HARMONICKÉ KMITY

CO JSOU HARMONICKÉ KMITY? JSOU DVA POHLEDY:

1.) KINEMATICKY: $x(t) = A\sin(\omega_0 \cdot t+\varphi)$

2.) DYNAMICKY: $F = -k\vec{x}$ PRO $k > 0$ – n-DIMENZIONÁLNÍ

$F = -k\cdot x$ 1-DIMENZIONÁLNÍ

II NEWTONŮV ZÁKON

$F = m\cdot a$; DOSADÍME $F = -kx$

$$m\cdot\frac{dx^2}{d^2t} = -kx$$

$$\frac{dx^2}{d^2t} + \underbrace{\frac{k}{m}}_{=\omega^2}\cdot x = 0$$

DIFERENCIÁLNÍ ROVNICE

ŘEŠENÍ:

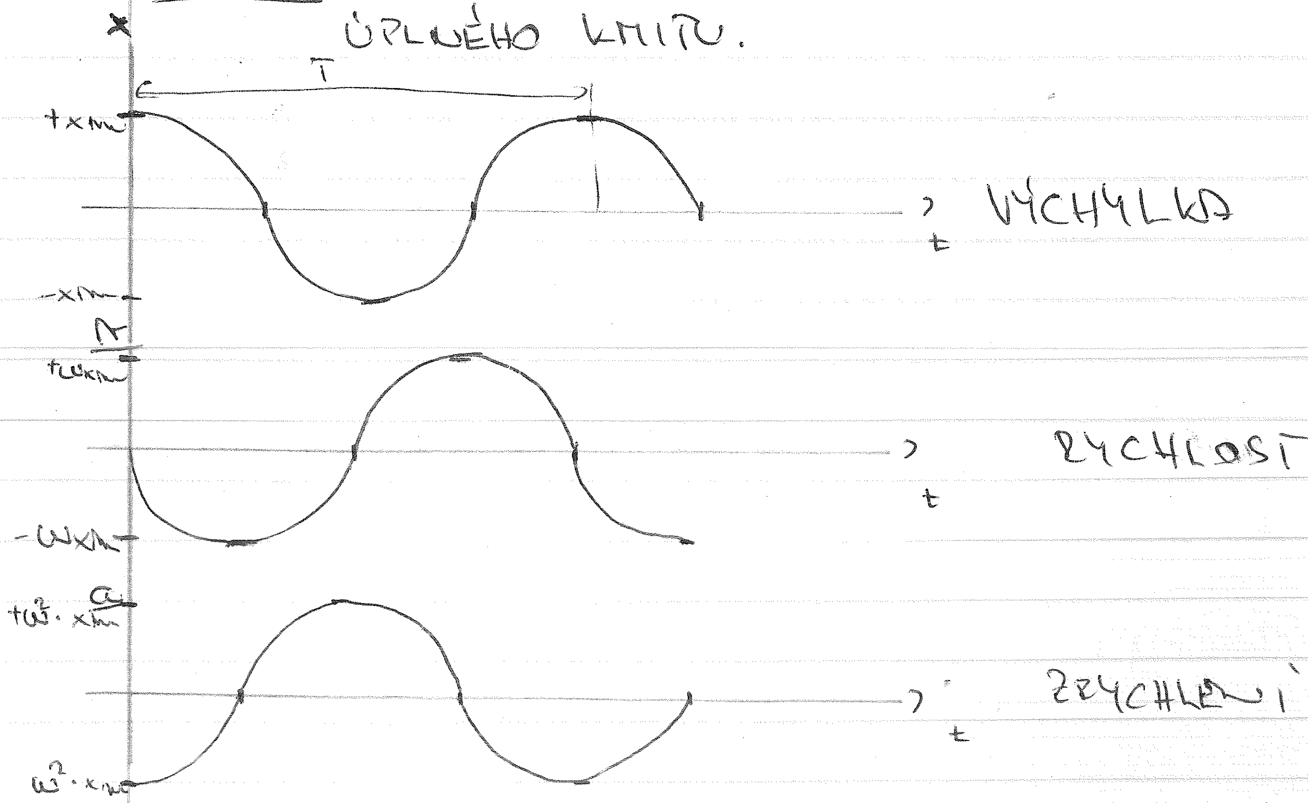
2 DERIVACI $\longrightarrow$ $x(t) = A\cdot\sin(\omega_0 t+\varphi)$

$x(t) = A\cdot e^{i(\omega_0 t+\varphi)}$

$\downarrow$
v
$\downarrow$ 2 DERIVACI
a

FREKVENCE – LIBOVOLNÝ PERIODICKÝ POHYB, MÁ SVOU FREKVENCI f, URČUJÍCÍ POČET KMITŮ ZA 1 SEKUNDU. [1 Hz]

PERIODA – JE TO ČAS POTŘEBNÝ K PROVEDENÍ JEDNOHO ÚPLNÉHO KMITU.



MECHANICKÁ ENERGIE HARMONICKÉHO OSCILÁTORU

$E = E_k + E_p$

$E_k = \frac{1}{2} m v^2$

$E_p = W = \int_0^x k \cdot x \, dx = \frac{1}{2} k x^2$ PRÁCE, KTEROU VYKONÁVAJÍ VNĚJŠÍ SÍLY PŘI PŘEMÍSTĚNÍ Z POČÁTEČNÍ POLOHY DO KONCOVÉ POLOHY

$E_p = \frac{1}{2} k (A \sin(\omega_0 \cdot t + \varphi))^2$ $E_k = \frac{1}{2} m \cdot (A\omega \cos(\omega_0 t + \varphi))^2$

$E = E_k + E_p$

$E = \frac{1}{2} m\omega^2 \cdot A^2 \cdot \cos^2(\omega t + \varphi) + \frac{1}{2} k A^2 \cdot \sin^2(\omega t + \varphi)$

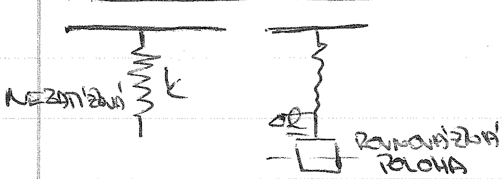
$E = \frac{1}{2} \cancel{m} \frac{k}{\cancel{m}} \cdot A^2 \cdot \cos^2(\omega t + \varphi) + \frac{1}{2} k A^2 \cdot \sin^2(\omega t + \varphi)$

$E = \frac{1}{2} k \cdot A^2 \cdot [\underbrace{\cos^2(\omega t + \varphi) + \sin^2(\omega t + \varphi)}_{1}]$

$$\underline{\underline{E = \frac{1}{2} k \cdot A^2}}$$

PŘÍKLADY HARM. OSCILÁTORŮ

1) TĚLESO NA PRUŽINĚ



$\vec{F}_g = (-mg; 0; 0)$

$\vec{F}_s = (k \cdot \Delta l; 0; 0)$

$F_g = F_s$

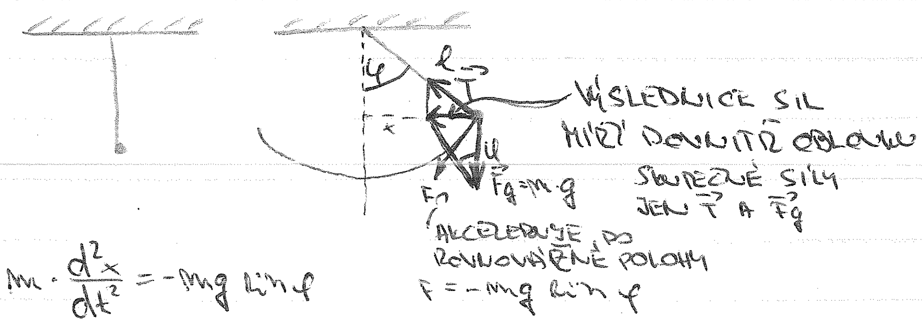
$k = \frac{mg}{\Delta l}$

PROGRESIVNÍ PRUŽINA - MĚNÍ SVOJI TUHOST

$k = \frac{G \cdot d^4}{8 \cdot D \cdot n}$

n - POČET ZÁVITŮ
G - MODUL PRUŽNOSTI V TORZI
d - PRŮMĚR DRÁTU
D - PRŮMĚR ZÁVITU PRUŽ

2) KYVADLA - MAT. KYVADLO



$m \cdot \frac{d^2x}{dt^2} = -mg \sin\varphi$ $F = -mg \sin\varphi$

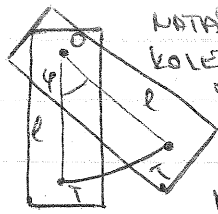
KYVADLO NENÍ HARM. OSCILÁTOR, ALE PRO MALÁ φ $\sin\varphi \doteq \varphi$

$\varphi \doteq \frac{x}{l}$ $\cancel{m} \cdot \frac{d^2x}{dt^2} = -\cancel{m} g \cdot \varphi$

$\frac{d^2x}{dt^2} + \underbrace{\frac{\cancel{m} g}{l}}_{\doteq \omega^2} \cdot x = 0$ $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$

- FYZICKÉ KYVADLO

DRUHÝ NEWTONŮV ZÁKON PŘEJDE NA DRUHOU VĚTU IMPULZOVOU



NATÁČENÍ TĚLESA S TĚŽIŠTĚM KOLEM OSY O VZDÁLENÉ O l DO ÚHLU φ

$F = m \cdot a \Longrightarrow M = J \cdot \varepsilon \quad ; \quad \varepsilon = \frac{d^2\varphi}{dt^2}$

$M = \vec{r} \times \vec{F}$

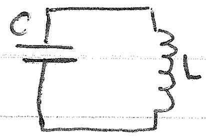
$M = -m \cdot g \cdot l \cdot \sin\varphi$

$J \frac{d^2\varphi}{dt^2} = -mg \cdot l \cdot \sin\varphi$

$\sin\varphi \doteq \varphi$ $\quad J \cdot \frac{d^2\varphi}{dt^2} + mg \cdot l \cdot \sin\varphi = 0$

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \underbrace{\frac{mgl}{J}}_{\omega^2} \cdot \varphi = 0$$

③ ELEKTRICKÉ KMITY V ELEK. LC OBVODU



$U_C + U_L = 0 \quad ; \quad U_C = \frac{Q}{C} \quad ; \quad U_L = -L\frac{dI}{dt} \qquad i = -\frac{dQ}{dt}$

$\frac{Q}{C} - \frac{dI}{dt} \cdot L = 0 \qquad \frac{Q}{C} + L\frac{d}{dt}\left(\frac{dQ}{dt}\right)$

$$\frac{d^2Q}{dt^2} \cdot L + \frac{1}{C} \cdot Q = 0 \quad ; \quad \frac{d^2Q}{dt^2} + \underbrace{\frac{1}{L \cdot C}}_{\omega^2} \cdot Q = 0 \qquad \omega = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}}$$

TLUMENÝ HARMONICKÝ OSCILÁTOR

- VE SKUTEČNOSTI NEEXISTUJÍ TLUMENÉ KMITY

$m \cdot \ddot{x} = -k \cdot x + F_t$ ← TLUMICÍ SÍLA

3 - POHLEDY

$F_t =$
- TŘECÍ SÍLA $|F_t| = konst.$; SMĚR JE VŽDY PROTI RYCHLOSTI
- F_t JE ÚMĚRNÁ RYCHLOSTI ($|F_t| \sim |v|$) ; $F_t = -B \cdot v$ ... ODPOR PROSTŘEDÍ (TEKUTÉHO)
  PRO NÁS DŮLEŽITÉ, PŘESTO "NEPOUŽITELNÉ" MATEMATICKÁ VÝHODNOST, MALÁ PRAKTIČNOST
  PRO MALÉ RYCHLOSTI A MALÉ ROZMĚRY
- F_t JE ÚMĚRNÁ KVADRÁTU RYCHLOSTI ($|F_t| \approx |v^2|$)
  NEWTONŮV VZTAH PRO AERODYNAMICKÝ ODPOR $|F_t| = \frac{1}{2} C_x \cdot S \cdot \rho \cdot v^2$
  C_x - KOEFICIENT ODPORU PROSTŘEDÍ O HUSTOTĚ ρ A S JE AKT. PRŮŘEZ.

$$m \cdot \frac{d^2x}{dt^2} = -kx - B\frac{dx}{dt}$$

$$\ddot{x} + \frac{B}{m} \cdot \dot{x} + \frac{k}{m} \cdot x = 0 \qquad \frac{B}{m} = 2\delta \quad ; \frac{k}{m} = \omega_0^2$$

$$\ddot{x} + 2\delta \cdot \dot{x} + \omega_0^2 \cdot x = 0$$

TUTO DIF. ROVNICI VYHOVUJE $x = A \cdot e^{\alpha t}$

$$\alpha^2 \cdot A e^{\alpha \cdot t} + \alpha \cdot A e^{\alpha \cdot t} \cdot \frac{B}{m} + A e^{\alpha t} \frac{k}{m} = 0$$

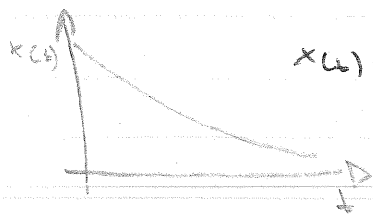
$$\alpha^2 \cdot A e^{\alpha t} + \alpha \cdot A e^{\alpha t} \cdot 2\delta + A e^{\alpha t} \cdot \omega_0^2 = 0$$

$$\alpha^2 + 2\delta \cdot \alpha + \omega_0^2 = 0$$

$$\alpha_{1,2} = -\delta \pm \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2} \Rightarrow \underline{x(t) = A e^{\alpha_1 t} + B e^{\alpha_2 t}}$$

$\underline{\delta^2 > \omega_0^2}$

SILNÉ TLUMENÍ



$$x(t) = A_1 e^{-|\alpha_1| t} + A_2 e^{-|\alpha_2| \cdot t}$$

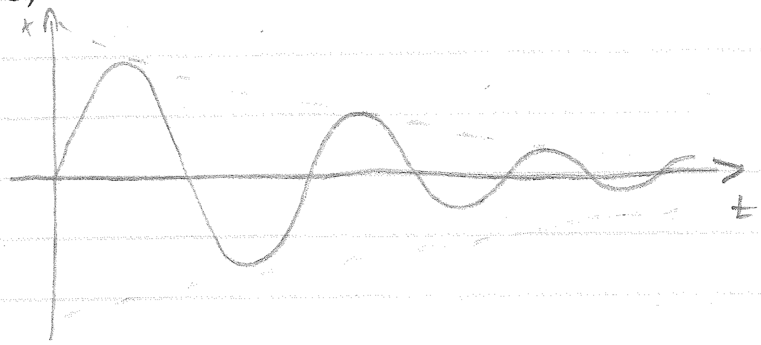
$\underline{\delta^2 = \omega^2}$

STEJNÉ JAKO $\delta^2 > \omega_0^2$, DO NULOVÉ POLOHY SE DOSTANE RYCHLEJI

$\delta^2 < \omega_0^2$

$\alpha_{1,2} = -\delta \pm i\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$ $\quad \omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$

$x(t) = A e^{-\delta t} \cdot \sin(\omega t + \varphi)$



MECHANICKÁ ENERGIE

$E = E_k + E_p = \frac{1}{2} m v^2_{(t)} + \frac{1}{2} k x^2_{(t)}$

TLUMENÍ JE NEJVĚTŠÍ V AMPLITUDĚ DÍKY v $\Rightarrow E = \frac{1}{2} k A^2$

$E = \frac{1}{2} k \cdot A^2$

$E_{(t)} = \underbrace{\left(\frac{1}{2} k \cdot A_0^2\right)}_{E_0} \cdot e^{-2\delta t} = E_0 \cdot e^{-2\delta \cdot t}$ – CELKOVÁ POČÁTEČNÍ ENERGIE

E ZÁVISÍ NA POČÁTEČNÍ ENERGII E_0 A NÁSLEDNĚ KLESÁ S ČASEM PODLE FUNKCE, NEZANIKNE – ENERGIE PŘEJDE V ENERGII TEPELNOU A DEFORMAČNÍ ZPŮSOBENOU ODPOREM PROSTŘEDÍ A TŘENÍM.

POROVNÁNÍ JEDNOTLIVÝCH TLUMENÝCH OSCILÁTORŮ

KVALITA OSCILÁTORU

δ – KOEFICIENT TLUMENÍ – NENÍ DOBRÝ PARAMETR KVALITY

KVALITNÍ OSCILÁTOR JE TEN, KTERÝ VYKONÁ MNOHO PERIOD NEŽ JEHO AMPLITUDA VÝRAZNĚ KLESNE.

ČINITEL JAKOSTI

$Q = \frac{\omega}{2\delta}$ – POČET PERIOD V RADIÁNECH, ZA KTERÝ KLESNE ENERGIE E NA $\frac{1}{e}$

ČAS $\quad t_Q = \frac{Q}{2\pi} \cdot T = \frac{\frac{\omega}{2\delta}}{2\pi} \cdot T = \frac{\omega}{2\delta \cdot 2\pi} \cdot T = \frac{\cancel{\omega}}{2\delta \cdot \cancel{2\pi}} \cdot \frac{\cancel{2\pi}}{\cancel{\omega}} = \frac{1}{2\delta}$

ENERGIE $\quad E_{t_Q} = E_0 \cdot e^{-2\delta \cdot t_Q} = E_0 \cdot e^{-\frac{2\delta}{2\delta}} = E_0 \cdot e^{-1} = \frac{E_0}{e}$

ÚTLUM $\quad \lambda = \frac{A_0 e^{-\delta t}}{A_0 e^{-\delta(t+T)}} = e^{\delta \cdot T}$ – POMĚR DVOU PO SOBĚ NÁSLEDUJÍCÍCH VÝCHYLEK

LOGARITMICKÝ DEKREMENT ÚTLUMU $\quad \vartheta = \ln \lambda = \delta \cdot T = \frac{\pi}{Q}$

VYNUCENÉ KMITY

DRUHÝ NEWTONŮV ZÁKON ROZEPÍŠEME JAKO:

$m \cdot \ddot{x} = -kx - B\dot{x} + F_{v(t)}$

$B\dot{x}$ – TLUMÍCÍ SLOŽKA

$F_{v(t)}$ – VYNUCUJÍCÍ SLOŽKA

$F_{v(t)} = F_0 \sin(\Omega \cdot t)$; V TOMHLE POKUSU JE PERIODICKÁ ZÁVISLÁ NA ČASE, TATO FUNKCE KMITÁ S VLASTNÍ ÚHLOVOU RYCHLOSTÍ Ω

$\ddot{x} + \frac{k}{m}\cdot x + \frac{B}{m}\cdot\dot{x} = \frac{F_0}{m}\cdot\sin(\Omega\cdot t)$

$\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega^2\cdot x = \frac{F_0}{m}\cdot\sin(\Omega\cdot t)$

Z HOMOGENNÍ $\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega^2\cdot x = 0$ – ZÍSKÁME $x_{0(t)}$

HLEDÁME PART. ŘEŠENÍ x_p

VÝSLEDNÉ ŘEŠENÍ $x_{(t)} = x_{0(t)} + x_{p(t)}$ ZNÁME $x_0 = Ae^{-\beta t + i(\omega t + \varphi)}$

$x_{p(t)} = A_v \sin(\Omega t + \varphi)$

DOSADÍM DO DIF. ROVNICE

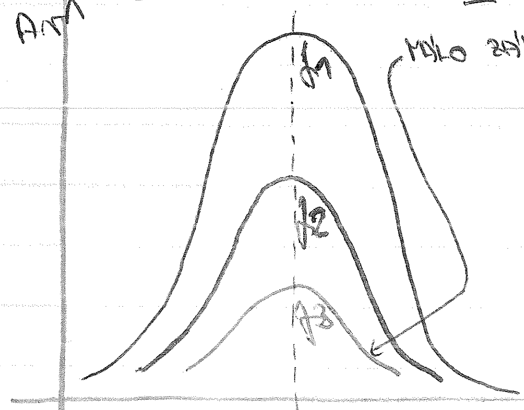
$-\Omega^2\cdot A_v\cdot\sin(\Omega\cdot t+\varphi) + 2\beta\cdot\Omega\cdot A_v\cdot\cos(\Omega\cdot t+\varphi) + \omega^2\cdot A_v\sin(\Omega t+\varphi) = \frac{F_0}{m}\cdot\sin\Omega\cdot t$

VHODNÁ VOLBA t: $\left.\begin{array}{l}\Omega\cdot t+\varphi = \frac{\pi}{2}\\ \Omega\cdot t+\varphi = 0\end{array}\right\}$ 2 ROVNICE O DVOU NEZNÁMÝCH

$A_v = \dfrac{\frac{F_v}{m}}{\sqrt{(\Omega^2-\omega^2)^2+4\Omega^2\beta^2}}$ $\quad \operatorname{tg}\varphi = -\dfrac{2\beta\cdot\Omega}{\omega^2-\Omega^2}$

$x_{(t)} = A\cdot e^{-\beta\cdot t}\cdot\sin(\omega t+\varphi) + A_v\sin(\Omega t+\varphi)$

PRO DOSTI VELKÉ t – FREKVENCE KMITŮ Ω SE PODŘÍDÍ VYNUCENÉ SÍLE



MALO ZÁVISLOST NA PŘESNOSTI VYNUCENÉ SÍLY LEPŠÍ (UCHO, KLARINET)

$\frac{d}{d\Omega}\left[(\Omega^2-\omega^2)^2+4\beta^2\Omega^2\right]=0$

$4\Omega(\underbrace{\Omega^2-\omega^2+2\beta^2}_{\text{KVADR. ROVNICE}})=0$

$\Omega_1=0$ – NEZAJÍMAVÉ

$\Omega_{2,3} = \pm\sqrt{\omega^2-2\beta^2}$

Ω_1 – NEZAJÍMÁ

Ω_2 – ZÁPORNÁ FREKVENCE – NEMŮŽE

$\Omega_2 = \Omega_3 = \sqrt{\omega^2-2\beta^2}$ REZONANČNÍ FREKVENCE

$\beta_3 > \beta_2 > \beta_1$

PŘI VYNUCOVÁNÍ OSCILÁTOR DOSÁHNE MAXIMÁLNÍ AMPLITUDY TOMU ŘÍKÁME REZONANCE

FURIEROVA ŘADA

JAKÁKOLIV PERIODICKÁ FCE SE DÁ POPSAT POMOCÍ FOURIEROVY ŘADY, COŽ JE FCE SLOŽENÁ POUZE Z <u>KONSTANT</u> A FCÍ <u>SIN</u> A <u>COS</u>

$$f(t) = A_0 + \sum_{n=0}^{\infty} A_n \cdot \cos(\omega \cdot n \cdot t) + \sum_{n=1}^{\infty} B_n \cdot \sin(n \cdot \omega \cdot t)$$

$$A_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos(n \cdot \omega \cdot t)\, dt \quad \ldots \quad n = 1; 2; 3 \ldots \infty$$

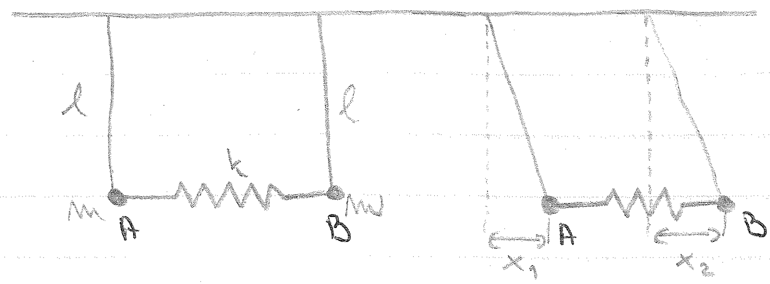
$$B_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \sin(n \cdot \omega \cdot t)\, dt \quad \ldots \quad n = 1; 2; 3 \ldots \infty$$

$$A_0 = \frac{1}{T} \int_0^T f(t)\, dt$$

CO S NEPERIODICKOU FUNKCÍ? POSUNU PERIODU DO NEKONEČNA

$T \to \infty$; $\omega \to 0$

VÁZANÉ KMITY



$$m\frac{d^2x_i}{dt^2}+\frac{m\cdot g}{l}x_i=0 \quad \ldots i=1;2\ldots$$

TELESO 1:

VRATNÁ SÍLA PRUŽINY NA TELESO: A: $F_{rA}=k(x_B-x_A)$

B: $F_{rB}=k\cdot(x_A-x_B)$

$$A)\ \cancel{m}\cdot\frac{d^2x_A}{dt^2}+\cancel{m}\underbrace{\frac{g}{l}}_{=\omega_0^2}x_A+\underbrace{\frac{k}{m}}_{=\omega_v^2}(x_A-x_B)=0 \quad /:m$$

$$B)\ \cancel{m}\frac{d^2x_B}{dt^2}+\cancel{m}\cdot\underbrace{\frac{g}{l}}_{=\omega_0^2}x_B+\underbrace{\frac{k}{m}}_{=\omega_v^2}(x_B-x_A)=0$$

$$\ddot{x}_A+\omega_0^2x_A+\omega_v^2x_A-\omega_v^2x_B=0$$
$$\ddot{x}_B+\omega_0^2x_B+\omega_v^2x_B-\omega_v^2x_A=0$$

SEČTEME

$$\ddot{x}_A+\ddot{x}_B+\omega_0^2(x_A+x_B)=0$$

ODEČTEME

$$\ddot{x}_A-\ddot{x}_B+\omega_v^2x_A+\omega_v^2x_A-\omega_v^2x_B-\omega_v^2x_B+\omega_0^2x_A-\omega_0^2x_B$$
$$\ddot{x}_A-\ddot{x}_B+2\omega_v^2x_A-2\omega_v^2x_B+\omega_0^2(x_A-x_B)$$
$$\ddot{x}_A-\ddot{x}_B+2\omega_v^2(x_A-x_B)+\omega_0^2(x_A-x_B)$$
$$\ddot{x}_A-\ddot{x}_B+(\omega_0^2+2\omega_v^2)\cdot(x_A-x_B)$$

ZAVEDEME SUBSTITUCI:

$$q_1=x_A+x_B \quad ; \quad q_2=x_A-x_B \quad ; \quad \omega'=(\omega_0^2+2\omega_v^2)$$

$$q_1=x_A+x_A-q_2 \qquad x_B=x_A-q_2$$

$$x_A=\frac{q_1+q_2}{2} \quad ; \quad x_B=\frac{q_1-q_2}{2}$$

SOUČET: $\ddot{q}_1+\omega_0^2q_1=0$ $\qquad q_1(t)=q_{10}\sin(\omega_0\cdot t+\varphi_1)$ – q_1 – OSCILACE TĚŽIŠTĚ

ROZDÍL: $\ddot{q}_2+\omega'^2q_2=0$ $\qquad q_2(t)=q_{20}\sin(\omega' t+\varphi_2)$ – q_2 – ZMĚNA VZÁJEMNÉ VZDÁLENOSTI

4 POČÁTEČNÍ PODMÍNKY

$x_A(t=0)=x_0 \qquad q_1(t=0)=x_0$

$x_B(t=0)=0 \qquad q_2(t=0)=x_0$

$q_{10}=x_0 \qquad \varphi_1=\varphi_2=\frac{\pi}{2}$; $t=0$ MAXIMÁLNÍ VÝCHYLKA A NULOVÁ RYCHLOST

$q_{20}=x_0$

$q_1(t) = x_0 \cos(\omega_0 \cdot t)$ $\quad x_1 = \frac{q_1 + q_2}{2} = \frac{x_0}{2}\left(\cos\omega_0 \cdot t + \cos((\omega') \cdot t)\right)$

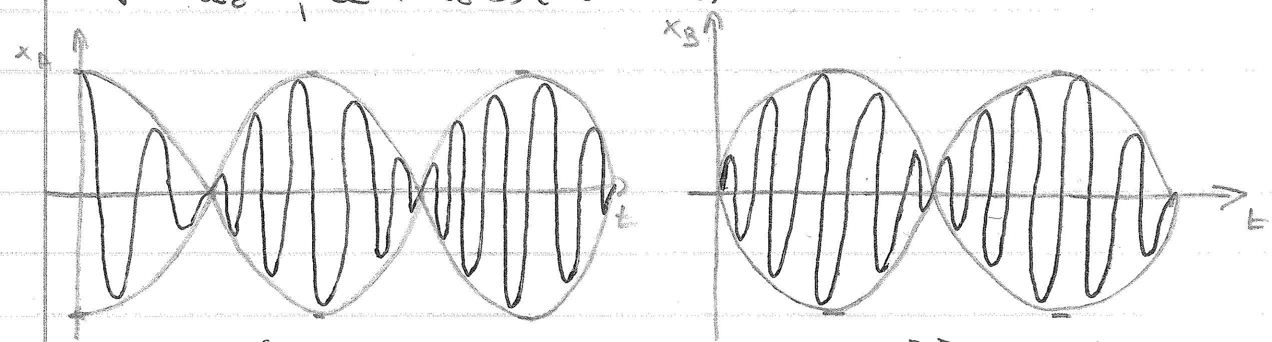
$q_2(t) = x_0 \cos(\omega' \cdot t)$ $\quad x_2 = \frac{q_1 - q_2}{2} = \frac{x_0}{2}\left(\cos\omega_0 \cdot t - \cos((\omega') \cdot t)\right)$

$$x_A = x_0 \cos\left(\frac{\omega_0 + \omega'}{2} t\right) \cos\left(\frac{\omega_0 - \omega'}{2} t\right)$$

$$x_B = x_0 \sin\left(\frac{\omega_0 + \omega'}{2} t\right) \sin\left(\frac{\omega_0 - \omega'}{2} t\right)$$

SLABÁ VAZBA

$\omega_v \ll \omega_0$; $(\omega' + \omega_0) \gg (\omega' - \omega_0)$



TĚLESO 1 TĚLESO 2

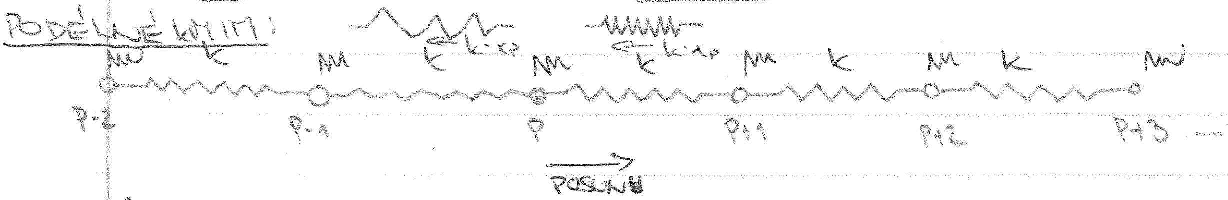
KMITOVÉ MÓDY

KMITOVÝCH MÓDŮ JE TOLIK, KOLIK JE STUPŇŮ VOLNOSTI (VE FÁZI, V PROTIFÁZY). KDYŽ SE TĚLESA MOHOU KÝVAT JEN V JEDNÉ MOŽNÉ OSE, EKISTUJÍ 2 KMITOVÉ MÓDY. OBA SE BUDOU KÝVAT VE FÁZI A V PROTI FÁZI. KDYŽ ČÁSTICE KMITAJÍ „NORMÁLNÍMI KMITY", TAK VŠECHNY ČÁSTICE KMITAJÍ SE STEJNOU FREKVENCÍ.

POČET KMITOVÝCH MÓDŮ = POČET NORMÁLNÍCH SOUŘADNIC = POČET STUPŇŮ VOLNOSTI

KMITY SOUSTAV S MNOHA STUPNI VOLNOSTI

PODÉLNÉ KMITY:



2NZ:

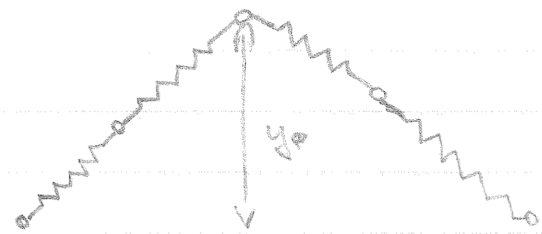
$$m\ddot{x} = -kx_p - kx_p + kx_{p-1} + kx_{p+1}$$

$$\ddot{x} + \frac{k}{m}x_p + \frac{k}{m}x_p - \frac{k}{m}x_{p-1} + \frac{k}{m}x_{p+1}$$

$$\ddot{x} + 2\frac{k}{m}x_p - \frac{k}{m}(x_{p-1} + x_{p+1}) \qquad \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\ddot{x} + \omega_0^2 \cdot (-x_{p-1} - x_{p+1} + 2x_p)$$

PŘÍČNÉ KMITY:



$$\ddot{y}_p - \omega_0^2(2y_p - y_{p-1} - y_{p+1}) = 0 \quad ; \omega_0 = \sqrt{\frac{F}{m\ell}}$$ STATICKÁ NAPÍNACÍ SÍLA

ŘEŠENÍ DIF. ROVNICE $y_p = C_n \cdot \sin\left(\frac{p \cdot n \cdot \pi}{N+1}\right) \sin(\omega_n \cdot t + \varphi_n)$

STEJNÉ I PRO PODÉLNÉ KMITY ; n - INDEX n-TÉHO MÓDU

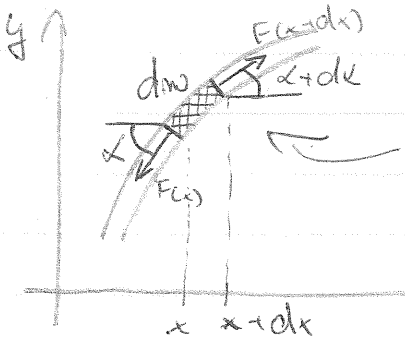
AMPLITUDA V ZÁVISLOSTI NA POLOZE

OKRAJOVÉ PODMÍNKY - PEVNÉ KONCE

$$\omega_n = 2\omega_0 \sin\frac{n \cdot \pi}{2(N+1)}$$

N - POČET KMITAJÍCÍCH ČÁSTIC

PŘÍČNÉ KMITY STRUNY



STRUNA S DÉLKOVÝM ELEMENTEM dm
SÍLY $F_{(x)}$ A $F_{(x+dx)}$ MAJÍ RŮZNÝ SMĚR,
ALE STEJNOU VELIKOST

UKÁZALI JSME SI SÍLY ~~DVA KO~~, KTERÉ PŮSOBÍ NA DVA KONCE DRÁHOVÉHO ELEMENTU dm

$F_y = F\sin(\alpha+d\alpha) - F\sin\alpha = F(\alpha+d\alpha-\alpha) = F\,d\alpha$

$dm\,\frac{\partial y^2}{\partial t^2} = F\,d\alpha$

DEFINUJEME POJEM JAKO LINEÁRNÍ HUSTOTA μ, JAKO PODÍL HMOTNOSTI KU DÉLCE $\boxed{\mu = \frac{m}{l}}$ $dm = \mu\,dx$

$\mu\,dx\,\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = F\,d\alpha$

POTŘEBUJEME SE ZBAVIT dα $\quad \operatorname{tg}\alpha = \frac{dy}{dx} = \frac{\partial y}{\partial x}$

$1 = \frac{1}{\cos^2\alpha}\,d\alpha = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)dx$

$d\alpha = \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}\,dx$ DOSADÍM $\quad \mu\,\cancel{dx}\,\frac{\partial y^2}{\partial t^2} = F\cdot\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}\,\cancel{dx}$

$$\boxed{\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{F}{\mu}\,\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}}$$

VLNOVÁ ROVNICE $\frac{F}{\mu} = \frac{m^2}{s^2}$

MŮŽEME ŘÍCI, ŽE KDYŽ DOSTANEME JAKOUKOLI NEZNÁMOU V POZICI y BUDE SE ŠÍŘIT PROSTOREM A ČASEM JAKO VLNA.

$\frac{\partial y^2}{\partial t^2} = v^2\cdot\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$

FÁZOVÁ RYCHLOST VLNY

$y_{(x,t)} = f_{(x)}\sin(\omega t\cancel{+x}\varphi)$

$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -f_{(x)}\sin(\omega t\cancel{+x}\varphi)\cdot\omega^2$

$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{d^2 f_{(x)}}{dx^2}\cdot\sin(\omega t\cancel{+x}\varphi)$

$-\omega^2 f_{(x)}\,\cancel{\sin(\omega t+x\varphi)} = v^2\frac{d^2 f}{dx^2}\,\cancel{\sin(\omega t+x\varphi)}$

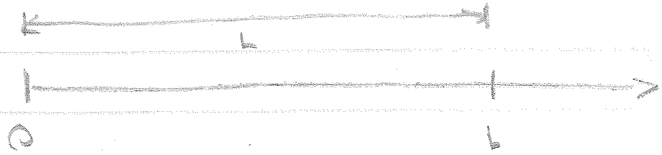
$\frac{d^2 f}{dx^2} + \frac{\omega^2}{v^2} f_{(x)} = 0$

ŘEŠENÍ $\quad f_{(x)} = A\cdot\sin\left(\frac{\omega}{v}x + \varphi\right)$

~~$f_{(0)} = 0 \Rightarrow \varphi = 0$~~

$y_{(x,t)} = A\sin\left(\frac{\omega}{v}x+\varphi\right)\cdot\sin(\omega t$

STRUNA S PEVNÝMI KONCI



INTEG. KONST.

$$y(0;t)=0 \Rightarrow \varphi = 0$$

$$y(L;t)=0 \Rightarrow \sin\left(\frac{\omega}{v}L\right)=0$$

$$\frac{\omega}{v}L = n\cdot\pi$$

$$\omega_n = \frac{\pi\cdot n}{L}\cdot v$$

n-TÝ KMITOVÝ MÓD

$$v=\sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

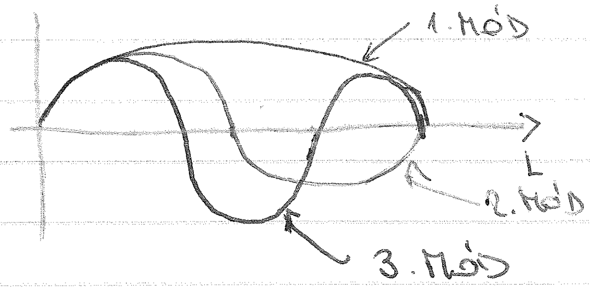
MEZ

CELÉ ČÍSLO

$$\omega_n = \frac{n\pi}{L}\cdot\sqrt{\frac{F}{\mu}} = n\cdot\omega_1$$

ω_1

$$y_n(x,t) = A\sin\left(\frac{\omega_n}{v}\cdot x\right)\sin\omega_n t$$



KMITY MEMBRÁN A DESEK

$z(x;y;t)$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial t^2} = v^2\left(\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}\right)$$

SUPERPOZICE HARM. KMITŮ

PRINCIP SUPERPOZICE $x(t) = x_1(t) + x_2(t)$

SKLÁDÁNÍ KMITŮ STEJNÉ FREKVENCE (IZOCHRONÍ)

KMITY JSOU IZOCHRONÍ MAJÍ-LI STEJNOU FREKVENCI

$f_1 = f_2 \Rightarrow \omega_1 = \omega_2 \Rightarrow T_1 = T_2 = T$

POŠLEME JE SPOLU $x = x_1 + x_2 = \ldots = A\sin(\omega t + \varphi)$

$x_1 = A_1 \sin(\omega t + \varphi_1)$; $x_2 = A_2 \sin(\omega t + \varphi_2)$

$x = A_1(\sin\omega t \cdot \cos\varphi_1 + \cos\omega t \sin\varphi_1) + A_2(\sin\omega t \cdot \cos\varphi_2 + \cos\omega t \cdot \sin\varphi_2)$

$x = \sin(\omega t) \cdot [A_1 \cos\varphi_1 + A_2 \cos\varphi_2] + \cos(\omega t) \cdot [A_1 \sin\varphi_1 + A_2 \sin\varphi_2]$

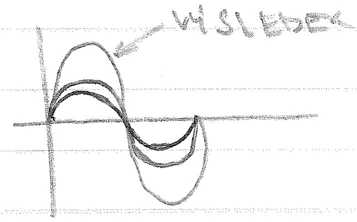
SUBSTITUCE

$B_1 = A_1 \cos\varphi_1 + A_2 \cos\varphi_2$; $B_2 = A_1 \sin\varphi_1 + A_2 \sin\varphi_2$

$x = B_1 \sin(\omega t) + B_2 \cdot \cos(\omega t)$

$\underline{x = A \sin(\omega t + \varphi)}$

$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_1 - \varphi_2)}$

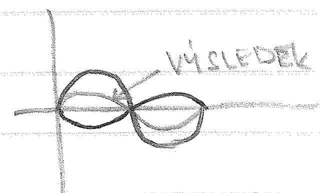


a) $\varphi_1 - \varphi_2 = 0 \Rightarrow \cos(\varphi_1 - \varphi_2) = 1$ .. VE FÁZI

$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2} = \sqrt{(A_1 + A_2)^2} = A_1 + A_2$

b) $\varphi_1 + \varphi_2 = \pi \Rightarrow \cos(\varphi_1 - \varphi_2) = -1$ .. V PROTIFÁZI

$A = \sqrt{(A_1 - A_2)^2} = |A_1 - A_2|$



SKLÁDÁNÍ KMITŮ BLÍZKÉ FREKVENCE *

$\omega_1 \neq \omega_2$ $\quad \omega_1 + \omega_2 \gg \omega_1 - \omega_2$ ~ BLÍZKÉ HODNOTY

$x_1 = A\sin(\omega_1 t)$

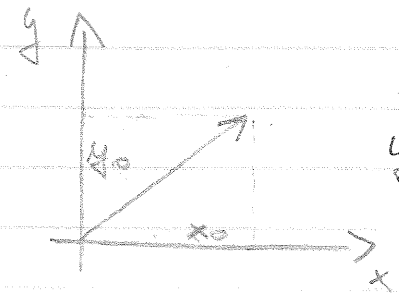
$x_2 = A\sin(\omega_2 t)$ $\quad x = A\sin(\omega_1 t) + A\sin(\omega_2 t) = 2A\left[\left(\sin\frac{\omega_1 + \omega_2}{2}t\right) \cdot \left(\cos\frac{\omega_1 - \omega_2}{2}t\right)\right]$

$\omega \gg \omega_R$ $\quad \frac{\omega_1+\omega_2}{2} \to \omega$ (ARITMETICKÝ PRŮMĚR) $\quad \frac{\omega_1-\omega_2}{2} \to \omega_R$

$= 2A\sin(\omega t)\cos(\omega_R t)$

STROBOSKOPICKÝ JEV – PERIODICKÝ SIGNÁL PERIODICKY MĚŘÍM S PERIODOU MÍRNĚ ODLIŠNOU NEŽ JE TEN DĚJ. UVIDÍM DLOUHO PERIODICKOU STRUKTURU

SKLÁDÁNÍ KOLMÝCH KMITŮ VE DVOU DIMENZÍCH



$x(t) = x_0 \sin(\omega_1 t + \varphi_x)$

$y(t) = y_0 \sin(\omega_2 t + \varphi_y)$

a) $\omega_1 = \omega_2$ -- $\varphi_x - \varphi_y = 0; \pi$ PŘÍMKA

$\varphi_x - \varphi_y = \frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}$ ELIPSA ($x_0 = y_0$ = KRUŽNICE)

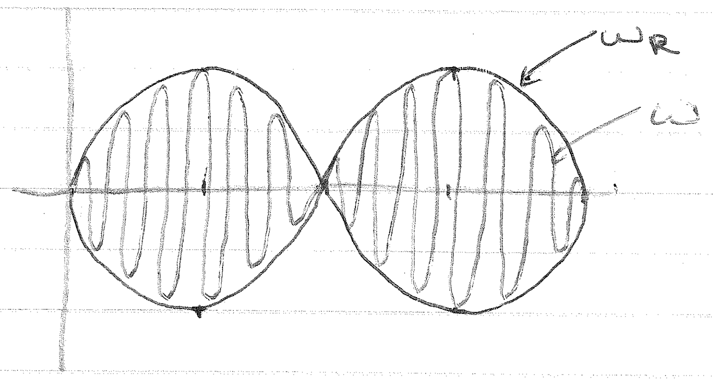
ROVNOBĚŽNÉ SE SOUŘADNÝMI OSAMI

b) $\omega_1 \neq \omega_2$

$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n}{m}$ n; m - MALÁ CELÁ ČÍSLA

VZNIKNOU LISSAJOUSOVY OBRAZCE

* SKLÁDÁNÍ KMITŮ BLÍZKÉ FREKVENCE



ANHARMONICKÉ OSCILÁTORY

FYZIKÁLNÍ VLASTNOSTI HARMONICKÝCH OSCILÁTORŮ JSOU: VRATNÁ SÍLA F A POTENCIÁLNÍ ENERGIE E_P

$F = -kx$; $E_P = \frac{1}{2}kx^2$

VRATNÁ SÍLA $F_{(x)}$ - FUNKCE ⇒ ROZLOŽÍM DO TAYLOROVA ROZVOJE

$F_{(x)} = F_0 + F_1 x + F_2 x^2 + F_3 x^3 + F_4 x^4 \ldots$

$F_0 = 0$; $F_1 x$ - ČÁST ZPŮSOBUJÍCÍ HARM. KMITÁNÍ

$F_2 x^2 + F_3 x^3 + F_4 x^4$ - ZPŮSOBUJÍ RUŠENÍ HARM. SIGN.

POTENCIÁLNÍ ENERGIE

$E_P = E_{P0} + E_{P1}x + E_{P2}x^2 + E_{P3}x^3 + E_{P4}x^4$

$E_{P0} = 0$ - ZVOLÍME

$E_1 x \ldots \left.\frac{dE_{(x)}}{dx}\right|_{x=0} = 0$

$E_{P2}x^2$ - HARMONICKÝ ČLEN FUNKCE ; $E_{P3}x^3 + E_{P4}x^4$ - NEHARMONICKÉ ČLENY

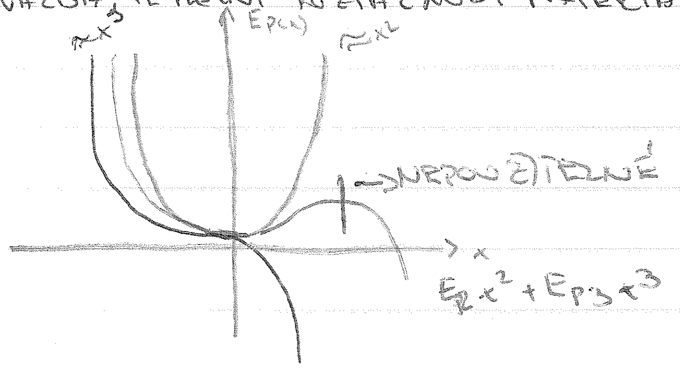
LIBOVOLNÝ OSCILÁTOR MŮŽEME V DANÉ APROXIMACI V JISTÉM OKOLÍ NAHRADIT OSCILÁTOREM HARMONICKÝM.

PRVNÍ MOŽNOST

- SUDÉ MOCNINY SÍLY $-kx$; LICHÉ MOCNINY - POTENCIÁLNÍ ENERGIE

VLASTNOSTI - ASYMETRICKÁ POTENCIÁLNÍ ENERGIE, MINIMÁLNÍ ZMĚNA PERIODY; ZMĚNA STŘEDNÍ HODNOTY POLOHY

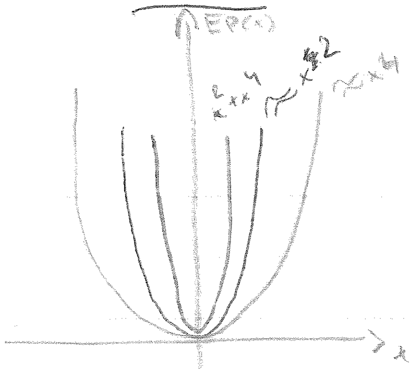
PŘÍKLAD - CHEMICKÁ VAZBA; TEPLOTNÍ ROZTAŽNOST MATERIÁLŮ



DRUHÁ MOŽNOST

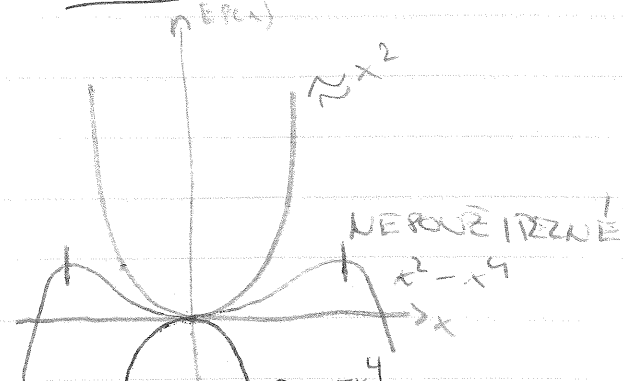
- LICHÉ MOCNINY SÍLY ; SUDÉ MOCNINY POTENCIÁLNÍ ENERGIE

KLADNÁ



T - ZMENŠÍ SE

ZÁPORNÁ



T - ZVĚTŠÍ SE

__VLASTNOSTI__ - SYMETRIE (E_p) POTENCIÁLNÍ ENERGIE,
ZMĚNA PERIODY, STÁLÁ STŘEDNÍ HODNOTA

__PŘÍKLAD__ - KYVADLO (MATEMATICKÉ) $\sin \alpha \doteq \alpha$

VLNĚNÍ

$u(x;t)$ .. OKAMŽITÁ VÝCHYLKA ; $u(0;t) = A\sin\omega t$

$u(x;t) = u_0 \sin\omega(t-\tau)$ $\quad x=0$ .. ZDROJ

τ - ČASOVÉ ZPOŽDĚNÍ ; $\tau = \frac{x}{v}$

$u(x;t) = u_0 \sin\omega\left(t - \frac{x}{v}\right) =$ FÁZOVÁ RYCHLOST VLNY

$x = 0$

$u(x;t) = u_0 \sin\omega t$

$= u_0 \sin\frac{2\pi}{T}\left(t - \frac{x}{v}\right) = u_0 \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \underbrace{\frac{x}{T\cdot v}}_{\lambda}\right) =$

$= u_0 \sin\left(\underbrace{\frac{2\pi}{T}}_{\omega}t \mp \underbrace{\frac{2\pi}{\lambda}}_{k}x\right) = u_0 \sin(\omega t \mp kx)$

k - VLNOVÉ ČÍSLO

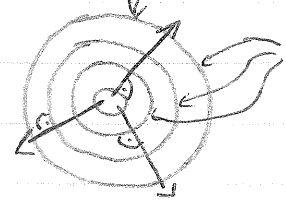
$u(x;t) = A\sin(\omega t - kx)$ ⊖ V KLADNÉM SMĚRU x

$u(x;t) = A\sin(\omega t + kx)$ ⊕ V ZÁPORNÉM –"– x

$$\boxed{u(x;t) = u_0 \sin(\omega t - kx)}$$

ŠÍŘENÍ VLNY V PROSTORU (VODNÍ HLADINA)

VLNOPLOCHA, KAM VLNĚNÍ ZE ZDROJE DORAZILO ZA STEJNÝ ČAS



GEOMETRICKÉ MÍSTO BODŮ STEJNÉ FÁZE, VLNOPLOCHA

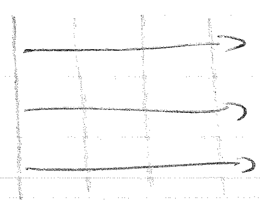
PAPRSEK .. SMĚR ŠÍŘENÍ

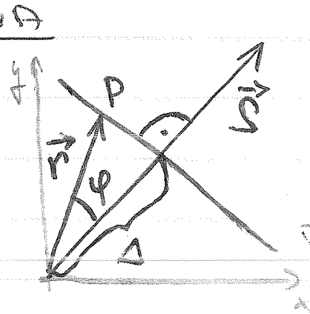
KOLMICE K VLNOPLOŠE

ROVINNÁ VLNA

$\vec{s}$ - SMĚR PAPRSKU

$|\vec{s}| = 1$ m





ROVINNÁ VLNOPLOCHA

$\lambda = T\cdot v$

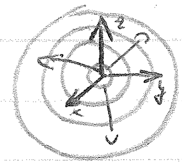
$u(\vec{r};t) = u_0 \sin\omega(t-\tau) = u_0 \sin\omega\left(t - \frac{\Delta}{v}\right) = u_0 \sin\omega\left(t - \frac{\vec{r}\cdot\vec{s}}{v}\right) =$

$= u_0 \sin\left(\omega t - \frac{2\pi\cdot\vec{s}\cdot\vec{r}}{T\cdot v}\right) = u_0 \sin\left(\omega t - \underbrace{\frac{2\pi\,\vec{s}}{\lambda}}_{k}\cdot\vec{r}\right) =$

$= \underline{u_0 \sin(\omega t - \vec{k}\vec{r})}$

VLNOVÝ VEKTOR .. $\vec{k}$ - VE SMĚRU PAPRSKU

KULOVÁ VLNA - PROSTŘEDÍ HOMOGENNÍ A IZOTROPNÍ
VE VŠECH MÍSTECH STEJNÉ VLASTNOSTI PROSTORU

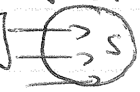


$|\vec{k}|$ MÁ DANOU HODNOTU

$$\boxed{u(r,t) = \underbrace{\frac{u_0}{r}}_{u_0(r)} \sin(\omega t - kr)}$$

INTENZITA - KLESÁ SE VZDÁLENOSTÍ, P_S - VÝKON DOPADAJÍCÍ NA S

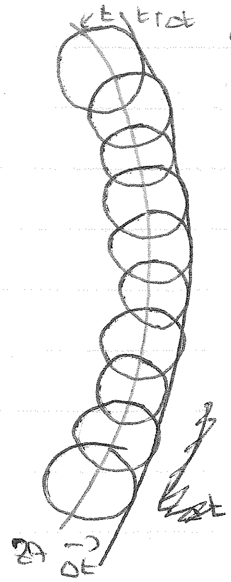
$$I = \frac{P_S}{S} \left[\frac{W}{m^2}\right]$$



$$I = \frac{P_{ZDROJE}}{S_{\text{KULOVÉ VLNOPLOCHY}}} = \frac{P}{4\pi r^2} \approx \frac{1}{r^2}$$

$$I \approx u_0^2 \quad u_0 = \frac{1}{r}$$

HUYGENSŮV PRINCIP

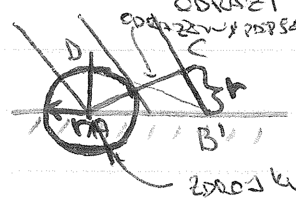


PŘEDSTAVME SI, ŽE KAŽDÝ BOD VLNOPLOCHY JE ELEMENTÁRNÍM ZDROJEM KULOVÉ VLNOPLOCHY.

PŘÍKLADY POUŽITÍ

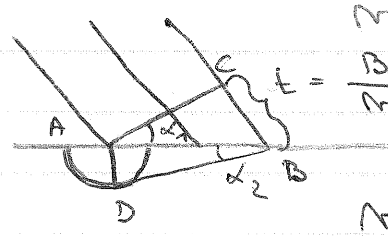
1.) ODRAZ – DOPADÁ ROVINNÁ VLNA, HLEDÁME KAM SE ODRAZÍ

ODRAŽENÝ POPSÁN $\triangle AB'D$ PODOBNÝ $\triangle AB'C$



ZDROJ KULOVÉ VLNY

2.) LOM



$$\frac{BC}{v_1} = \frac{AD}{v_2}$$

$$t = \frac{AD}{v_2}$$

$$t = \frac{BC}{v_1}$$

v_1 – TADY SE ŠÍŘÍ VLNA RYCHLOSTÍ v_1

$BC = AB \cdot \sin\alpha_1$

$AD = AB \cdot \sin\alpha_2$

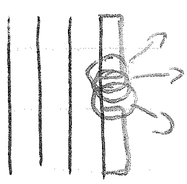
$v_2 < v_1$

v_2 – TADY SE ŠÍŘÍ VLNA RYCHLOSTÍ v_2

$$\frac{AB\sin\alpha_1}{v_1} = \frac{AB\sin\alpha_2}{v_2}$$

$$\boxed{\frac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_2} = \frac{v_1}{v_2}}$$

3.) OHYB (DIPÓLU)



$$\vec{M}_{(r,t)} = \vec{M_0}\cdot\sin(\omega t - \underbrace{\vec{k}\cdot\vec{r}}_{\text{VEKTOROVÝ SOUČIN}})$$

POLARIZACE VLNY

$\vec{u} \parallel \vec{k}$ – VÝCHYLKA JE VE SMĚRU ŠÍŘENÍ VLNY – PODÉLNÉ VLNĚNÍ

$\vec{u} \perp \vec{k}$ – PŘÍČNÉ VLNĚNÍ, V PEVNÝCH LÁTKÁCH

VLNA PODÉL SMĚRU z $\quad k = (0; 0; k_z)$; $u_0(u_{0x}; u_{0y}; 0)$

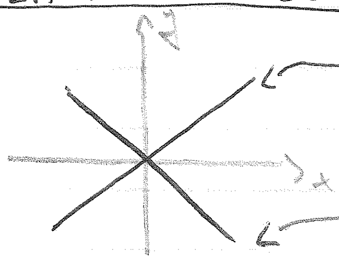
VÝCHYLKA $\quad u_x(t) = u_{0x} \sin(\omega t - k_z \cdot z + \varphi_x)$

$$u_y(t) = u_{0y} \sin(\omega t - k_z \cdot z + \varphi_y)$$

SITUACE V ROVINĚ x, y PRO z = KONST. VOLÍME z = 0

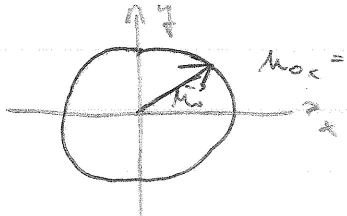
$$u_x = u_{0x} \cdot \sin(\omega t + \varphi_x)$$
$$u_y = u_{0y} \cdot \sin(\omega t + \varphi_y)$$

1) LINEÁRNĚ POLARIZOVANÉ



$\varphi_x - \varphi_y = 0$; π

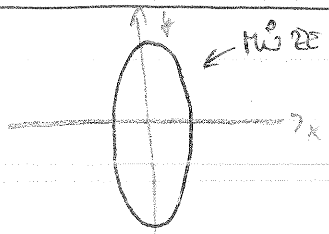
2.) KRUHOVĚ POLARIZOVANÉ



$u_{0x} = u_{0y}$

$$\varphi_x - \varphi_y = \frac{\pi}{2} ; \frac{3\pi}{2}$$

3.) ELIPTICKY POLARIZOVANÉ

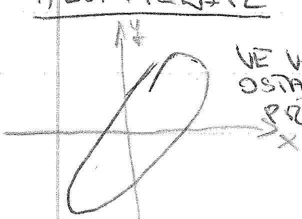


MŮŽE BÝT I VODOROVNĚ

$u_{0x} \neq u_{0y}$

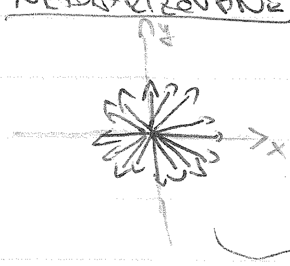
$$\varphi_x - \varphi_y = \frac{\pi}{2} ; \frac{3\pi}{2}$$

4.) ELIP. POLAR.

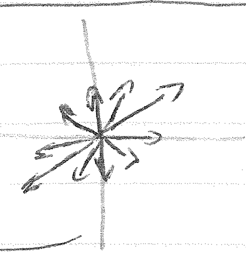


VE VŠECH OSTATNÍCH PŘÍPADECH

5.) NEPOLARIZOVANÉ



6.) ČÁSTEČNĚ POLARIZOVANÉ



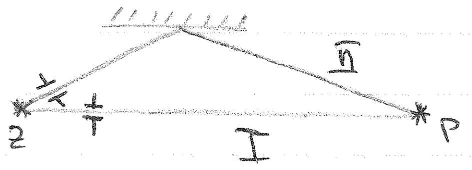
SLEDUJEME, CO DĚLÁ VEKTOR VÝCHYLKY

INTERFERENCE (SKLÁDÁNÍ) VLNĚNÍ

INTERFERENCE ⇒ SKLÁDÁNÍ ⇒ SUPERPOZICE

NĚKTERÉ VĚCI JSOU SHODNÉ SE SKLÁDÁNÍM KMITŮ, NĚKTERÉ SE V KMITECH VYSKYTOVAT NEMŮŽOU.

1) DRÁHOVÝ POSUV – TYPICKÝ PŘÍKLAD INTERFERENCE SVĚTLA



$$\Delta\varphi = k\cdot\Delta x$$
$$\Delta\varphi = 2\pi\cdot m$$
$$2\pi\cdot m = \frac{2\pi}{\lambda}\cdot\Delta x$$
$$\Delta x = m\cdot\lambda$$

2) INTERFERENCE PROTIBĚŽNÝCH VLN

$$u_1(x,t) = u_0 \sin(\omega t - kx) \rightarrow$$
$$u_2(x,t) = u_0 \sin(\omega t + kx) \leftarrow$$

PRO JEDNODUCHOST SI UŘČÍME, ŽE AMPLITUDY BUDOU STEJNÉ

$$u = u_1 + u_2 = u_0\cdot\cos kx\cdot\sin\omega t$$
$$u_0\cdot\cos kx = u_0'(x)$$

MINIMUM SE NAZÝVÁ UZEL

MAXIMUM SE NAZÝVÁ KMITNA

ŠÍŘENÍ NEMONOCHROMATICKÝCH VLN, DISPERZE

DISPERZE JE ZÁVISLOST ŠÍŘENÍ FÁZOVÉ RYCHLOSTI VLNY NA JEJÍ FREKVENCI. PŘÍKLAD DUHA, DISPERZE ZPŮSOBÍ ČÁSTEČNÉ ROZDĚLENÍ BÍLÉHO SVĚTLA NA SLOŽKY, KVŮLI ROZDÍLNÉ VLNOVÉ DÉLCE JEDNOTLIVÝCH BAREV.

2.) PŘÍPADY $n \neq f(\lambda)$ ... NEDISPERZNÍ PŘÍPAD, VLNOVÉ KLUBKO JE NESPOJITÉ, TVAR VLNY SE ZACHOVÁVÁ

$n = f(\lambda)$ ... DISPERZNÍ PŘÍPAD .. TVAR VLNY SE DEFORMUJE; VLNOVÉ KLUBKO JE SPOJITÉ

$n(\lambda)$ ... ROSTOUCÍ FUNKCE .. NORMÁLNÍ DISPERZE
SVĚTLO VE SKLE $n_č > n_f$
... DLOUHÉ VLNY NA VODĚ

$n(\lambda)$ ... KLESAJÍCÍ FUNKCE .. ANOMÁLNÍ DISPERZE
KRÁTKÉ VLNY NA VODĚ

GRUPOVÁ RYCHLOST – JE RYCHLOST, KTEROU SE ŠÍŘÍ CELÉ VLNOVÉ KLUBKO. TATO RYCHLOST NIKDY NEPŘESÁHNE c. VLNOVÝM KLUBKEM SE PŘENÁŠÍ CELÁ ENERGIE (INFORMACE). DÁ SE ŘÍCT 1 FOTON JE JISTÝM VLNOVÝM KLUBKEM

$$v_g = \frac{d\omega}{dk}$$

FÁZOVÁ RYCHLOST – UDÁVÁ, JAKOU RYCHLOSTÍ SE ŠÍŘÍ FÁZE VLNY V RÁMCI VLNOVÉHO KLUBKA. MŮŽE BÝT VYŠŠÍ NEŽ RYCHLOST SVĚTLA, ALE NIC TO NEZNAMENÁ K PŘEDÁNÍ INFORMACÍ. JE TŘEBA PŘENÉST CELÉ VLNOVÉ KLUBKO.

(Př) SKLÁDÁNÍ ZVLN RŮZNÉ VLN. DÉLKY

$u_1 = u_0 \sin(\omega_1 t - k_1 x)$

$u_2 = u_0 \sin(\omega_2 t - k_2 x)$ $\quad > u = u_1 + u_2$

$$u = 2u_0 \sin\left[\left(\frac{\omega_1+\omega_2}{2}\right)t - \left(\frac{k_1+k_2}{2}\right)\cdot x\right]\cos\left[\left(\frac{\omega_1-\omega_2}{2}\right)t - \left(\frac{k_1 \mp k_2}{2}\right)x\right]$$

$\frac{\omega_1+\omega_2}{2} = \omega$; $\frac{k_1+k_2}{2} = k$; $\frac{\omega_1-\omega_2}{2} = \Delta\omega$; $\frac{k_1-k_2}{2} = \Delta k$

$u = 2u_0 \sin(\omega t - kx)\cos(\Delta\omega t \mp \Delta k \cdot x)$

$\omega t - kx = \text{konst}$ $\qquad \Delta\omega t - \Delta k x = \text{konst.}$

$kx = \omega t - \text{konst}$ $\qquad x = \frac{\Delta\omega}{\Delta k}\cdot t - \text{konst}$

$x = \frac{\omega}{k}\cdot t - \text{konst}$

$v_F = \frac{\omega}{k}$ – FÁZOVÁ RYCHLOST, RYCHLE OSCILUJÍCÍ FCE $\qquad v_g = \frac{\Delta\omega}{\Delta k}$ – KONST. POMALU OSCILUJÍCÍ FCE

$v_F = \frac{2\pi}{T}\cdot\frac{\lambda}{2\pi} = \frac{\lambda}{T}$

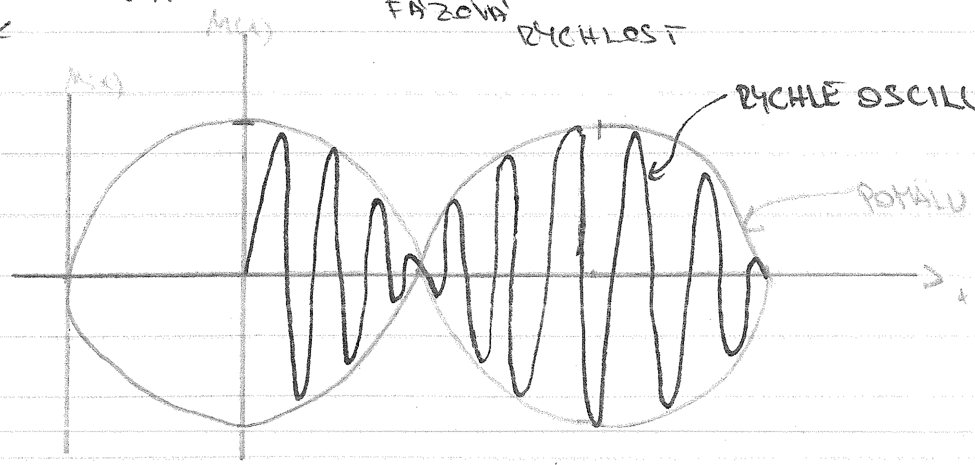
*

NEDISPERZNÍ PROSTŘEDÍ $\qquad v_g = \frac{d\omega}{dk} = v_F$

RAILEGHŮV VZTAH MEZI FÁZ. A GRUPOVOU RYCHLOSTÍ

$v_g = \frac{dv}{d\lambda}\cdot\lambda + v$ — FÁZOVÁ RYCHLOST

*



$$\frac{d\omega}{dk} = \frac{dv}{dk}\cdot k + \underbrace{v(k)}_{\text{FÁZOVÁ RYCHLOST}}$$

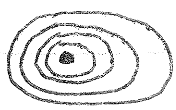
$$\frac{d\omega}{dk} = -\frac{dv}{d\lambda}\cdot\lambda + v$$

15

DOPPLERŮV JEV

- JE ZMĚNA FREKVENCE DETEKOVANÉ POZOROVATELEM PŘI POHYBU ZDROJE A POZOROVATELE

← ZDROJ SE POHYBUJE TUDY



V ASTRONOMII SE DOPPLERŮV JEV PROJEVUJE POSUVEM SPEK. ČAR VYZAŘOVANÝCH VESMÍRNÝMI TĚLESY, POKUD SE TĚLESA VZDALUJÍ OD ZEMĚ, POZORUJEME RUDÝ POSUV.

POHYB ZDROJE u – RYCHLOST ZDROJE

v – RYCHLOST ŠÍŘENÍ VLNY

$$f_p = \frac{v}{\lambda_p} = \frac{v}{(v-u)\cdot T_0} = f_0 \frac{v}{v-u} \qquad \lambda_p = (v-u)\cdot T_0$$

POHYB POZOROVATELE

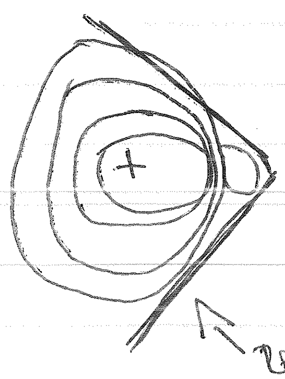
$$f_p = \frac{v-w}{v}\cdot f_0$$

w – POHYB POZOROVATELE

POHYB OBOU

$$f_p = f_0 \frac{v-w}{v-u}$$

ZDROJ RYCHLEJŠÍ NEŽ VLNA



PRO VELMI MALÉ RYCHLOSTI

$$f = f_0 \cdot \frac{v-w}{v-u} = f_0 \frac{v-w}{v\left(1-\frac{u}{v}\right)} \doteq f_0 \frac{1}{v}(v-w)\left(1+\frac{u}{v}\right) = f_0 \frac{1}{v}\cdot$$

$$\cdot\left(v + \frac{v\cdot u}{v} - w - \frac{w\cdot u}{v}\right) = f_0\left(1 + \frac{u}{v} - \frac{w}{v} - \frac{w\cdot u}{v^2}\right) =$$

$$= f_0\left(1 + \frac{u-w}{v}\right)$$ – PRINCIP MALOSTI

ZVUK

- JE MECHANICKÉ VLNĚNÍ LÁTKOVÉHO PROSTŘEDÍ

PLYN, KAPALINA, PEVNÁ LÁTKA
VLNA PODÉLNÉ, PODÉLNÉ, PODÉLNÉ I PŘÍČNÉ

$v_g < v_l < v_s$

SLYŠITELNÝ $f \in (20\,Hz, 20\,000\,Hz)$
S VĚKEM SE SNIŽUJE

ZVUKY MŮŽEME ROZDĚLIT NA TÓNY A HLUKY.
TÓNY - PRAVIDELNÉ, V ČASE PERIODICKÉ KMITÁNÍ
HLUKY - NEPRAVIDELNÉ VLNĚNÍ, SLOŽITÉ NEPRAVIDELNÉ KMITÁNÍ TĚLES

RYCHLOST ŠÍŘENÍ ZVUKU V PLYNU: $v = \sqrt{\frac{\kappa \cdot p}{\rho}}$ $v \doteq 330\,m\,s^{-1}$
κ - POISSONOVA KONSTANTA

INTENZITA ZVUKU

$I = \frac{1}{2}\rho \cdot v \cdot \omega^2 \cdot u_0^2$ ← AMPLITUDA VÝCHYLKY

AKUSTICKÁ IMPEDANCE

$p_0 = (\rho \cdot v) \cdot \omega \cdot u_0$

AMPLITUDA TLAKU

$\rho \cdot v$ - AKUSTICKÁ IMPEDANCE
PLYNY - VELKÁ AMPLIT. VÝCHYL.
MALÁ — II — TLAKU
KAPALINY - VELKÁ AMPLIT. TLAKU
MALÁ — II — VÝCHYLKY

PLYN - $\rho \doteq 1\frac{kg}{m^3}$ $v = 10^2\frac{m}{s}$
KAPALINA - $\rho \doteq 10^3\frac{kg}{m^3}$ $v = 10^3\frac{m}{s}$

VLASTNOSTI HUDEBNÍCH TÓNŮ

1) INTENZITA - HLASITOST, HLADINA, INTERVAL

FYZ. VELIČINA

$\frac{W}{m^2}$

WEBERŮV A FECHNERŮV ZÁKON

a - PODNĚT
b - PODNĚT

$da = \frac{db}{b}$ $a = \ln\frac{b}{b_0}$

b_0 - PRAHOVÁ HODNOTA $10^{-12}\,\frac{W}{m^2}$
ODKUD ZAČÍNÁME SLYŠET

$\Delta a \approx \frac{\Delta b}{b}$

$a = \log\frac{b}{b_0}$ [bel]

$a = 10\log\frac{b}{b_0}$ [dB]

1 BEL ~ 10× INTENZITA

2) <u>VÝŠKA</u> – JE DÁNA ZÁKLADNÍ FREKVENCÍ

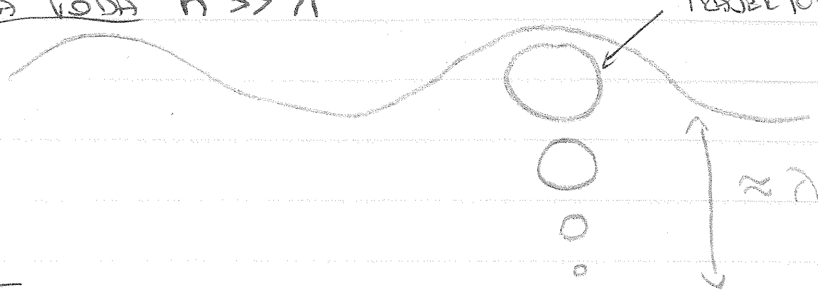
3) <u>BARVA</u> – JE DÁNA PŘÍTOMNOSTÍ VYŠŠÍCH HARMON. FREKVENCÍ (FOURIER ANALÝZA)

(17)

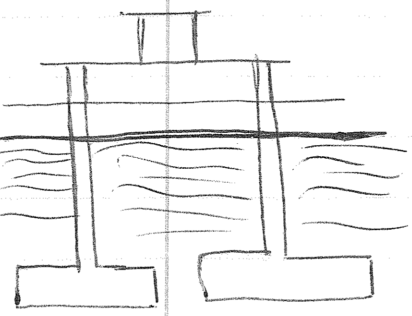
VLNY NA VODĚ - NEJLÉPE VIDÍME MECH. VLNĚNÍ

KINEMATICKY

HLUBOKÁ VODA $h \gg \lambda$



VRTNÁ PLOŠINA



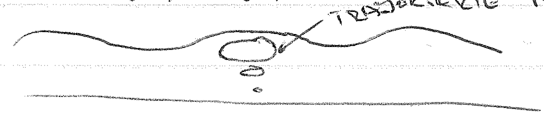
$$h\cdot k = h\cdot\frac{2\pi}{\lambda} \gg 1 \quad \tanh \to 1$$

$$v = \sqrt{\left(\frac{g}{k} + \sigma\frac{k}{\rho}\right)} = \sqrt{\underbrace{\frac{g\cdot\lambda}{2\pi}}_{\text{NORMÁLNÍ DISPERZE}} + \underbrace{\sigma\cdot\frac{2\pi}{\lambda\cdot\rho}}_{\text{ANORMÁLNÍ DISPERZE}}}$$

GRAV. VLNY

$v_g = \frac{1}{2} v_f$

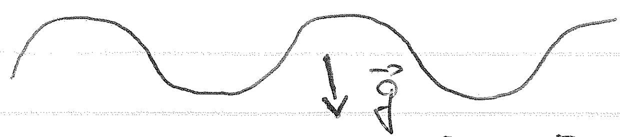
MĚLKÁ VODA - GRAV. VLNY



$$v = \sqrt{\left(\frac{g}{k}\cdot\tanh k\right)} \doteq$$

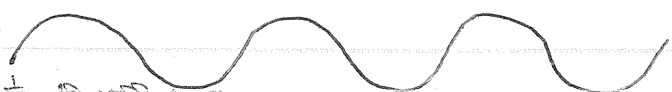
DYNAMIKA - CO BUDE VRACET HLADINU DO ROVN. POLOHY

1.) GRAV. SÍLA



GRAVITAČNÍ VLNY

2.) POVRCHOVÉ NAPĚTÍ   ROVNÁ HLADINA MÁ NEJMENŠÍ POVRCH



KAPILÁRNÍ VLNY

~~MINIMALIZACE POVRCHOVÉ ENERGIE~~

DISPERZNÍ RELACE $v = \sqrt{\left(\frac{g}{k} + \sigma\frac{k}{\rho}\right)\tanh(h\cdot k)}$

σ - POVRCHOVÉ NAPĚTÍ

$$\frac{g}{k} = \sigma\frac{k}{\rho} \Rightarrow k^2 = \frac{g\cdot\rho}{\sigma} \Rightarrow \frac{4\pi^2}{\lambda^2} = \frac{g\cdot\rho}{\sigma}$$

$k = \frac{2\pi}{\lambda}$

$$\lambda = \sqrt{\frac{4\pi^2\cdot\sigma}{\rho\cdot g}}$$

$$\lambda = 2\pi\cdot\sqrt{\frac{\sigma}{g\cdot\rho}}$$

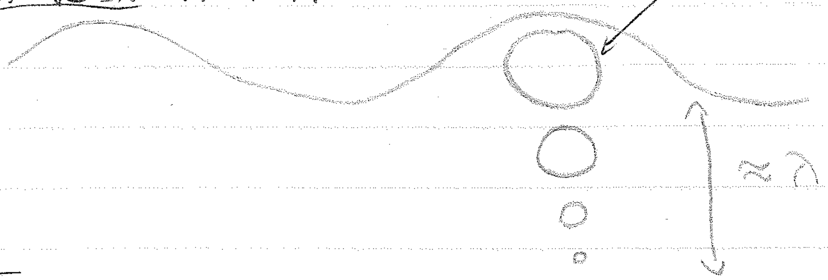
$$\lambda_{mez} \doteq 17\,mm$$

17

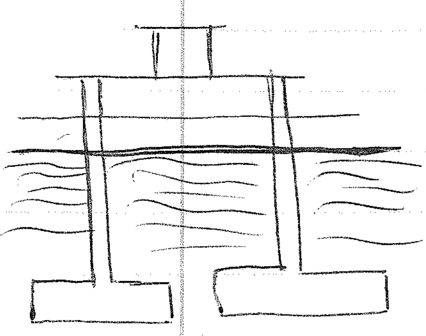
VLNY NA VODĚ - NEJLÉPE VIDÍME MECH. VLNĚNÍ

KINEMATICKY

HLUBOKÁ VODA $h \gg \lambda$



VRTNÁ PLOŠINA



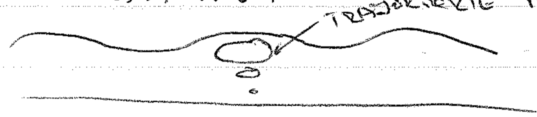
$$h\cdot k = h\cdot\frac{2\pi}{\lambda} \gg 1 \quad \tanh \to 1$$

$$v=\sqrt{\left(\frac{g}{k}+\sigma\cdot\frac{k}{\rho}\right)}=\sqrt{\underbrace{\frac{g\cdot\lambda}{2\pi}}_{\text{NORMÁLNÍ DISPERZE}}+\underbrace{\sigma\cdot\frac{2\pi}{\lambda\cdot\rho}}_{\text{ANORMÁLNÍ DISPERZE}}}$$

GRAV. VLNY

$$v_g=\frac{1}{2}v_f$$

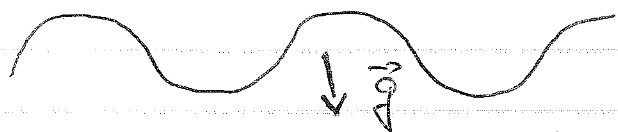
MĚLKÁ VODA - GRAV. VLNY



$$v=\sqrt{\left(\frac{g}{k}\cdot\tanh k\right)} \doteq$$

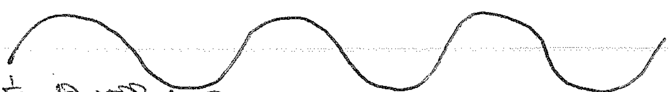
DYNAMIKA - CO BUDE VRACET HLADINU DO ROVN. POLOHY

1.) GRAV. SÍLA



GRAVITAČNÍ VLNY

2.) POVRCHOVÉ NAPĚTÍ ROVNÁ HLADINA MÁ NEJMENŠÍ POVRCH



KAPILÁRNÍ VLNY

MINIMALIZACE POVRCHOVÉ ENERGIE

DISPERZNÍ RELACE $v=\sqrt{\left(\frac{g}{k}+\sigma\frac{k}{\rho}\right)\tanh(h\cdot k)}$

σ - POVRCHOVÉ NAPĚTÍ

$$\frac{g}{k}=\sigma\frac{k}{\rho} \Rightarrow k^2=\frac{g\cdot\rho}{\sigma} \Rightarrow \frac{4\pi^2}{\lambda^2}=\frac{g\cdot\rho}{\sigma}$$

$k=\frac{2\pi}{\lambda}$

$$\lambda=\sqrt{\frac{4\pi^2\cdot\sigma}{\rho\cdot g}}$$

$$\lambda=2\pi\cdot\sqrt{\frac{\sigma}{g\cdot\rho}}$$

$$\lambda_{MEZ}\doteq 17\,\text{mm}$$

APLIKACE

TSUNAMI – MĚLKÁ VODA

ŠIRÉ MOŘE velké $\lambda \times 100\,km$

MALÁ AMPLITUDA

$v = 10^2 \frac{km}{h}$

U POBŘEŽÍ SE VLNA ZVEDNE SE SNIŽUJÍCÍ SE HLOUBKOU

NELINEÁRNÍ VLNY

$v = f(u)$

KDY FÁZOVÁ RYCHLOST VLNY JE FCÍ VÝCHYLKY

ČÍM VĚTŠÍ VÝCHYLKA VLNY TÍM RYCHLOST ROSTE

LZE PSÁT $v = v_0(1 + \underbrace{b}_{\text{KOEFICIENT}} \cdot u)$

v_0 RYCHLOST V LINEÁRNÍM PŘÍPADĚ

VLNOVÁ ROVNICE

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \left[v_0(1+bu)\right]^2 \cdot \Delta u$$

PRO ZVUK

$$b = \frac{\kappa + 1}{2\kappa \cdot p_0}$$ p_0 – ATMOSFERICKÝ TLAK

VELMI SLABÁ NELINEARITA

GRAVITAČNÍ VLNY NA MĚLKÉ VODĚ

$$b = \frac{3}{2h}$$ h... STŘEDNÍ HLOUBKA

VELMI SILNÁ NELINEARITA

NELINEARITA + DISPERZE — SOLITONY

NELINEARITA MĚNÍ RYCHLOST ČÁSTÍ VLNY, DISPERZE TAKY

~~EXISTUJE VLNA, KTERÁ BĚŽÍ PO VODNÍ HLADINĚ BEZ DEFORMACE~~

MÁ STABILNÍ TVAR – SOLITON. PŘI JISTÉM TVARU VÝCHYLKY SE NELINEARITA A DISPERZE KOMPENZUJÍ.

SVĚTLO

- JISTÁ OBLAST ELEKTROMAGNETICKÉHO ZÁŘENÍ

Z MAXWELLOVÝCH ROVNIC:

$$\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \underbrace{\frac{1}{\mu \varepsilon}}_{v^2} \cdot \Delta E$$ ... VLNOVÁ ROVNICE PRO E

$$\Delta \vec{E} = \mu \cdot \varepsilon \frac{\partial^2 E}{\partial t^2}$$ INTENZITA ELEKTRICKÉHO POLE

TO SAMÉ I PRO H - INTENZITA MAGNETICKÉHO POLE

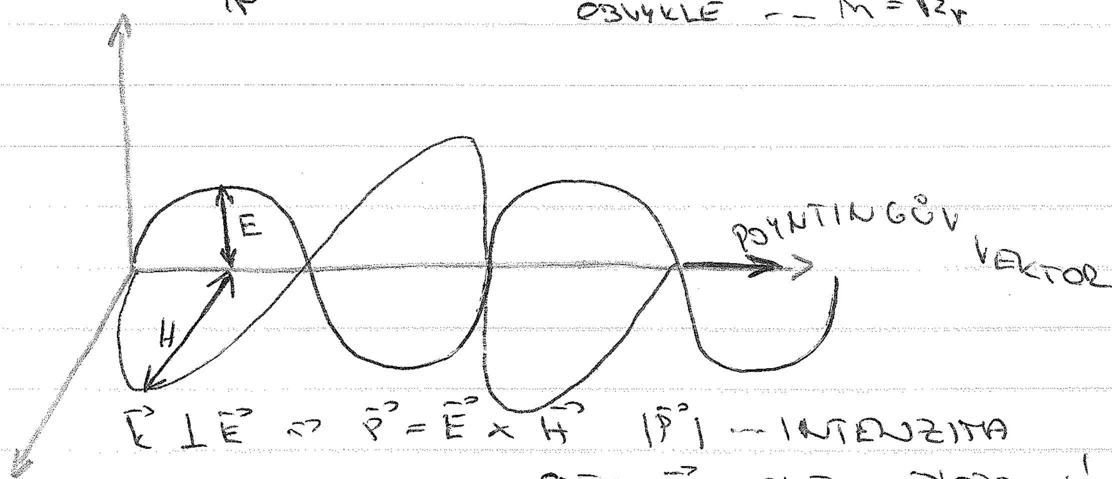
$$\frac{\partial^2 H}{\partial t^2} = \frac{1}{\mu \varepsilon} \Delta H \qquad v = \sqrt{\frac{1}{\mu \varepsilon}}$$

VAKUUM $c = \sqrt{\frac{1}{\mu_0 \varepsilon_0}}$ V LÁTCE $v = \sqrt{\frac{1}{\mu_0 \mu_r \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r}} = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0} \cdot \sqrt{\mu_r \varepsilon_r}} =$

$$= c \cdot \frac{1}{\sqrt{\mu_r \varepsilon_r}}$$

INDEX LOMU PROSTŘEDÍ

$n = \frac{c}{v} = \sqrt{\varepsilon_r \cdot \mu_r}$ $\quad \underbrace{\mu_r \doteq 1}_{\text{OBVYKLE}}$ -- $n = \sqrt{\varepsilon_r}$ VODA $n = 1{,}33 \rightarrow \varepsilon_r \doteq 80$



$\vec{H} \perp \vec{E} \Rightarrow \vec{P} = \vec{E} \times \vec{H}$ $\quad |\vec{P}|$ ... INTENZITA

SMĚR $\vec{P}$ .. SMĚR ZÁŘENÍ

SVĚTLO JE VYZAŘOVÁNO (A ABSORBOVÁNO) PO KVANTECH

SVĚTLO .. PROUD "ČÁSTIC" FOTONŮ

$E = h \cdot f$ $\quad$ h .. PLANCKOVA KONSTANTA

$h = 6{,}62 \cdot 10^{-34}$ J·s

$E = h \cdot \frac{c}{\lambda}$ $\quad$ HYBNOST FOTONU $p = \frac{h}{\lambda}$

DRUHY OPTIK

GEOMETRICKÁ – SVĚTLO SE ŠÍŘÍ JAKO PAPRSEK
POPISUJE ŠÍŘENÍ SVĚTLA ZA SITUACE JSOU-LI VLNOVÉ JEVY NEVÝZNAMNÉ

VLNOVÁ – POPISUJE ŠÍŘENÍ SVĚTLA [JISTÉ PŘÍPADY INTERAKCE S LÁTKOU], POPISUJE I VLNOVÉ JEVY

KVANTOVÁ – NEZBYTNÁ PRO POPIS EMISE A ABSORBCE A NĚKTERÝCH INTERAKCÍ S LÁTKOU.

ZDROJE SVĚTLA

1.) TEPELNÉ ZDROJE – ŽÁROVKY

PLANCKŮV VYZAŘ. ZÁKON

$$H(\lambda) = \frac{2\pi \cdot h \cdot c^2}{\lambda^5 \left(e^{h \cdot c / k \cdot \lambda \cdot T} - 1\right)}$$

STEFAN-BOLTZMANŮV ZÁKON

$$H_0 = \sigma \cdot T^4$$

→ KONSTANTA $\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}$

WIENŮV POSUNOVACÍ ZÁKON

$$\lambda \cdot T = b$$

WIENOVA KONST → $b = 2{,}898 \cdot 10^{-3}$

H_0 – DOKONALE ČERNÉ TĚL.

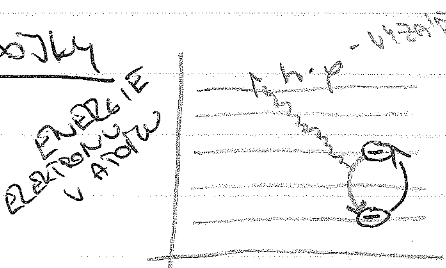
H – CELKOVÁ INTENZITA ZÁŘENÍ

$H = \varepsilon \cdot H_0$

ε – EMISIVITA

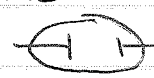
WOLFRAM

2.) VÝBOJKY



RTUŤOVÉ
SODÍKOVÉ

UZAVŘENÁ TRUBICE, NAPLNĚNÁ SMĚSÍ PAR A PLYNŮ Z VNĚJŠÍHO PROSTŘEDÍ 2 ELEKT.



UMOŽŇUJÍ ZAVEDENÍ EL. PROUDU DO PLYNOVÉ NÁPLNĚ

EXCITACE PŘI PRŮCHODU PROUDU

VYSOKOTLAKÉ VÝBOJKY – PÁSOVÉ SPEKTRUM

ČÁROVÉ SPEKTRUM – NÍZKOTLAKÉ VÝBOJKY

3.) LUMINISCENCE – JE SPONTÁNNÍ ZÁŘENÍ PEVNÝCH NEBO KAPALNÝCH LÁTEK.

~~– FOTOLUMINISCENCE~~

LUMINISCENCE VZNIKÁ EXCITACÍ ATOMŮ PŮSOBENÍM JINÉHO ZÁŘENÍ, ELEKTRONŮ APOD. A NÁSLEDNÝM NÁVRATEM ATOMU DO ZÁKLADNÍHO STAVU, ČÍMŽ DOJDE K VYZÁŘENÍ FOTONU. LUMINISCENCI LZE POZOROVAT AŽ PO OZÁŘENÍ LÁTKY JINÝM ZDROJEM ZÁŘENÍ.

– FLUORESCENCE – RYCHLÝ NÁVRAT ELEKTRONU

– FOSFORESCENCE – POMALÝ — " —

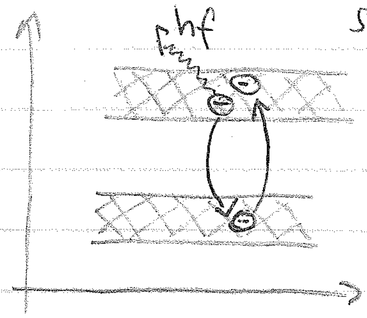
– KATODOLUMINISCENCE = ELEKTRON ZÍSKÁ ENERGII DOPADEM ELEKTRONU

– CHEMO — " — — " — CHEM. REAKCÍ

– TRIBO — " — — " — TŘENÍM

(KLEŠTĚ-CUKR)

FOTOLUMINISCE — LÁTKOU POHLCENÁ ~~VYZÁŘENÁ~~ ENERGIE SE PŘEMĚNÍ NA NOVÉ ZÁŘENÍ (O VYŠŠÍ VLN. DÉLCE)



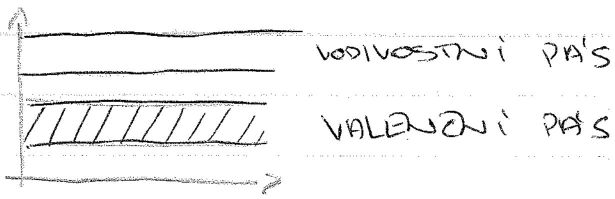
ZELENÝ LASER -> ČERVENÝ PAPÍR =>
=> ČERVENÁ TEČKA

ČERVENÝ LASER -> ZELENÝ PAPÍR =>
=> ČERVENÁ TEČKA

4.) ZÁŘIVKY — KOMBINACÍ 2.) - 3.)

VÝBOJKA + LUMINISCENCE

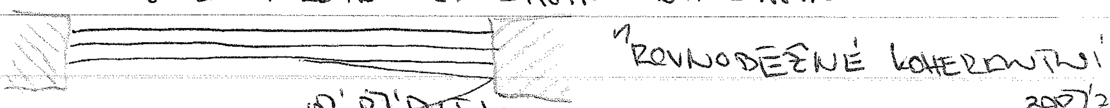
5.) LED DIODA



BÍLÁ DIODA: 1) LUMINOFOR + UV DIODA
2) 3 DIODY V JEDNOM RGB

6.) LASER

ZÁŘENÍ LETÍ ZE STRANY NA STRANU



STIMULOVANÁ EMISE - LASERY DOKÁŽÍ ZŘÍDIT INVERZNÍ POPULACE KDY SPADNE ELEKTRON DO NIŽŠÍHO PÁSU

EMISE STIMULOVANÉHO ZÁŘENÍ

VZNIK ROVNOBĚŽNÉHO KOHERENTNÍHO ZÁŘENÍ

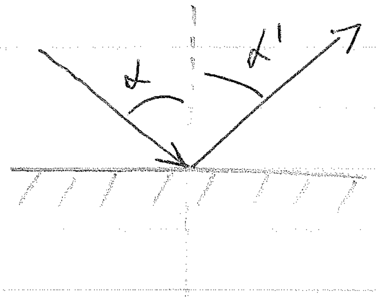
GEOMETRICKÁ OPTIKA

ZÁKLADNÍ ZÁKONY ŠÍŘENÍ SVĚTLA

a) PŘÍMOČARÉ ŠÍŘENÍ V HOMOGENÍM PROSTŘEDÍ

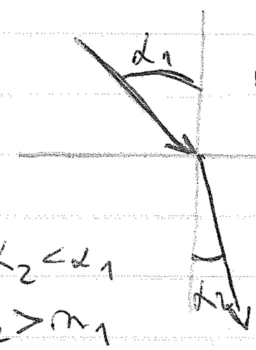
b) PRINCIP NEZÁVISLÝCH PAPRSKŮ

c) ZÁKON ODRAZU



$\alpha' = \alpha$

d) ZÁKON LOMU (SNELLŮV ZÁKON)



$n_1 = \frac{c}{v_1}$

OPTICKY ŘIDŠÍ

OPTICKY HUSTŠÍ

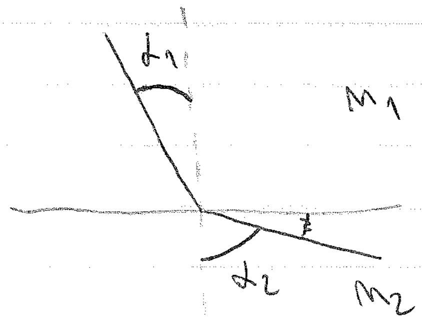
$n_2 = \frac{c}{v_2}$

$\alpha_2 < \alpha_1$

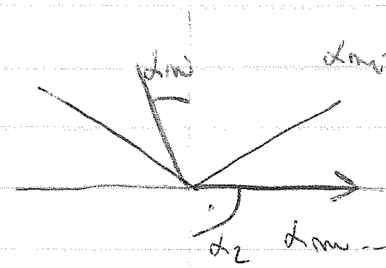
$n_2 > n_1$

LOM KE KOLMICI

$n_1 \sin \alpha_1 = n_2 \cdot \sin \alpha_2$



LOM ODKOLMICE



α_m - MEZNÍ ÚHEL

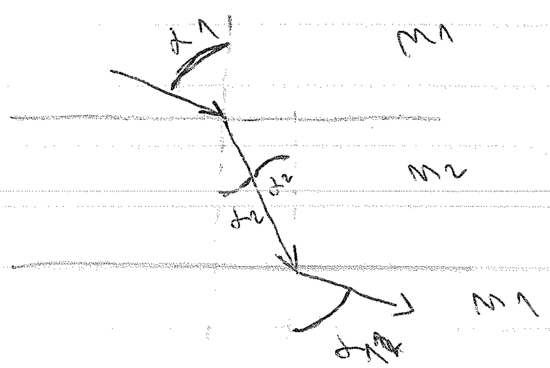
$\alpha_m \ldots \alpha_2 = 90°$

$n_1 \sin \alpha_1 = n_2 \sin \alpha_2$

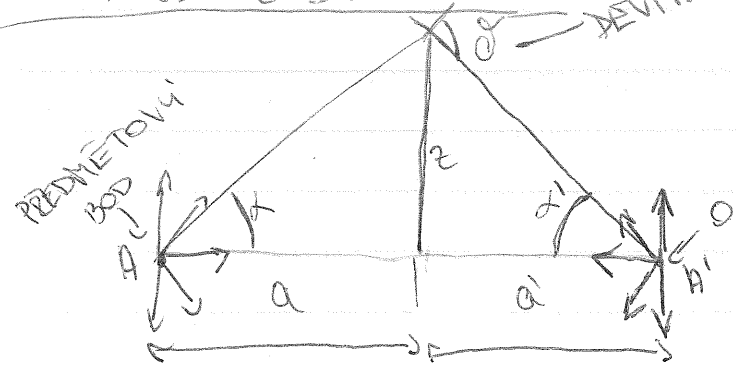
$n_1 \sin \alpha_m = n_2$

$\sin \alpha_m = \frac{n_2}{n_1}$

PLANPARALELNÍ DESKA



OPTICKÉ ZOBRAZOVÁNÍ



DEVIAČNÍ ÚHEL

$\delta = \alpha + \alpha'$

$\operatorname{tg}\alpha = \frac{z}{a}$

$\operatorname{tg}\alpha' = \frac{z}{a'}$

1.) ODRAZ ... ZRCADLA
2.) LOM ... ČOČKY
3.) OHYB ... DIFRAKCE

PF) PARAXIÁLNÍ PAPRSKY ... $\alpha \Rightarrow$ JE MALÉ

JSOU BLÍZKO OPTICKÉ OSY

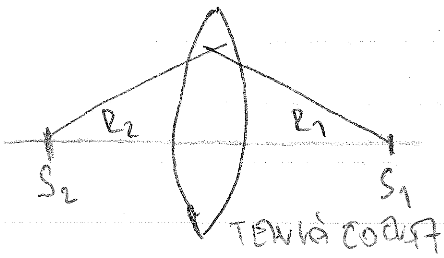
$\alpha = \operatorname{tg}\alpha = \sin\alpha$; $\alpha' = \sin\alpha' = \operatorname{tg}\alpha'$

$\delta = \alpha + \alpha' \Rightarrow \frac{z}{a} + \frac{z}{a'} \quad \Big| \cdot \frac{1}{z}$

$\frac{\delta}{z} = \frac{1}{a} + \frac{1}{a'} \Rightarrow \boxed{\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{a'}}$

ZOBRAZOVACÍ ROVNICE

ČOČKY



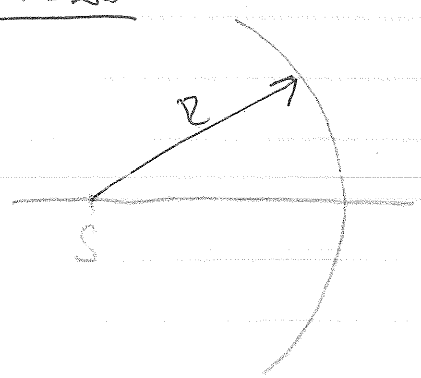
SPOJKY

$R_1 > 0$; $R_2 < 0 \Rightarrow f > 0$ - SPOJKA

ROZPTYLKY

$R_1 < 0$; $R_2 > 0 \Rightarrow f < 0$ - ROZPTYLKA

ZRCADLA



$f = \frac{R}{2}$

POJMY

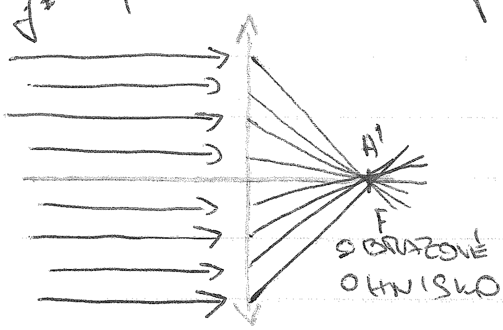
TLUSTÁ ČOČKA – JE TAKOVÁ ČOČKA, U KTERÉ NEMŮŽEME ZANEDBAT JEJÍ TLOUŠŤKU.

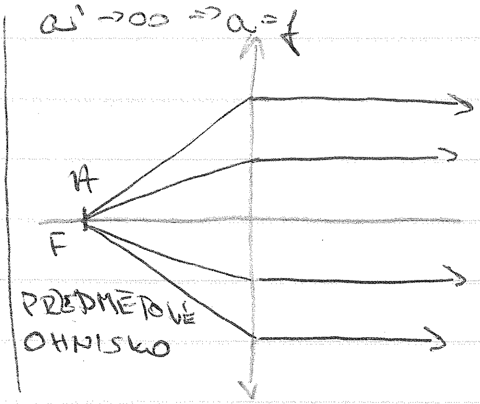
$$\varphi = \frac{1}{f} = \frac{n-n_0}{n_0}\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right) + \frac{(n-n_0)^2 d}{n_0 \cdot n \cdot R_1 \cdot R_2}$$

d

OPTICKÁ MOHUTNOST – VYJADŘUJE ZAKŘIVENOST ČOČKY

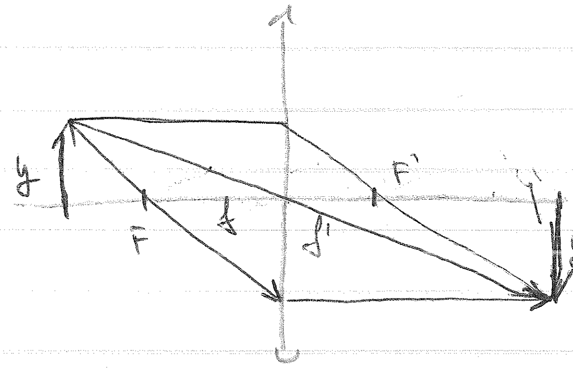
$\varphi = \frac{1}{f}$; $a \to \infty \Rightarrow a' = f$ | $a' \to \infty \Rightarrow a = f$





ZVĚTŠENÍ –

PŘÍČNÉ m



$m = \frac{y'}{y}$; $m<0$ ... ZVĚTŠENÝ OBRAZ

$m>0$ ... PŘÍMÝ NEPŘEVRÁCENÝ OBRAZ

⇓

$$\frac{y}{a} = -\frac{y'}{a'} \Rightarrow \boxed{m = \frac{y'}{y} = -\frac{a'}{a}} \quad (1)$$

$$\frac{y}{f} = \frac{y'}{a'-f} \Rightarrow \boxed{m = \frac{f-a'}{f}} \quad (2)$$

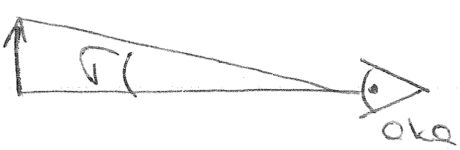
$$\frac{y}{a-f} = -\frac{y'}{f} \Rightarrow \boxed{m = \frac{f}{f-a}} \quad (3)$$

$$-\frac{a'}{a} = \frac{f}{f} - \frac{a'}{f} \quad / \cdot \frac{1}{a'} \Rightarrow -\frac{1}{a} = \frac{1}{a'} - \frac{1}{f} \Rightarrow \boxed{\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{a'}}$$

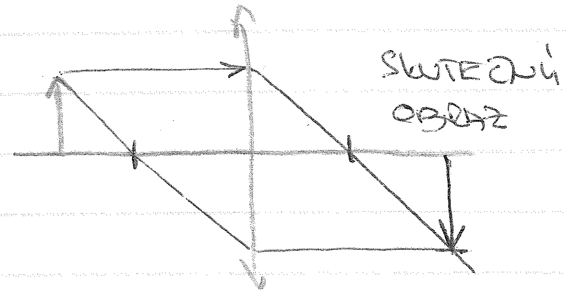
ÚHLOVÉ $g = \frac{\tau'}{\tau}$

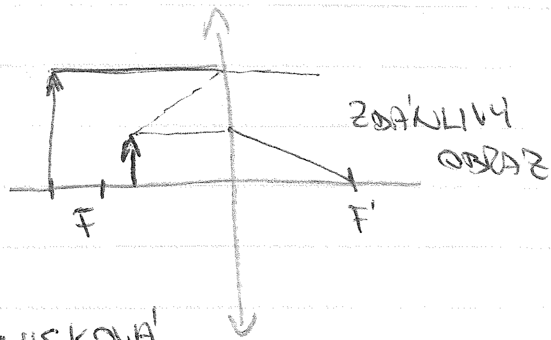
τ – PROSTÝM OKEM

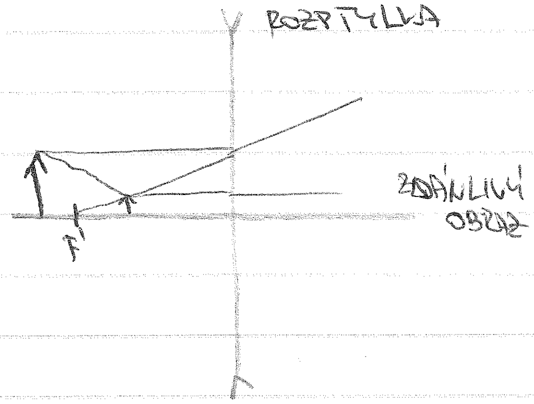
τ' – S OPTICKÝM PŘÍSTROJEM

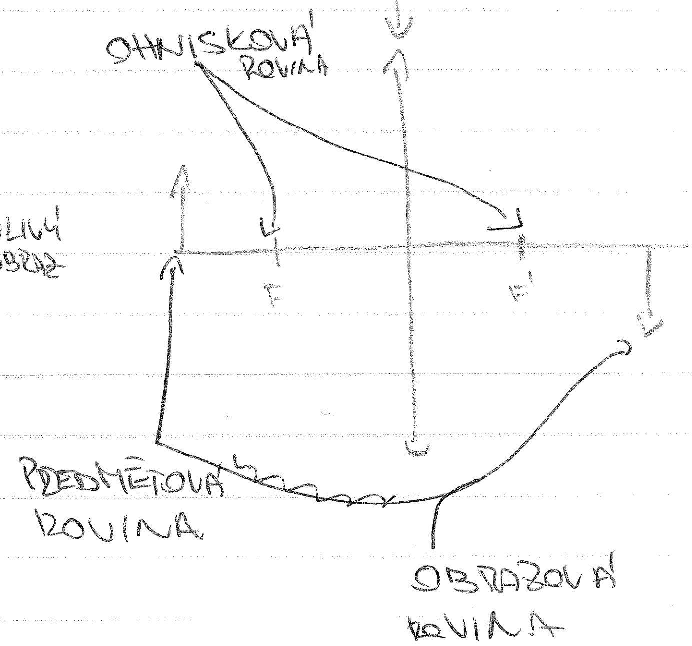


SKUTEČNÝ A ZDÁNLIVÝ OBRAZ

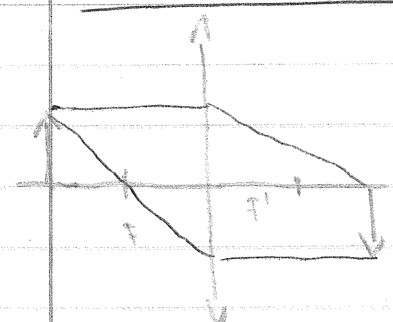








HLAVNÍ ROVINA



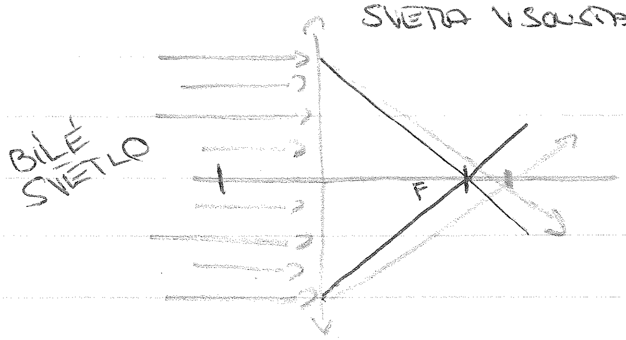
$$m = \frac{f}{f-a} \quad \ldots \; a=0;\ m=1$$

$$m = \frac{f-a'}{f} \quad \ldots \; a'=0;\ m=1$$

VADY ČOČEK (ZOB. SOUSTAV)

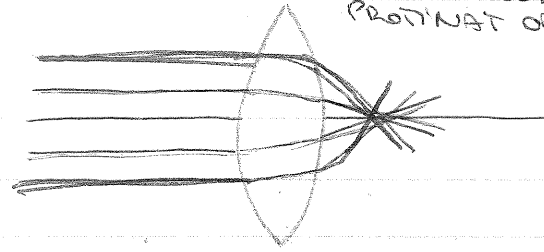
1) CHROMATICKÁ

JSOU ZPŮSOBENY ROZKLADEM BÍLÉHO SVĚTLA V SOUSTAVĚ



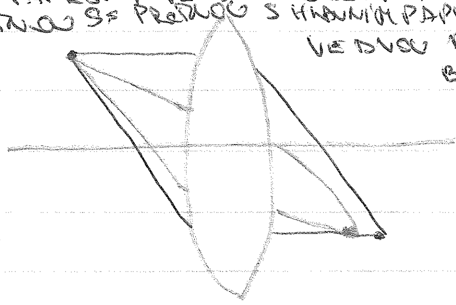
2) OTVOROVÁ

– ČÍM DÁLE OD OPTICKÉ OSY BUDE PAPRSEK ROVNOBĚŽNÝ S OPTICKOU OSOU, TÍM BLÍŽE KE ČOČCE BUDE PAPRSEK PROŠLÝ ČOČKOU PROTÍNAT OPTICKOU OSU

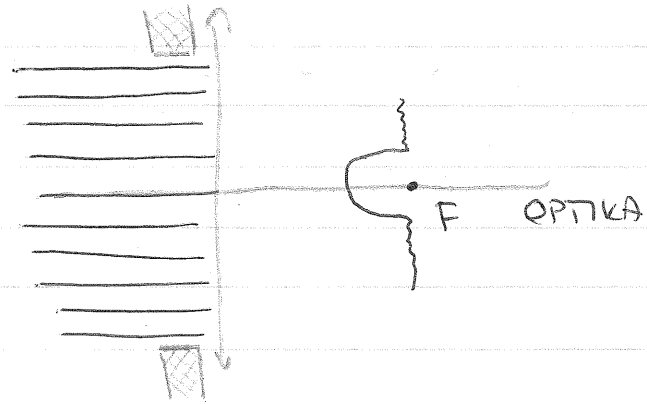


3) ASTIGMATISMUS

KRAJNÍ PAPRSKY VE DVOU KOLMÝCH ROVINÁCH SE PROTNOU S HLAVNÍM PAPRSKEM VE DVOU RŮZNÝCH BODECH

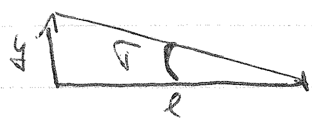


4) DIFRAKCE NA OBRUBĚ ČOČKY



OPTICKÉ PŘÍSTROJE

MIKROSKOP



$$\gamma = \frac{\tau'}{\tau}$$

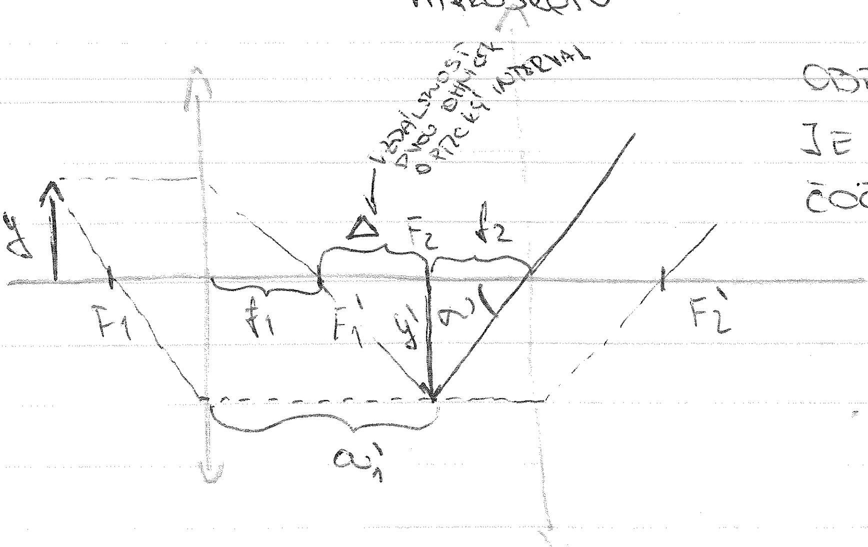
$$\gamma = \frac{\frac{y'}{f_2}}{\frac{y}{l}} = \left(\frac{y'}{y}\right) \cdot \left(\frac{l}{f_2}\right) =$$

PŘÍČNÉ ZVĚTŠENÍ OBJEKTIVU

ÚHLOVÉ ZVĚTŠENÍ OKULÁRU

$$= \frac{f_1 - a_1'}{f_1} \cdot \frac{l}{f_2} = \frac{f_1 - f_1 - \Delta}{f_1} \cdot \frac{l}{f_2} = \frac{\Delta \cdot l}{f_1 \cdot f_2}$$

Δ – OPTICKÝ INTERVAL MIKROSKOPU



OBRAZ PRVNÍ ČOČKY JE V OHNISKU DRUHÉ ČOČKY.

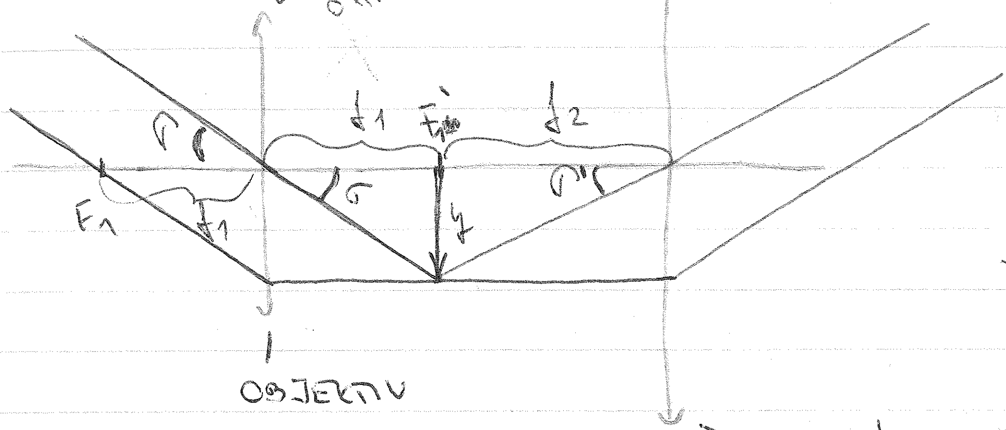
S ROZPTYLKOU

DALEKOHLEDY GALILEŮV - ČOČKY - REFRAKTOR -

KEPLERŮV

$$\gamma = \frac{\tau'}{\tau} = \frac{\frac{y}{f_2}}{\frac{y}{f_1}} = -\frac{f_1}{f_2}$$

ČOČKA S VELKOU OHNISKOVOU DÉLKOU



PŘEDMĚT V NEKONEČNU

OBRAZ V OHNISKOVÉ ROVINĚ

ZRCADLOVÉ - REFLEKTORY - DUTÉ ZRCADLO

- PARALITICKÉ - PAPRSKY ROVNOBĚŽNÉ S OSOU, NEMÁ OTVOROVOU VADU
- NEMÁ CHROMATICKOU VADU
- NETEČE "SKLO KAPALINA S VYSOKOU VISKOZITOU" AMORFNÍ LÁTKA

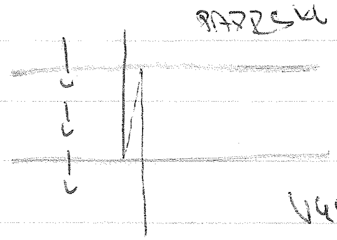
VLNOVÁ OPTIKA

– VYUŽÍVÁME, ŽE SVĚTLO JE VLNĚNÍ

INTERFERENCE – SUPERPONUJE SPOČETNÝ POČET SVAZKŮ

DIFRAKCE – SUPERPONUJE NESPOČETNÝ POČET SVAZKŮ

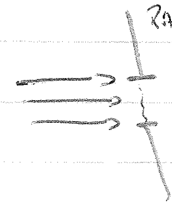
INTERFERENCE



PAPRSKY SE ŠÍŘÍ PODLE ZÁKONŮ GEOM OPTIKY

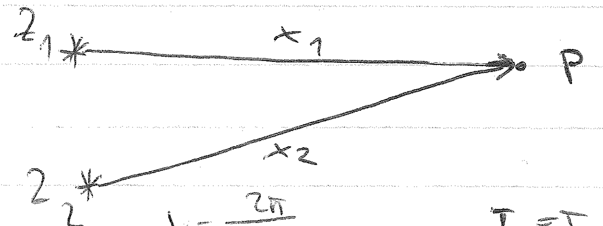
VYUŽIJU HUYGENSŮV PRINCIP

DIFRAKCE



PAPRSKY ~~SE~~ NEŠÍŘÍ PODLE ZÁKONŮ OPTIKY

INTERFERENCE SVĚTLA



VLNĚNÍ O STEJNÉ ω A k $\Rightarrow$ STEJNÁ λ

$$u_1 = u_0 \sin(\omega t - k x_1 + \varphi_1)$$

$$u_2 = u_0 \sin(\omega t - k x_2 + \varphi_2)$$

$$u = u_1 + u_2 \quad \sim \quad I \approx u_0^2$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \qquad \lambda' = \frac{\lambda}{n}$$

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 \cdot I_2} \cdot \cos[k'\underbrace{(x_1 - x_2)}_{\Delta x} + \underbrace{\varphi_1 - \varphi_2}_{\Delta\varphi}]$$

n – INDEX LOMU PROSTŘEDÍ

$$k' \cdot \Delta x = \frac{2\pi}{\lambda'} \cdot \Delta x = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot n \cdot \Delta x = k \cdot n \cdot \Delta x$$

$\boxed{n \cdot \Delta x = l}$ OPTICKÁ DRÁHA

MŮŽE SE ŠÍŘIT JINÝM PROSTŘEDÍM NEŽ JE VAKUUM

DETEKTORY SVĚTLA MĚŘÍ INTENZITU

~~S KONEČNOU (NENULOVOU) INTEGRAČNÍ DOBOU~~ POČÍTÁ FOTONY (nA). KAŽDÝ DETEKTOR MÁ NENULOVOU INTEGRAČNÍ DOBU. ČÍSLO CO Z NĚJ VYPADNE JE PRŮMĚR Z URČITOU DOBU

MĚŘENÝ SIGNÁL

$$\langle I \rangle = \frac{1}{T}\int_0^T I\,dt = I_1 + I_2 + \frac{1}{T} \cdot 2 \cdot \sqrt{I_1 I_2} \int_0^T$$

DOSADÍM VZOREC ZVRCHU*

$$\int_0^T \cos(k \cdot n \cdot \Delta x + \Delta\varphi)\,dt$$

$\Delta\varphi(t)$ – NEZNÁME, NEMÁME POD KONTROLOU

DVA KRAJNÍ PŘÍPADY

1) $\Delta\varphi(t)$ — CHAOTICKÁ RYCHLE MĚNÍCÍ SE FUNKCE ČASU

$\Rightarrow \int_0^{\tau} \cos\ldots = 0$

$\langle I \rangle = I_1 + I_2$ – NEKOHERENTNÍ ZDROJE/SVĚTLO

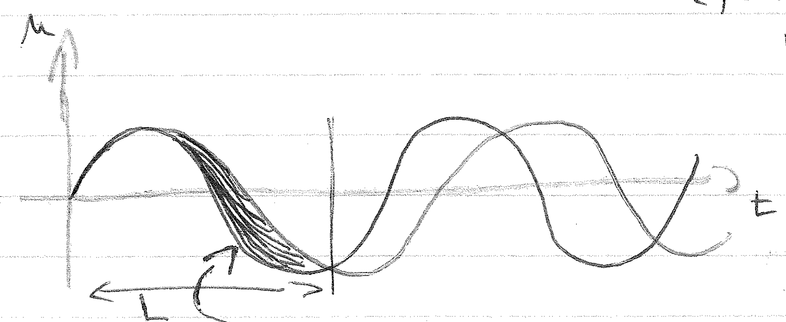
2) $\Delta\varphi(t) = \text{KONST.}$ ... KOHERENTNÍ ZDROJE

$\langle I \rangle\; I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos(\ldots)$

PŘÍČINY NEKOHERENCE

1.) ATOMY VYZAŘUJÍ SVĚTLO (FOTONY) CHAOTICKY (VÝJIMA LASERU)

2) SVĚTLO/NENÍ NIKDY MONOCHROMATICKÉ



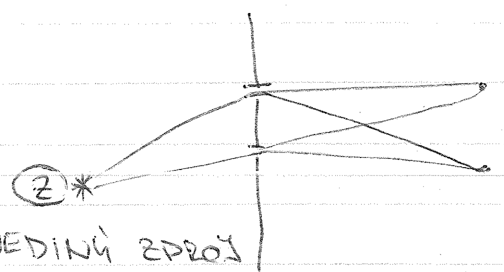
UŽ SE NIKDY NESEJDOU, KDYBY BYLY JEN TY DVĚ TAK ANO, ALE PATŘÍ SE TY VŠECHNY MEZI

KOHERENČNÍ DOBA $\tau = \frac{1}{\Delta f}$ – INTERVAL FREKVENCÍ

KOHERENČNÍ DÉLKA $L = c \cdot \tau$

VZDÁLENOST, NA KTERÉ JE TO JEŠTĚ ČÁSTEČNĚ ZFÁZOVANÉ

JAKTO, ŽE INTERFERENCI VIDÍM?



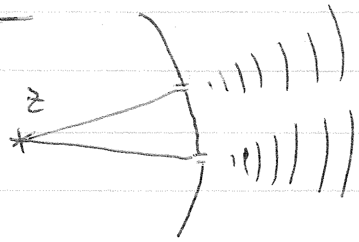
JEDINÝ ZDROJ

KAŽDÝ INDIVIDUÁLNÍ FOTON LETÍ RŮZNÝMI CESTAMI

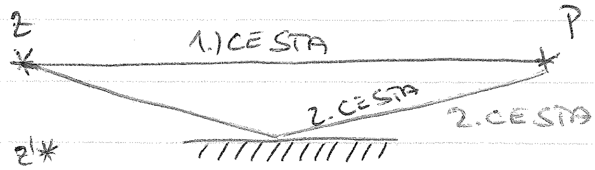
ROZDĚLENÍ ZDROJŮ

1) DĚLENÍ VLNOPLOCH

DVOJŠTĚRBINA

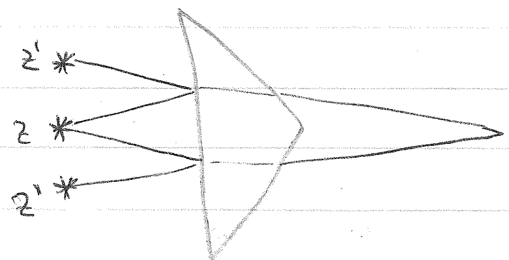


LLOYDOVO ZRCADLO

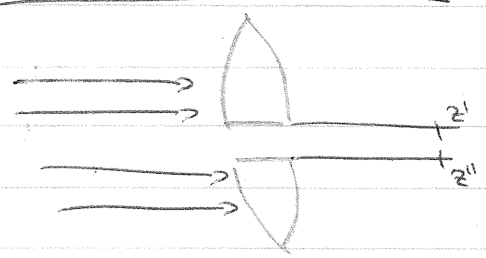


VIRTUÁLNÍ ZDROJ – ZRCADLO VYROBÍ

FRESNELLŮV DVOJHRANOL



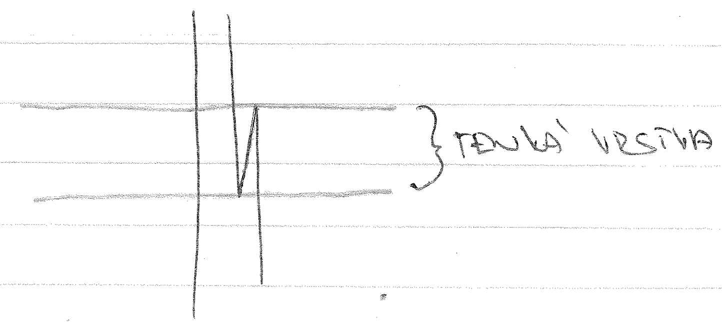
BILETOVA DVOJČOČKA



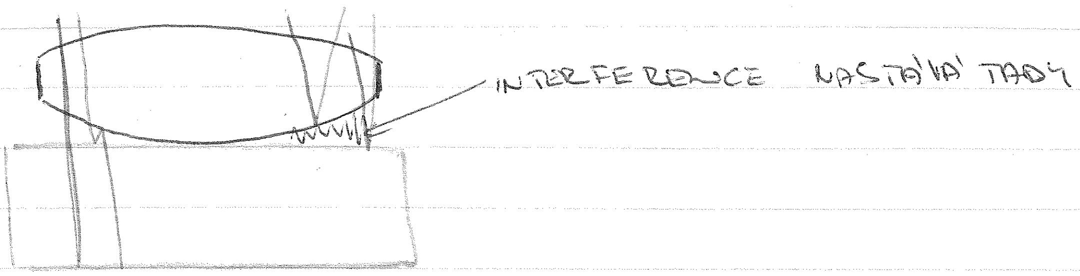
ŠKVÍRA JE ŠIRŠÍ NEŽ VLASTNÍ PRŮŘEZ

2) DĚLENÍ AMPLITUDY

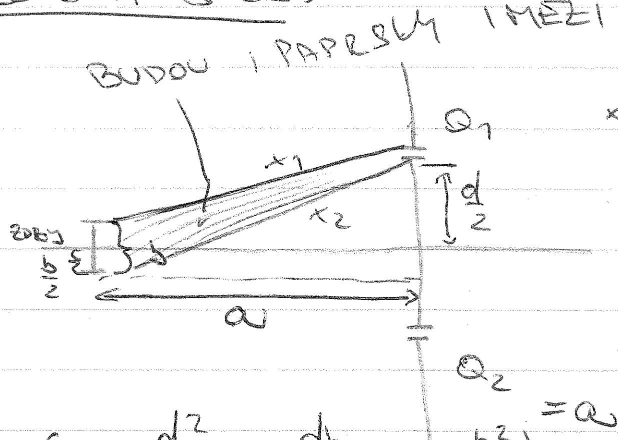
INTERFERENCE TENKÉ VRSTVY



NEWTONOVA SKLA



KOHERENČNÍ ŠÍŘKA



REÁLNÝ ZDROJ NENÍ BODOVÝ
NENULOVÝ ROZMĚR ZDROJE

$$x_2 - x_1 = \frac{\lambda}{2}$$

$$x_2 = \sqrt{a^2 + \left(\frac{d}{2} + \frac{b}{2}\right)^2} =$$

$$= a\sqrt{1 + \left(\frac{d}{2a} + \frac{b}{2a}\right)^2} =$$

$$= a \cdot \left(1 + \frac{d^2}{8a^2} + 2 \cdot \frac{d \cdot b}{\frac{4a^2}{2}} + \frac{b^2}{8a^2}\right) =$$

$$= a\left(1 + \frac{d^2}{8a^2} + \frac{db}{2a^2} + \frac{b^2}{8a^2}\right)$$

$$d, b << a$$

$$\sqrt{1+x} = 1 + \frac{x}{2}$$

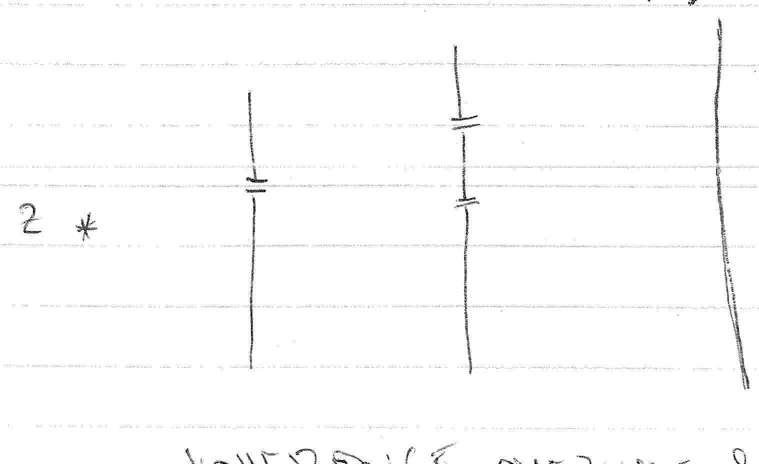
$$x_1 = a \cdot \left(1 + \frac{d^2}{8a^2} - \frac{d \cdot b}{2a^2} + \frac{b^2}{8a^2}\right)$$

$$x_2 - x_1 = \frac{d \cdot b}{2a}$$

$$\frac{d \cdot b}{2a} = \frac{\lambda}{2}$$

KOHERENČNÍ ŠÍŘKA - $\boxed{d = \frac{\lambda \cdot a}{b}}$

ČÍM JE BOD DÁLE, TÍM VÍCE SE CHOVÁ JAKO BODOVÝ.



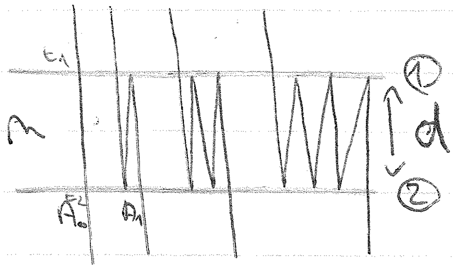
KOHERENCE OMEZUJE SCHOPNOST SVĚTLA VYTVÁŘET INTERFERENČNÍ JEVY

KOHERENČNÍ ŠÍŘKA - ZDROJ NENÍ BODOVÝ

— " — DÉLKA - NEMONOCHROMATIČNOST

VÍCE SVAZKOVÁ INTERFERENCE

1.)



$r = \dfrac{r_{\text{ODRAŽENÉ}}}{r_{\text{DOPADAJÍCÍ}}}$; $t = \dfrac{u_{\text{PROŠLÉ}}}{u_{\text{DOPADAJÍCÍ}}}$

AMPLITUDA ODRAZIVOSTI — AMPLITUDA PROPUSTNOSTI

$A_0 = t_2 \cdot t_1 \cdot U_0$ $\qquad q = r_1 r_2$

$A_1 = t_2 r_1 r_2 t_1 U_0 = r_1 r_2 \cdot A_0 = A_0 \cdot q$

$A_2 = t_1 r_2 r_1 r_2 r_1 t_2 \cdot U_0 = A_0 q^2$ $\qquad A_n = q^n \cdot A_0$

FÁZOVÉ POSUVY

$u_0 = A_0 e^{i(\omega t - kx)}$

$u_1 = A_1 e^{i(\omega t - kx - \varphi)}$

$u_2 = A_2 e^{i(\omega t - kx - 2\varphi)}$

ZVOLÍME: $\omega t - kx = 0$

ZE SOUŘADNICE FÁZE

$\varphi = k \cdot n \cdot \underbrace{d \cdot 2}_{\text{GEOM. DRÁHA}}$ — OPTICKÁ DRÁHA

$u_n = A_0 q^n \cdot e^{-i n \varphi}$

POZN: $I \approx u_0^2$

$I = u \cdot u^*$ KOMPLEXNĚ SDRUŽENÉ ČÍSLO

$u = \sum_{n=0}^{N-1} u_n = \sum_{n=0}^{N-1} A_0 q^n \cdot e^{-in\varphi}$ — N - POČET INTERFERUJÍCÍCH SVAZKŮ

SOUČET GEOM. ŘADY

$$\boxed{S_n = S \cdot \frac{Q^n - 1}{Q - 1}}$$

SOUČET GEOM. ŘADY

$$\Rightarrow u = A_0 \frac{e^{-iN\varphi} - 1}{e^{-i\varphi} - 1}$$

~~$\varphi = 2knd$~~

$$I(\varphi) = u \cdot u^* = \text{———} = A_0^2 \frac{(1 - q^N)^2 + 4 \cdot q^N \sin^2 \frac{N \cdot \varphi}{2}}{(1 - q)^2 + 4 \cdot q \sin^2 \frac{\varphi}{2}}$$

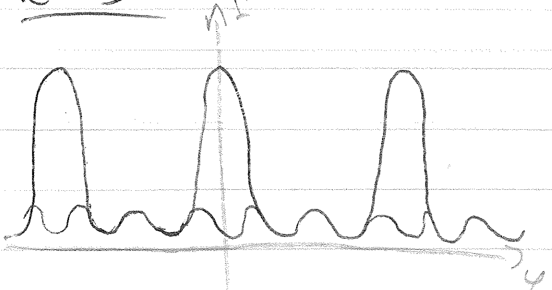
$q \to 1$; $r_1 \,\&\, r_2 \to 1$

ODRAZIVOST JE VYSOKÁ, AMPLITUDY JSOU SROVNATELNÉ

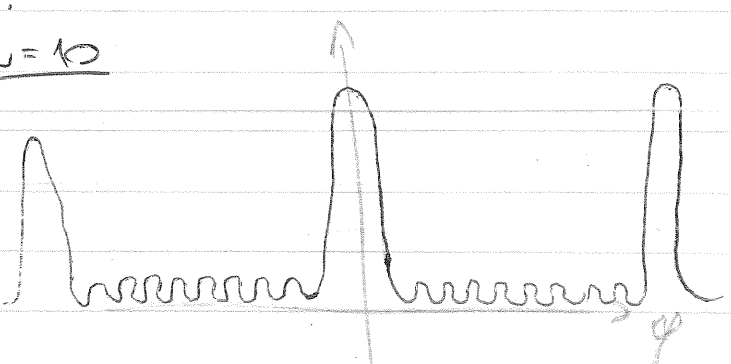
$$I(\varphi) = A_0^2 \cdot \frac{\sin^2 \frac{N \cdot \varphi}{2} \to 1}{\sin^2 \frac{\varphi}{2} \to 0}$$

KDYŽ SE BLÍŽÍ JMENOVATEL NULE, POLOHA VELKÝCH MAXIM.

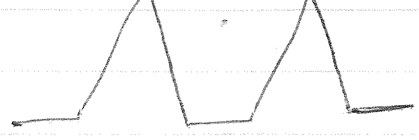
N = 3



N = 10



N - VELMI VYSOKÉ

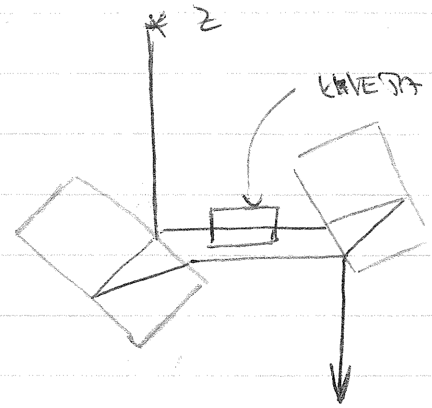


PŘÍKLADY INTERFEROMETRŮ

- ZAŘÍZENÍ KDE SE REALIZUJE INTERFERENCE ZA ÚČELEM PRAKTICKÉHO ÚČELU

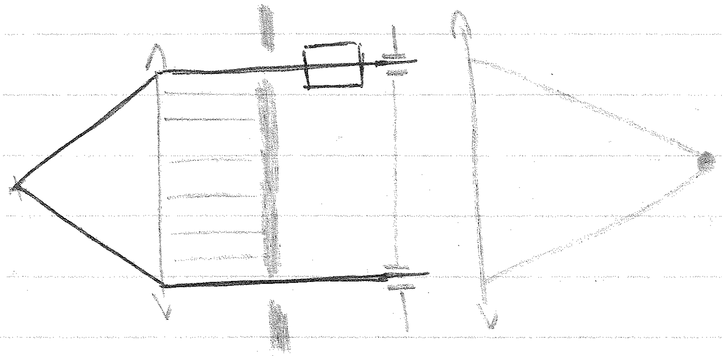
1.) DVOUPAPRSKOVÉ

JAMINŮV



KYVETA - NAPLNÍM PLYNEM (MĚNÍM TEPLOTU, TLAK V PLYNU)
MĚŘÍME INDEX LOMU PLYNU

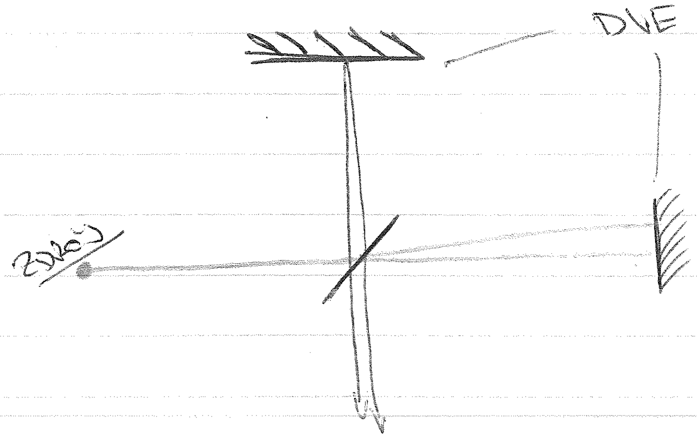
2.) RAYLEIGHŮV



TADY SLEDUJI INTERFERENCI

3.) MICHELSONŮV

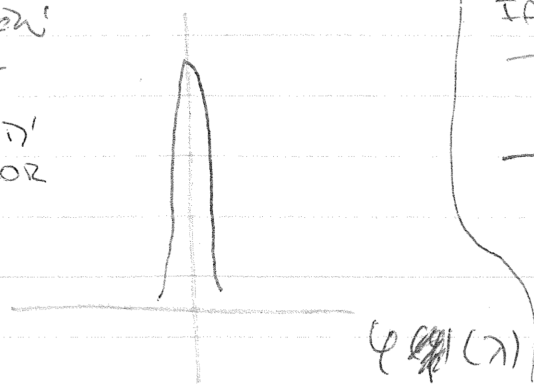
DVĚ ZRCADLA S DOBROU ODRAZIVOSTÍ



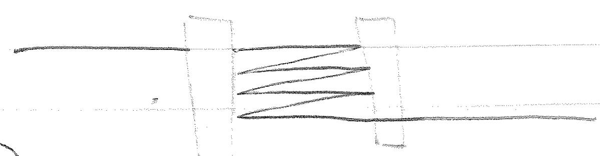
4.) VÍCE SVAZKOVÉ

INTERFERENČNÍ FILTR

Z DOPADAJÍCÍHO SVĚTLA PROPUSTÍ ÚZKÝ SPEK. OBOR



FABRYHO-PEROTŮV

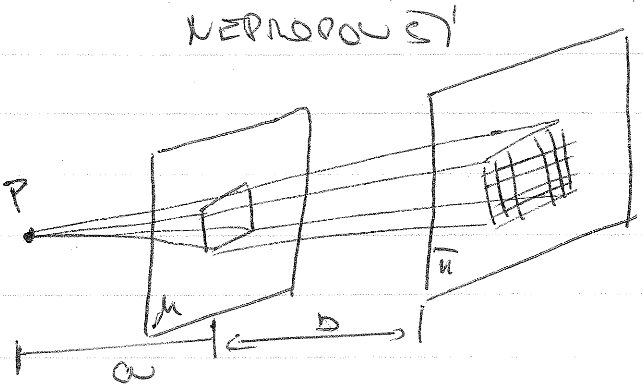


DIFRAKCE SVĚTLA

DIFRAKCÍ ROZUMÍME TAKOVOU ODCHYLKU OD PŘÍMOČARÉHO ŠÍŘENÍ SVĚTLA, KTERÁ NEMŮŽE BÝT VYSVĚTLENA JAKO DŮSLEDEK ODRAZU A LOMU.

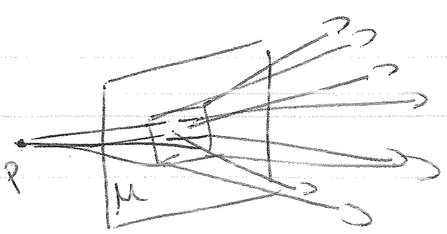
HUYGENSŮV-FRESNELŮV PRINCIP – KAŽDÝ BOD VLNOPLOCHY SE STÁVÁ ZDROJEM ELEMENTÁRNÍHO SVĚTELNÉHO VLNĚNÍ, TATO VLNĚNÍ PAK DOPADAJÍ DO KAŽDÉHO BODU NA STÍNÍTKU S RŮZNOU FÁZÍ, SKLÁDAJÍ SE A VYTVÁŘÍ INTER. OBRAZ.

FRESNELOVA DIFRAKCE – POPISUJE OHYB VLNĚNÍ, KE KTERÉMU DOCHÁZÍ PŘI PRŮCHODU OTVOREM V TENKÉ ROVINNÉ PŘEPÁŽCE, PŘEPÁŽKA SAMA VLNĚNÍ ANI NEODRÁŽÍ ANI NEPROPOUŠTÍ



FRAUNHOFEROVA DIFRAKCE
- PROBÍHÁ PRO DOSTATEČNĚ VELKÉ VZDÁLENOSTI MEZI CLONKOU A ROVINNOU POZOROVÁNÍ

MŮŽEME ŘÍCT, ŽE SE JEDNÁ O SPECIÁLNÍ PŘÍPAD FRESNELOVY DIFRAKCE.

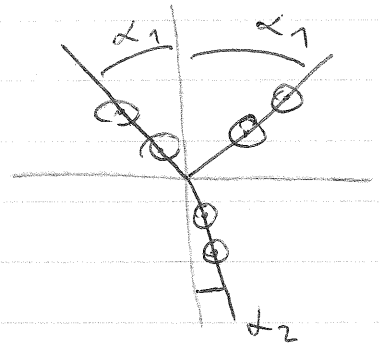


PŘI FRAUNHOFEROVĚ DIFRAKCI NÁS ZAJÍMÁ TO, KOLIK SVĚTLA ~~JAKO~~ SE ZA ROVINOU μ ŠÍŘÍ V JEDNOTLIVÝCH SMĚRECH. DIFRAKČNÍ OBRAZEC TEDY NEPŘEDSTAVUJE ROZLOŽENÍ INTENZITY SVĚTLA JAKO FUNKCI POLOHY, NÝBRŽ PŘEDSTAVUJE ROZLOŽENÍ INTENZITY JAKO FUNKCE SMĚRU.

RAYLEIGHOVO KRITÉRIUM - NÁM ŘÍKÁ, ŽE DVA OBJEKTY JSOU NA HRANICI ROZLIŠENÍ JESTLIŽE CENTRÁLNÍ DIFRAKČNÍ MAXIMUM JEDNOHO PADNE DO PRVNÍHO MINIMA DRUHÉHO, ÚHLOVÁ VZDÁLENOST MUSÍ BÝT ALESPOŇ

$$\theta_R = 1{,}22 \cdot \frac{\lambda}{d}$$

S-POLARIZACE $\vec{E} \perp$ ROVINU DOPADU



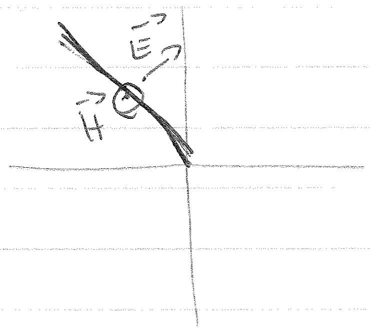
KOEFICIENT ODRAZU (REFLEXE)

$$r_s = \frac{n_1\cos\alpha_1 - n_2\cos\alpha_2}{n_1\cos\alpha_1 + n_2\cos\alpha_2} = -\frac{\sin(\alpha_1-\alpha_2)}{\sin(\alpha_1+\alpha_2)}$$

$$t_s = \frac{2n_1\cos\alpha_1}{n_1\cos\alpha_1 + n_2\cos\alpha_2} = \frac{2\cos\alpha_1\sin\alpha_2}{\sin(\alpha_1+\alpha_2)}$$

KOEFICIENT PROŠLÉHO ZÁŘENÍ (TRANSMISE)

P-POLARIZACE $\vec{E}$ - LEŽÍ V ROVINĚ DOPADU

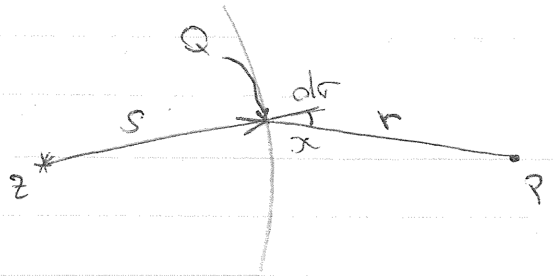


$$r_p = -\frac{n_2\cos\alpha_1 - n_1\cos\alpha_2}{n_2\cos\alpha_1 + n_1\cos\alpha_2} = -\frac{\mathrm{tg}(\alpha_1-\alpha_2)}{\mathrm{tg}(\alpha_1+\alpha_2)}$$

$$t_p = \frac{2n_1\cos\alpha_1}{n_2\cos\alpha_1 + n_1\cos\alpha_2} = \frac{2\cdot\sin\alpha_1\cdot\cos\alpha_1}{\sin(\alpha_1+\alpha_2)\cdot\cos(\alpha_1+\alpha_2)}$$

BREWSTERŮV ÚHEL - JE TO ÚHEL, PŘI KTERÉM DOCHÁZÍ K POLARIZACI SVĚTLA PŘI ODRAZU

DIFRAKCE

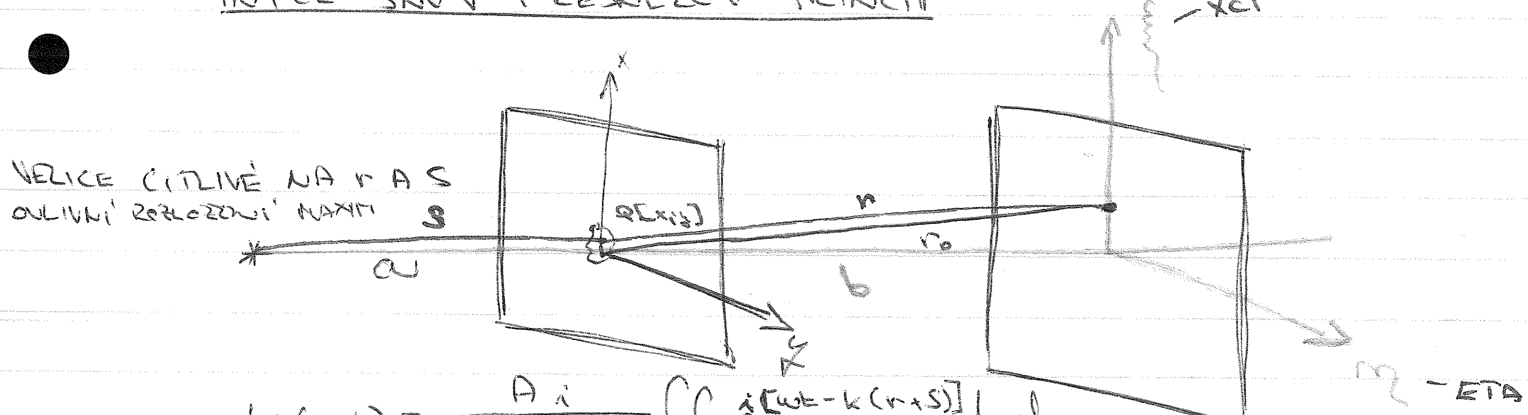


$$u(P,t) = \iint \frac{A\cdot k(\chi)}{S\cdot r}\, e^{i[\omega t - k(r+S)]}\, d\sigma$$

KIRHOFFOVA TEORIE DIFRAKCE

$k(\chi) = \frac{i}{\lambda}\cdot\frac{1+\cos\chi}{2}$ PRO χ - MALÁ $k(\chi) = \frac{i}{\lambda}$

HUYGENSNŮV - FRESNELŮV PRINCIP



$$u(P,t) = \frac{A\, i}{a\cdot b\cdot \lambda}\iint e^{i[\omega t - k(r+S)]}\, \underbrace{dx\,dy}_{}$$

INTEGRUJI PŘES OTVOR

$S = \sqrt{a^2 + x^2 + y^2}$ $\quad r = \sqrt{b^2 + (x-\xi)^2 + (y-\eta)^2}$

DOSADÍM A $\boxed{\text{PRD}}$

APROXIMACE - NEJHRUBŠÍ FRAUNHOFEROVA DIFRAKCE

$$u(P,t) = A_0 \cdot \int_\sigma e^{ik\frac{x\xi + y\eta}{r_0}}\, dx\,dy$$

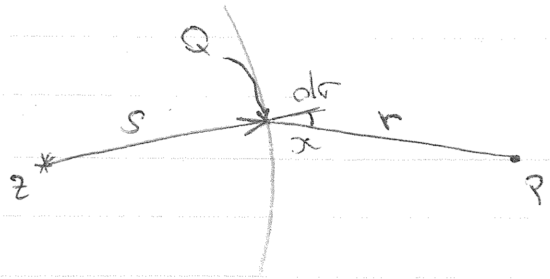
$x,y \ll a,b$

DIFRAKČNÍ APLITUDA

APROXIMACE - JEMNĚJŠÍ - FRESNELOVA DIFRAKCE

ČOČKU A FRAUNHOFEROU DIFRAKCE - ULEHČENÍ
DO OHNISKA ČOČKY (PROMÍTNE SE DIFRAKCE)

DIFRAKCE



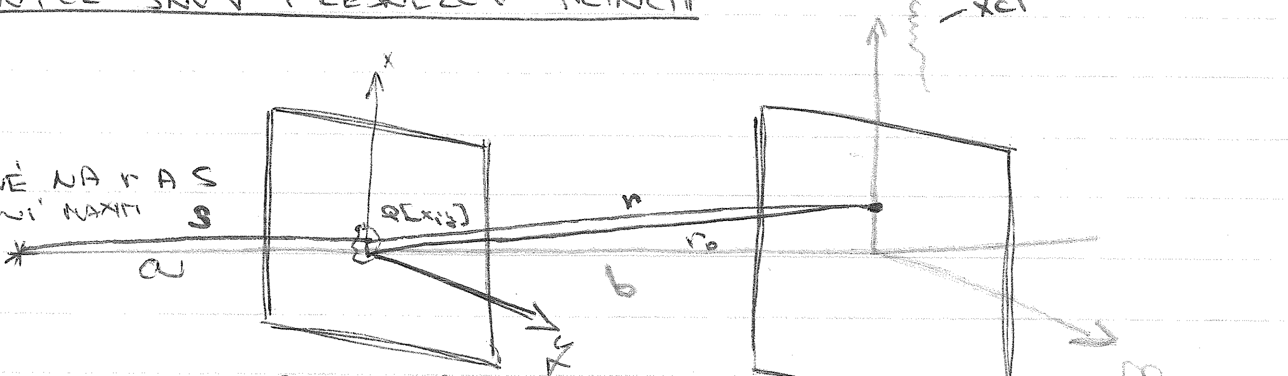
$$u(P,t)=\iint \frac{A\cdot k(\chi)}{S\cdot r}\, e^{i[\omega t-k(r+s)]}\, d\sigma$$

KIRHOFFOVA TEORIE DIFRAKCE

$$k(\chi)=\frac{i}{\lambda}\cdot\frac{1+\cos\chi}{2} \qquad \text{PRO } \chi \text{ - MALÁ} \quad k(\chi)=\frac{1}{\lambda}$$

HUYGENSNŮV - FRESNELŮV PRINCIP

VELICE CITLIVÉ NA r A S
OVLIVNÍ ROZLOŽENÍ MAXIM



$$u(P,t)=\frac{A\, i}{a\cdot b\cdot\lambda}\iint e^{i[\omega t-k(r+S)]}\,\underbrace{dx\,dy}_{\text{INTEGRUJI PŘES OTVOR}}$$

$$S=\sqrt{a^2+x^2+y^2} \qquad r=\sqrt{b^2+(x-\xi)^2+(y-\eta)^2}$$

DOSADÍM A $\boxed{\text{PRD}}$

APROXIMACE - NEJHRUBŠÍ FRAUNHOFEROVA DIFRAKCE

$$u(P,t)=A_0\cdot\int_{\sigma} e^{ik\frac{x\xi+y\eta}{r_0}}\,dx\,dy \qquad x;y \ll a;b$$

DIFRAKČNÍ APLITUDA

APROXIMACE - JEMNĚJŠÍ - FRESNELOVA DIFRAKCE

ČOČKA A FRAUNHOFEROVA DIFRAKCE - ULEHČENÍ
DO OHNISKA ČOČKY (PROMÍTNE SE DIFRAKCE)