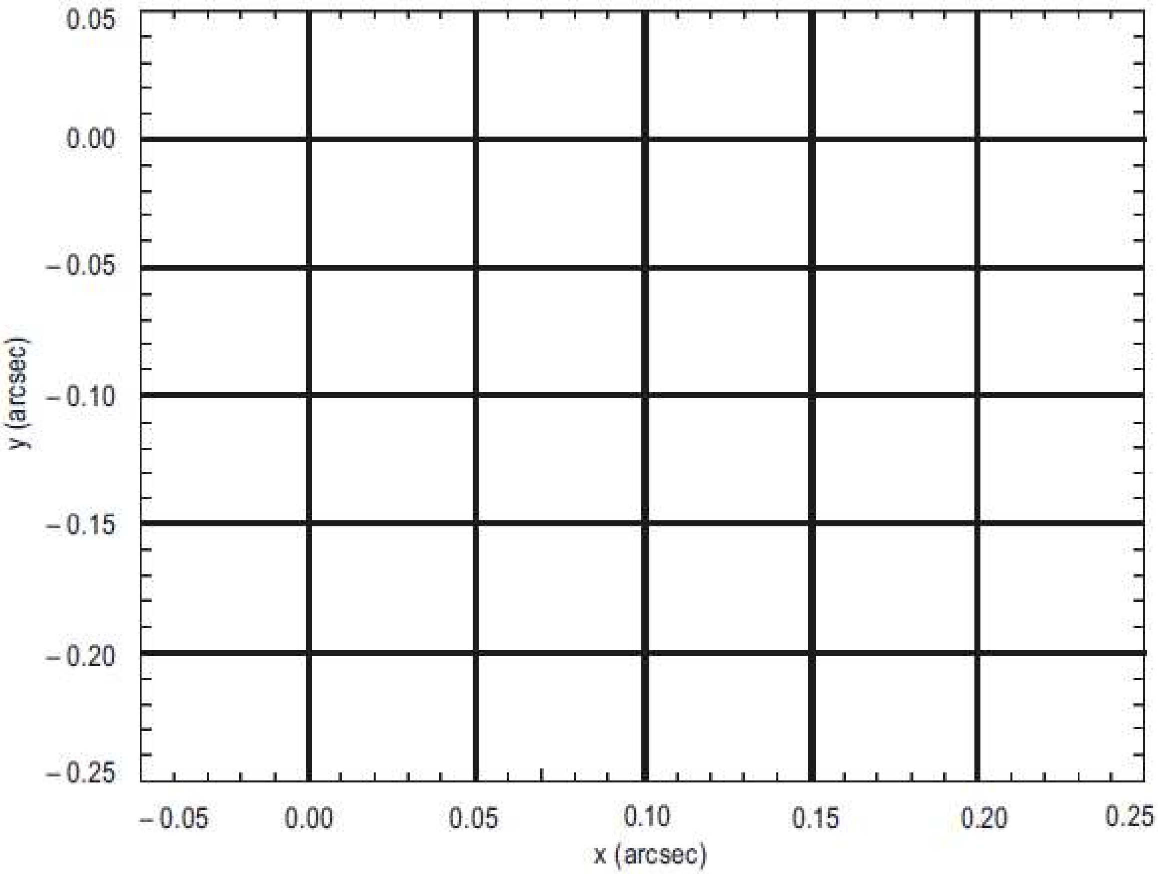
1. Zakreslete do grafu na obrázku 5 polohy hvězdy $S2$ z tabulky 26 včetně nejistot jejich určení. Nejistoty v obou osách vyznačte jako příslušně dlouhé úsečky. Úlohu můžete opět řešit na počítači, jen nezapomeňte při tvorbě grafu na jemnou souřadnou síť, budete ji ještě potřebovat. Můžete využít i milimetrový papír.

Tabulka 26: Přepočtené souřadnice hvězdy $S2$. Předpokládaná černá díra má souřadnice (0.0, 0.0).

Měření	Datum [rok]	x ["]	dx ["]	y ["]	dy ["]
1	1992.226	0.104	0.003	-0.166	0.004
2	1994.321	0.097	0.003	-0.189	0.004
3	1995.531	0.087	0.002	-0.192	0.003
4	1996.256	0.075	0.007	-0.197	0.010
5	1996.428	0.077	0.002	-0.193	0.003
6	1997.543	0.052	0.004	-0.183	0.006
7	1998.365	0.036	0.001	-0.167	0.002
8	1999.465	0.022	0.004	-0.156	0.006
9	2000.474	-0.000	0.002	-0.103	0.003
10	2000.523	-0.013	0.003	-0.113	0.004
11	2001.502	-0.026	0.002	-0.068	0.003
12	2002.252	-0.013	0.005	0.003	0.007
13	2002.334	-0.007	0.003	0.016	0.004
14	2002.408	0.009	0.003	0.023	0.005
15	2002.575	0.032	0.002	0.016	0.003
16	2002.650	0.037	0.002	0.009	0.003
17	2003.214	0.072	0.001	-0.024	0.002
18	2003.353	0.077	0.002	-0.030	0.002
19	2003.454	0.081	0.002	-0.036	0.002

2. Do grafu zakreslete elipsu, která nejlépe odpovídá napozorovaným polohám hvězdy $S2$. Uvědomte si, že elipsa nemusí nutně procházet přímo všemi naměřenými body. Každý bod je přece určen s nějakou nejistotou.

3. Změřte poloosy vykreslené elipsy v úhlových vteřinách a přepočítejte naměřené hodnoty na délku vyjádřenou ve světelných dnech, jestliže víme, že v tomto případě 2" odpovídají 82 světelným dnům. Odhadněte nepřesnost vašeho určení délky poloosy zakreslené elipsy diskutujte. Všechny zjištěné hodnoty zapište do tabulky 27.



Obr. 5: Graf pro vykreslení poloh hvězdy $S2$.

Tabulka 27: Velikost poloos oběžné trajektorie hvězdy $S2$.

Poloosa	Délka		Nejistota určení	
	["]	[světelné dny]	["]	[světelné dny]
hlavní				
vedlejší				

4. Vypočtěte plochu elipsy oběžné trajektorie S_{el}= . . . .

5. Určete periodu oběhu P hvězdy $S2$ s využitím vztahu 15. Využít můžete dvou přístupů:

   a) použití kartonu a přesných vah
   Elipsu vykreslenou na obrázku 5 si zkopírujte, nejlépe na tuhý papír, karton a vystříhněte. Vystřiženou elipsu zvažte na váhách s přesností 0,01 gramu. Zvážená hmotnost odpovídá ploše S_{el}. Nyní vystřihněte část, která dle měření v tabulce 26 nebyla opsána průvodičem, a opět ji zvažte. Dostane hodnotu pro plochu ΔS. Skutečné plochy bychom samozřejmě dostali jednoduchým přepočtem, ale protože potřebujete jen poměr ploch, není taková konverze zapotřebí. Přesnost metody zvýšíte, když elipsu nalepíte na nějaký karton, ale pozor, aby bylo lepidlo rozprostřeno rovnoměrně.

   Hmotnost elipsy: . . . ., hmotnost segmentu . . . .

   Časový interval odpovídající zvolenému segmentu: . . . .

   Nyní ze vztahu 15 spočtěte hodnotu periody P = ...

b) počítání čtverečků
Graf na obrázku 5 má naznačenou poměrně jemnou souřadnou síť. Pomocí čtverečků této sítě určete plochu elipsy S_{el} a plochy ΔS pro pět různých časových intervalů Δt. Okamžiky vymezující příslušné segmenty naleznete v tabulce 26. Do tabulky 28 zapište čísla měření počátečního a konečného bodu zvolené výseče z tabulky 26, odpovídající Δt, vypočtenou plochu ΔS.
Plocha elipsy $S_{\mathrm{el}} = \ldots\ldots\ldots\ldots$ čtverečků.

Pro každou zvolenou dvojici měření spočtěte uvedeným postupem periodu P a zapište do tabulky 28. Nakonec určete průměrnou hodnotu periody vyplývající z vašich pěti zvolených výsečí a její chybu.

Diskutujte nejistoty určení periody zvolenou metodou. Pokud se rozhodnete využít druhé metody, porovnejte chybu aritmetického průměru s odhadnutou nejistotou určení hodnoty periody na základě všech dosavadních kroků.

Tabulka 28: Vybrané segmenty trajektorie hvězdy $S2$.

Výseč	Počátek měření	Koncové měření	Δt [roky]	ΔS	Perioda [roky]
1					
2					
3					
4					
5					

6. Dosazením do třetího Keplerova zákona vypočtěte celkovou hmotnost hvězdy a černé díry $m = m_{\mathrm{BH}} + m_{\mathrm{S}} = \ldots\ldots\ldots\ldots$..

7. Spočítejte kolik hvězd sluneční hmotnosti ($2 \cdot 10^{30}$ kg) bychom potřebovali, abychom dostali stejnou hmotnost jako zjištěná hodnota m?
Počet hvězd $N = \ldots\ldots\ldots\ldots$..

8. Vypočtěte pozorovanou hvězdnou velikost Slunce, pokud bychom jej umístili do vzdálenosti centra naší Galaxie ($D \approx 8.0$ kpc), a určete pozorovanou hvězdnou velikost v předchozím kroku zjištěného počtu hvězd.
Pozorovaná hvězdná velikost Slunce ve vzdálenosti D . . . .
Pozorovaná hvězdná velikost N hvězd ve vzdálenosti D . . . .

Přestože jsme v úvodu úlohy zmínili, že náš výhled směrem ke středu Galaxie je zastíněn množstvím mezihvězdné látky, v našich úvahách a výpočtech se zmínka o extinkci dosud neobjevila. Spočítejte znovu pozorovanou hvězdnou velikost Slunce, pokud bychom jej umístili do vzdálenosti 8.0 kpc, ale tentokrát uvažujte také mezihvězdnou extinkci ve vizuálním oboru $A_V = 30$ mag. Vztah pro modul vzdálenosti pak bude mít podobu

$$m - M = 5 \log r - 5 + A. \tag{17}$$

Pozorovaná hvězdná velikost Slunce ve vzdálenosti D s uvažovanou extinkcí . . . .

Pozorovaná hvězdná velikost N hvězd ve vzdálenosti D s uvažovanou extinkcí . . . .

9. Spočítejte únikovou rychlost z povrchu Země za různých předpokladů, kdy budeme měnit poloměr i hmotnost Země. Začneme ale s těmi správnými hodnotami, poloměrem R_Z= 6378 km a hmotností $M_Z = 6 \cdot 10^{24}$ kg. Výsledky zapište do tabulky 29.

Tabulka 29: Únikové rychlosti z různých těles.

	R_Z= 6378 km	$R_Z = 0.5$ cm	R_Z= 6378 km
	$M_Z = 6 \cdot 10^{24}$ kg	$M_Z = 6 \cdot 10^{24}$ kg	2200 $M_\odot$
Úniková rychlost [km/s]			

10. Nakonec spočtěte velikost černé díry vzniklé z vašeho těla. Jinak řečeno, určete poloměr tělesa o vaší hmotnosti, na jehož povrchu by byla úniková rychlost rovna rychlosti světla.

Poloměr černé díry z mého těla . . . .

Porovnejte tento poloměr s typickou velikostí atomu $2 \cdot 10^{-10}$ m. Diskutujte.