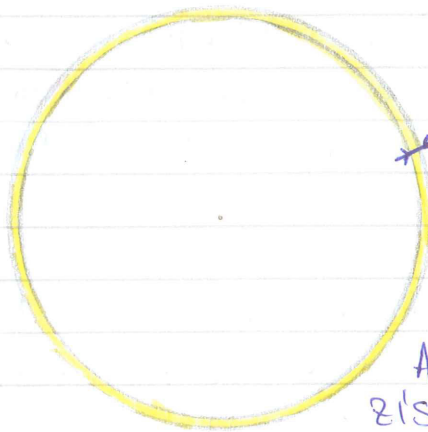


11 FYZIKA HVĚZDNÝCH ATMOSFÉR

CO JE HVĚZDNÁ ATMOSFÉRA?



STĚRICKÁ
HVĚZDA IDEÁLNĚ SYMETRICKÁ

* TENKÁ SLUPKA, ZHRUBA STEJNĚ SILNÁ,
OBALUJE HVĚZDU. OBSAHUJE ASI
 $10^{-10} M_{\text{HVĚZDY}}$. Z HLEDISKA HVĚZDÝCH
MÍTER JE TO JEN OKRAJOVÁ PODMÍNKA.
ALE VEŠKERÉ INFORMACE O VESMÍRU
ZÍSKÁME DÍKY ZAŘZENÍ A TO U HVĚZD
MUSÍ PROJÍT SKRZ HVĚZDNOU ATMOSFÉRU:

- FOTOMETRIE - FILTRY $U, B, V, \dots$
- SPEKTROSKOPIE - ABSORBOVÁNÍ/EMISNÍ ČARÝ
- SLOŽENÍ, RADIALNÍ RYCHLOST, INFO O T
- SPEKTRÁLNÍ ČARÝ SE PRAVĚ V ATMOSFÉRE
FORMUJÍ, ...

PŘI STUDIU ZAČNEME S MODELEM ATMOSFÉRY A VÝSLEDKY POROVNÁVÁME S POZOROVÁNÍM. ZE ZÁKLADNÍCH PARAMETRŮ HVĚZDY $T_{\text{eff}}, L_*, M_*, R_*, \kappa$ (SLOŽENÍ) $\rightarrow$ Z TOHO SESTAVÍME ZÁVISLOST $T(r), \rho(r), \dots$

K SESTAVENÍ MODELU POTŘEBUJEME ŘEŠIT SOUSTAVU ROVNIC, KTERÉ JSOU INTEGRODIFERENCIÁLNÍ:

- 1) ROVNICE PŘENOSU ZÁŘENÍ
- 2) ROVNICE HYDRODYNAMICKÉ - KONTINUITY
 - POKYBU
 - ENERGIE

PŘÍM NASTRŽÍ PŘEDPOKLADY, NAPŘ. ŽE ATMOSFÉRA JE STATICKÁ ($\kappa=0$) ODPADNE NÁM ROVNICE KONTINUITY A Z POKYBOVÉ ROVNICE SE STANE ROVNICE HYDROSTAT. ROVNOVÁHY.

ATMOSFÉRA SLUNCE NENÍ MOC STATICKÁ - GRANULACE, ERUPCE, PROTUBERANCE. KDYŽ SE NA SLUNCE PODÍVÁME JAKO NA CELÉK VLASTNOSTI ZPRŮCHŘOVNĚME, TAK STŘEDNÍ SLUNCE JE V KLIDU (DÁ SE Tedy APROXIMOVAT JAKO STATICKÁ ATMOSFÉRA), DÁ SE I PŘEDPOKLÁDAT ŽE ANI NENÍ KULATÉ, ALE JE TO ∞ DESKA (~~PLAN~~ PARALELNÍ DESKA ~~ATMOSFÉRA~~ - KDYŽ JE ATMOSFÉRA MNOHEM VĚŠÍ NEŽ POLOMER HVĚZDY).

VEŠKERÉ ZNALOSTI O HVĚZDNĚM NITRU ZÁVISÍ NA TOM, JAK DOBRĚ UMÍME POPSAT HVĚZDNOU ATMOSFÉRU. ZÁLEŽÍ TAM NA TOM CO JE PŘEHLEDNÉ A CO NE.

ATMOSFÉRA PŘÍDA PROCHAŢENÍ K ZÁŘENÍ NA ROZDÍL OD NITRA INTERAKCE NA DÁLKU. FOTON JE VYŽÁŘEN A NÁSLEDNĚ POHLCEN NA JINÉM MÍSTĚ ATMOSFÉRY.

FOTON MŮŽE EXCITOVAT/IONIZOVAT ATOM A OVLIVNIT TÍM VLASTNOST HMOTY, V NITRU JSOU DŮLEŽITÉ HRAVĚ SRAŽKY, ALE V ATMOSFÉRE TO PODSTATNĚ JE.

FOTONY MAJÍ VŠAK I SVOU HMĚNOST, TU PŘEDÁVají PŘI INTERAKCI ATOMŮM POKUD JE TEN PŘENOS SILNÝ MŮŽE NĀM VZNIKNOUŢ HVĚZDNÝ VÍTR.

^(E) HISTORICKÝ STRUČNÝ PŘEHLED:

- SCHUSTER (1905) - FORMULACE PŘENOSU ZÁŘENÍ ROZPTYLEN



- SCHWARZCHILD (1906) - ROZDÍL MEZI ABSORPCI A ROZPTYLEN, - TERMÁLNÍ ABSORPCE (FOTON ABSORBOVÁN HMOTOU) JEHO ENERGIE PŘEVEDENA NA TEPLŮ. TERM. EMISE - NAOPAK

2.1

-20. LÉTA - POPIS IONIZAČNÍ ROVNováHY POTOCI STATISTICKÉ MECHANIKY (SAHA). DÍKY TOMU MŮŽEME ZJISTIT ŽE PRO TEPLEJŠÍ ATMOSFÉRU JE TATŽINÉ ROZDĚLENÍ IONIZACÍ NEŽ PRO CHLADNĚJŠÍ PROSTŘEDÍ (TEPLEJŠÍ $\rightarrow$ IONIZOVĚJŠÍ). TERMODYNAMICKÁ ROVNováHA $\rightarrow$ ZÁVEDLA SE LTE (LOCAL THERM. EQUILIB.), PROTOŽE TERMODYNAMICKÁ ROVNováHA NEPLATÍ GLOBÁLNĚ (NIC BYCHOM NEVIDĚLI), ZÁVEDLA SE TĚDY LOKÁLNÍ TERM. ROVNováHA.

-PRVNÍ MODEL ATMOSFÉR - **ŠEDA' ATMOSFÉRA** - PŘEDPOKLÁDÁ SE ŽE OPACITA NEZÁVISÍ NA FREKVENCÍ. PROSTŘEDÍ ABSORBUJE NA VŠECH FREKVENCÍCH STEJNĚ A VÝHODOU JE ŽE DOSTANEME ANALYTICKÉ ŘEŠENÍ.
MILNE (1921) - PŘÍBLIŽNÉ ŘEŠENÍ PROBLÉMU
HOPF, BRONSTEIN (1930) - PŘESNÉ ŘEŠENÍ

- **GERASIMOVIC** (1929) - TVRDIL ŽE LTE NETUŠÍ PLATIT, SILNĚ VODÍKOVÉ ČARÝ ODPOVÍDÍ TOMUTO PŘEDPOKLADU.

-PRVNÍ SKUTEČNÝ MODEL - 1931 MCCREA - ZJEDNODUŠIL SI TO, UVAŽOVAL POUZE ROZPTYL A ČISTOU ABSORBCI BEZ EMISE.

- CHANDRASEKHAR (1944) - ZÁVEDL DISCRETE ORDINATE METHOD, NUMER. ŘEŠENÍ ROVNICE PŘENOSU ZÁŘENÍ V ŠEDÉ ATMOSFÉRE. I S TÍMTO SKEZENÝM MÍSTROJEM SE PONEALO UVAŽET, ŽE Hlavní **ZDROJ OPACITY** NA SLUNCI JE **H⁻**.

- SOBOLEV (1947) - APROXIMACE, VYCHÁZÍ Z TOHO^{ŽE} PRO PROSTŘEDÍ, KDE JE GRADIENT PROSTŘEDÍ HODNĚ VYSOKÝ TAK BEREME, ŽE CELÝ PŘENOS ZÁŘENÍ JE JEN LOKÁLNÍ. DO SVĚTA SE DOSTALA AŽ V 1960...

- UNSÖLD (1955) - V KEMOTNĚ, HVEZDNÉ ATMOS - KNIHA. VSECHNY PRÁCE Z TĚ DOBY POUŽÍVATÍ PŘEDPOKLAD LTE

- THOMAS (1957) - ZAVEDL MODEL DVOUHLADINOVÉHO ATOMU S KONTINUEM. PRO REZONANČNÍ ČÁRY, APROXIMUJEME TAK, ŽE EXISTUJE ROZDÍL HLADINA 1 & 2 A PAK JE IONIZACE, ZBYTEK NEXISTUJE.

- THOMAS & JEFFERIES (1958 - 1960) - POČÁTEK NON-LTE

DÍKY POKROKŮ V INFORMAČNÍCH TECHNOLOGIÍCH (LOGARITMICKÉ PRAVÍTKO NAHRADIL "DESKTOP" O VELIKOST BUDOVY).

POUŽITÍ NUMERICKÝCH METOD UŽ SE ZAČALA POUŽÍVAT I NESEDA' ATMOSFÉRA - NEPŘEDPOKLÁDÁ SE NEZÁVISLOST OPACITY NA FREKVENCII. V NESEDE' ATMOSFÉRE - ZÁŘIVÁ ROVNOVÁHA (TO CO SE V DANÉM MÍSTĚ ABSORBUJE, TO SE TAM I VYŽÁŘÍ) (VERTIKÁLA, ALE NA JAKÉ FREKVENCII).

- AVRETT & KROOK (1963)

LUCY (1964)

- 1964 FEATRIER - ROVNICE PŘENOSU ZÁŘENÍ JAKO ROVNICE 2. ŘÁDU. ~~ZÁŘENÍ~~ Z OKRAJOVÉ PODMINKY NAHOŘE A DOLE.

- 1969 MIHARA & AWEZ - MŮŽELI TUTO [↑] METODU PRO MODEL ATMOSFÉRY.

JAK SE PŘEŠLO OD SEDE' K NESEDE' ATMOSFÉRE MUSEL SE ZAČÍT ŘEŠIT PROBLÉM LINE BLANKETING

3.)

LINE BLANKETING

JE FYZIKÁLNÍ VLASTNOST, ZNAMENÁ TO ŽE V UV OBlastI JE ČAR TOLIK ŽE SE TOTALNĚ PŘEKŘIVAJÍ, FUNGUJÍ JAKO DEKA CO SNÍŽÍ (ZVÝŠÍ) OPACITU, ŽÁDNOU CO SE ABSORBUJE V UV JE EMITOVÁNO VE VIDITELNĚM SPEKTU.

METODA ODF - OPACITY DISTRIBUTION FUNCTION
(STROM & KORUCZ)

METODA OS - OPACITY SAMPLING (MONTE CARLO STYLE)

DETAILNÍ TEORIE PROFILŮ SPEKTRÁLNÍCH ČAR

- ~~37~~ DVA STĚŽY

1) STARKOVSKÉ ROZŠÍŘENÍ ČAR PRO H, He (1974)

2) NEKOHERENTNÍ ROZPTÝL (1982)

POZN: ROZPTÝL V ČARÁCH - ROZPTÝL NACHÁZÍČICH JE KLASIKA LETI ČÁSTICE NARAZÍ A ZASE OPLETÍ.

NA ČARÁCH LETI FOTON JE ABSORBOVÁN, ZEMĚNA V REZONANČNÍ ČÁSTI A VŽÁPĚTÍ JE EMITOVÁN.

VEŠTNOU SE BĚŽE FREKVENCE ABSORBOVÁNÉ ČARBY A EMITOVÁNÉ SE NEMENÍ (KOHERENTNÍ ROZPTÝL), COŽ NENÍ PŘESNÉ. LEPŠÍ JE VŽÍT NEKOHERENTNÍ ROZPTÝL, EMITOVANÁ FREKVENCE SE ZMĚNÍ A ZÁVISÍ NA ABSORBOVÁNÉ FREKVENCI.

POČÍTAŇÍ MODELŮ ATMOSFÉR

(JSME V NON-LTE)

1) METODA ÚPLNÉ LINEARIZACE - AUER & MIHALAS (1969),
VŽIKLA DÍKY POČÍTAČŮM

2) URÝCHLENA LAMBDA ITERACE - OLSON, AUER, BUCHLER (1986),

NUMERICKÁ METODA ZALOŽENÁ NA JAKOBIHO
ITERACÍCH (19. STOLETÍ).

3) SUPER HLADINY - ANDERSON (1989) - VĚTNO ENERGETICKÉ HLADINY
ATOMU A Ž 20 HLADIN UDELAŇ 1

4) VŠE DOHROMADY - HUBENY & LANZ (1992, 1995) - PROGRAM
TLUSTY

- 3D MODEL CARLSSON
- EXPANDUJÍCÍ ATMOSFÉRY 1970 - SOLOMON
(HORKÉ HVĚZDY) 1975 - CASTOR, ABBOT, KLEIN
- S VĚTREM HNANÝM ZÁŽENÍM

4

INTERAKCE ZAŘEZENÍ S HMOTOU - HLAVNÍ NAPLŇ PŘEDNÁŠEK

SVĚLO EL MAG. ZAŘEZENÍ — ZAŘÍČKY (KINETICKÝ POPIS - DISTRIBUČNÍ FUNKCE FOTONŮ)
 — VLNŮ (POMOCÍ ENERGIE $\vec{E}$)

FENOMENOLOGICKÝ PŘÍSTUP (POSTUP) - POPIS ZAŘEZENÍ - MAKROSKOPICKÝ

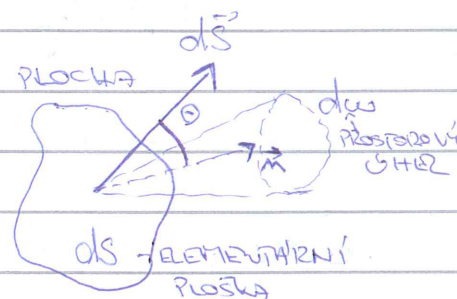
VELICINY: SPECIFICKÁ INTENZITA

$$dE = I(\vec{r}; \vec{n}; \nu; t) d\vec{S} \cdot \vec{n} d\omega dt d\omega$$

$$[I] \text{ (CGS)} = \text{erg} \cdot \text{cm}^2 \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{Hz}^{-1} \cdot \text{sr}^{-1}$$

! NEZÁVISÍ NA VZDÁLENOSTI OD ZDROJE

$$d\vec{S} \cdot \vec{n} = dS \cdot \cos \theta$$



ČÍSLOVÁ HUSTOTA FOTONŮ

$$\int n(\vec{r}; \vec{n}; \nu; t) d\omega d\nu \text{ cokte } d\vec{S} \cdot \vec{n}$$

POČET FOTONŮ V MÍSTĚ $\vec{r}$ O FREQ. ($\nu, \nu + d\nu$) POHLEDY SE VE SMĚRU $\vec{n}$ DO ÚHLOU $d\omega$

$$dE = h\nu \cdot c \cdot n(\vec{r}; \vec{n}; \nu; t) d\omega d\nu dt d\vec{S} \cdot \vec{n}$$

$$\underline{ch\nu \cdot n = I}$$

ROZDELOVACÍ FUNKCE ZAŘEZENÍ

HUSTOTA $\vec{p} = \frac{h\nu}{c} \cdot \vec{n}$

$$f_k(\vec{r}; \vec{p}; t) d^3\vec{r} d^3\vec{p}$$

SPIN

$$f_e(\vec{r}; \vec{p}; t) d^3\vec{p} d^3\vec{r} = \sum_{k=1}^2 f_k(\vec{r}; \vec{p}; t) d^3\vec{r} d^3\vec{p}$$

NEPOLARIZOVANÉ ZAŘEZENÍ $\Rightarrow f_1 = f_2$
 $f_e = 2f_k$

$$f_e(\vec{r}; \vec{p}; t) d^3\vec{p} d^3\vec{r} \Rightarrow f_e(\vec{r}; \vec{n}; \nu; t) d^3\vec{r} \frac{h^3 \nu^2}{c^3}$$

$$d^3\vec{p} = p^2 dp d\omega = \frac{h^3 \nu^2}{c^3} d\omega d\nu$$

$$dE = h\nu \frac{h^3 \nu^2}{c^3} f_e(\vec{r}; \vec{n}; \nu; t) d^3\vec{r} \cdot \vec{n} \cdot d\vec{S} \cdot d\omega d\nu \cdot c \cdot dt$$

$$f_2(\vec{r}; \vec{M}; \nu; t) = \frac{c^2}{h^4 \cdot \nu^3} \cdot I(\vec{r}; \vec{M}; \nu; t) = \frac{c^3}{h^3 \nu^2} \cdot f_N(\vec{r}; \vec{M}; \nu; t)$$

↳ RELATIVISTICKY INVARIANTNÍ

ROVNOVÁŽNÉ ROZDĚLENÍ

$M_\lambda = h^3 f_\lambda$ -- HMOTA VE FÁZOVÉM PROSTORU

$$I = h \nu \cdot c \cdot f_\nu = \frac{h^4 \cdot \nu^3}{c^2} f_\nu = \frac{2 h^4 \nu^3}{c^2} f_\lambda = \frac{2 h \nu^3}{c^2} M_\lambda$$

BOSONY: $M_\lambda = \frac{1}{e^{\frac{\epsilon - \mu}{kT}} - 1}$ -- PRO FOTONY PLATÍ: $\epsilon = h \nu$, $\mu = 0$

$$I(\nu) = \frac{2 h \nu^3}{c^2} \cdot \frac{1}{e^{-\frac{h \nu}{kT}} - 1}$$

ROVNOVÁŽNÉ ROZDĚLENÍ

$B(\nu) = B_\nu \Rightarrow$ PLANCKOVA FUNKCE $\rightarrow$ ZAŘEŽÍ ABSOLUTNĚ ČERNÉHO TĚLESA

LIMITY: $\frac{h \nu}{kT} \gg 1$ -- $B_\nu \approx \frac{2 h \nu^3}{c^2} \cdot \frac{1}{e^{\frac{h \nu}{kT}}}$ -- WIEGENOV ZÁKON

$\frac{h \nu}{kT} \ll 1$ -- $B_\nu \approx \frac{2 \nu^2 kT}{c^2}$ -- RAYLEIGH-JEANS ZÁKON

$$B(T) = \int_0^\infty B_\nu(T) d\nu = \frac{2h}{c^2} \left(\frac{kT}{h} \right)^4 \underbrace{\int_0^\infty \frac{x^3}{e^x - 1} dx}_{\frac{\pi^4}{15}} = \frac{\sigma}{\pi} \cdot T^4$$

$$\sigma = \frac{2 \pi^5 \cdot k^4}{15 c^2 \cdot h^3} = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ erg} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{K}^{-4}$$

STEFAN-BOLTZMAN KONSTANTA

STŘEDNÍ INTENZITA (0. MOMENT) (KULTY MOMENT)

$$J(\vec{r}; \nu; t) = \frac{1}{4\pi} \oint I(\vec{r}; \vec{M}; \nu; t) d\omega \quad [J] = \text{erg} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{Hz}^{-1}$$

$$E_\nu(\nu) = h \nu \oint f_\nu(\vec{r}; \vec{M}; \nu; t) d\omega \quad \text{-- ZAŘÍVÁ ENERIE}$$

$$c \cdot h \nu \cdot f_\nu = I$$

5.)

$$\rightarrow E_r(\vec{r}; \nu; t) = \frac{1}{c} \oint I(\vec{r}; \vec{n}; \nu; t) d\omega = \frac{4\pi}{c} J(\vec{r}; \nu; t)$$

$$[E_r] = \text{erg} \cdot \text{cm}^{-3} \cdot \text{Hz}^{-1}$$

HUSTOTA ŽAŘIVÉ ENERGIE

$$E_r(\vec{r}; t) = \int_0^\infty E_r(\nu; t; \vec{r}) d\nu = \frac{4\pi}{c} \int_0^\infty J_\nu(\vec{r}; t) d\nu = \frac{4\pi}{c} J(\vec{r}; t) \quad \text{CELKOVÁ ENERGIE}$$

$$E_r^*(\nu) = \frac{4\pi}{c} B_\nu(T) \quad E_r^* = \int_0^\infty E_r(\nu) d\nu = \frac{8\pi h}{c^3} \int_0^\infty \frac{\nu^3}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} d\nu =$$

ROVNOSTAŽNÁ HODNOTA

$$= \frac{8\pi^5 \cdot k^4}{15c^3 \cdot h^3} T^4 = \frac{4\sigma}{c} T^4 = a_r \cdot T^4$$

$$a_r = 7,56 \cdot 10^{-15} \text{ erg} \cdot \text{cm}^{-3} \cdot \text{K}^4 \quad \text{-- STEFANOVÁ KONSTANTA}$$

TOK (ŽAŘIVÝ) (1. MOMENT)

OTŘEVA HUSTOTA FOTONŮ:

$$N(\vec{r}; \nu; t) d\nu = d\nu \left(\oint f_\nu(\vec{r}; \vec{n}; \nu; t) \underbrace{c d\omega \cdot \vec{n} \cdot d\vec{S}}_{\text{cm}^2 \cdot d\omega} \right) \quad | \cdot h\nu$$

$$h\nu N(\vec{r}; \nu; t) = \underbrace{(ch\nu \oint f_\nu(\vec{r}; \vec{n}; \nu; t) \vec{n} \cdot d\omega)}_{\vec{F}(\vec{r}; \nu; t)} d\vec{S}$$

$$\vec{F}(\vec{r}; \nu; t) = \oint \mathbf{I}(\vec{r}; \vec{n}; t; \nu) \vec{n} d\omega \quad [F] = \text{erg} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{Hz}^{-1}$$

TOK IZOTROPNÍHO TĚLESA JE NULOVÝ

$$\vec{F}(\vec{r}; t) = \int_0^\infty \vec{F}_\nu(\vec{r}; t) d\nu \quad \text{-- CELKOVÝ TOK}$$

TENZOR TLAKU ŽAŘIVÝ (TENZOR NAPĚNÍ) (2. MOMENT)

$$\vec{P}(\vec{r}; \nu; t) = \frac{1}{c} \oint \mathbf{I}(\vec{r}; \vec{n}; \nu; t) \cdot \vec{n} \cdot \vec{n} d\omega \quad [P] = \text{erg} \cdot \text{cm}^{-3} \cdot \text{Hz}^{-1}$$

$$\vec{n} \cdot \vec{n} = n_i \cdot n_j$$

$P_{ij} = P_{ji}$ -- SYMETRICKÝ TENZOR, 6 NEZÁVISLÝCH SLOŽEK

$$P_{ij}(\vec{r}; \nu; t) = \underbrace{\oint f_\nu(\vec{r}; \vec{n}; \nu; t) c \cdot n_i}_{\text{POČET FOTONŮ}} \cdot \underbrace{\frac{h\nu n_j}{c} d\omega}_{\text{IMPULZ VE SMĚRU } n_j}$$

STOPA TENZORU ŽÁŘENÍ

$$\text{Tr } \vec{P} = \sum_i P_{ii} = \frac{1}{c} \int I(\vec{r}; \vec{n}; \nu; t) d\omega = E_L(\vec{r}; \nu; t)$$

$$\sum_i m_i m_i = 1$$

IZOTROPNÍ ŽÁŘENÍ

$$\frac{1}{3} \text{Tr } \vec{P} = P_A \quad \text{TLAK}$$

K - INTEGRAL

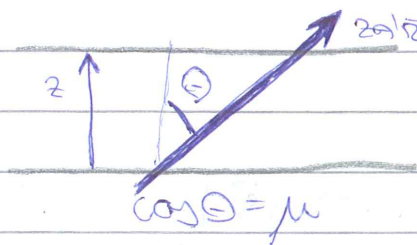
$$\vec{K}(\vec{r}; \nu; t) = \frac{1}{4\pi} \oint I(\vec{r}; \vec{n}; \nu; t) \vec{n} \cdot \vec{n} d\omega = \frac{c}{4\pi} \vec{P}$$

ČASTO POUŽÍVANÉ GEOMETRICKÉ APROXIMACE

KARTÉZSKÁ SOUSTAVA - LEPŠÍ, JEDNODUŠŠÍ I PRO HVĚZDY

PLANOPARALELNÍ ATMOSFÉRA

- VELICINY ŽÁVISÍ JEN NA 1 SOUŘADNICI KARTÉZSKÉHO SYSTÉMU



žáření

$$P(\vec{r}) \rightarrow T(z), P(z)$$

$$I(z; \vec{n})$$

$$I(\vec{r}; \vec{n}; \nu; t) \rightarrow I(z; \mu; \nu; t)$$

$$J(\vec{r}; \nu; t) \rightarrow J(z; \nu; t)$$

$$F(\vec{r}; \nu; t) \rightarrow F(z; \nu; t)$$

$$k(\vec{r}; \nu; t) \rightarrow k(z; \nu; t)$$

žáření NEŽÁVISÍ NA ϕ , JEN NA θ

$$J(\vec{r}; \nu; t) = \frac{1}{4\pi} \int I(\vec{r}; \vec{n}; \nu; t) d\omega \rightarrow J(z; \nu; t) = \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} d\phi \int_{-1}^1 d\mu I(z; \mu; \nu; t) =$$

$$= \frac{1}{2} \int_{-1}^1 I(z; \mu; \nu; t) d\mu$$

$$d\omega = \sin \theta \cdot d\theta d\phi = -d\mu d\phi$$

$$\vec{F} = \int_{4\pi} I(\vec{r}; \vec{n}; \nu; t) \vec{n} d\omega \rightarrow \vec{n} = (n_x, n_y, n_z) = (\sqrt{1-\mu^2} \cdot \cos \phi, \sqrt{1-\mu^2} \cdot \sin \phi, \mu)$$

$$\rightarrow \int_0^{2\pi} d\phi \int_{-1}^1 d\mu \mu \cdot I(z; \mu; \nu; t)$$

$$F_x = 0; F_y = 0 \leftarrow \text{INTEGRÁL } \cos \theta = 0 \quad \left(\text{sinusoida} \right)$$

$$F_z = 2\pi \int_{-1}^1 \mu I(z; \mu; \nu; t) d\mu$$

6)

EDDINGTONOV TOKASTROPYZ.
TOK

$$H(z; \nu; t) = \frac{1}{4\pi} F(z; \nu; t) = \frac{1}{2} \int_0^1 d\mu \mu I(z; \nu; \mu; t)$$

$\tilde{J} = \frac{1}{\pi} F$ (V KNIAHACH JSOU F A F ZAMENENY - POZOR
TEDY NA π -NÁSOBU)

$$\vec{P} = -\frac{1}{c} \oint I(\vec{r}, \vec{m}; \nu; t) \vec{m} \vec{m} d\omega$$

$$P(z, \nu; t) = \frac{4\pi}{c} \begin{pmatrix} k(z, \nu; t) & 0 & 0 \\ 0 & k(z, \nu; t) & 0 \\ 0 & 0 & k(z, \nu; t) \end{pmatrix} = \frac{2\pi}{c} \begin{pmatrix} 3k(z, \nu; t) - J(z, \nu; t) & 0 & 0 \\ 0 & 3k(z, \nu; t) - J(z, \nu; t) & 0 \\ 0 & 0 & 3k(z, \nu; t) - J(z, \nu; t) \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 3k(z, \nu; t) & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow P(z, \nu; t) = \begin{pmatrix} P_z & 0 & 0 \\ 0 & P_z & 0 \\ 0 & 0 & P_z \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 3P_z - E_z & 0 & 0 \\ 0 & 3P_z - E_z & 0 \\ 0 & 0 & 3P_z - E_z \end{pmatrix}$$

$$k(z, \nu; t) = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 \mu^2 I(z, \mu; \nu; t) d\mu ; P_z = \frac{4\pi}{c} k ; E_z = \frac{4\pi}{c} J$$

DIVERGENCE: $(\vec{\nabla} \cdot \vec{P})_z = \frac{dP_z}{dz} \rightarrow$ GRADIENT TĚLU ZÁŘENÍ

↓ IZOTROPNÍM PROSTŘEDÍ: $3P_z = E_z ; k = \frac{J}{3}$

EXTREM-ANIZOTROPNÍ ZÁŘENÍ: $J = k ; \vec{P} = \frac{4\pi}{c} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k \end{pmatrix}$

EDDINGTONOV FAKTOR: $f(z, \mu; t) = \frac{k(z, \mu; t)}{J(z, \mu; t)}$

IZOTROPNÍ: $f = \frac{1}{3}$; EXTREM: $f = 1$

↳ EDDINGTONOVA
APPROXIMACE

SFÉRICKY SYMETRICKÁ ATMOSFÉRA

$$I(\vec{r}, \vec{m}; \nu; t) \rightarrow I(r; \mu; \nu; t)$$

$$(\vec{\nabla} \cdot \vec{P})_r = \frac{dP_r}{dr} + \frac{3P_r - E_r}{r}$$

OSTATNÍ VĚTAMY DOSTI PODOBNE.

JAK SE VELICINY MENÍ PŘI PŘECHODU HMOTOU?

→ EMISE, ABSORPCE FOTONŮ

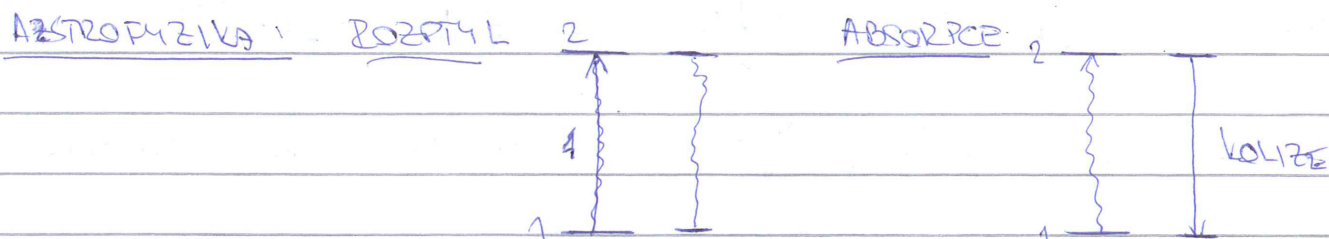
CO JE TO ABSORPCE? → FYZIKA: KVANTOVĚ-MECHANICKÝ PŘECHOD:

- PŘESKOK ELEKTRONU (ATOMU) NA VYŠŠÍ ENERGIJOVOU HLADINU
- ODDĚLENÍ ELEKTRONU
- ZVÝŠENÍ KINETICKÉ ENERGIJE VOLNÉHO ELEKTRONU V POLI ATOMU

CO JE EMISE? → FYZIKA: KVANTOVĚ-MECHANICKÝ PŘECHOD:

- SPONTÁNNÍ PŘECHOD ATOMU DO KŘEŠÍ ENERGIJOVÉ HLADINY
- REKOMBINACE Z KONFINOVA DO VÁZANÉHO STAVU

CO JE ROZPTYL? → FYZIKA: PROCES S CENTREM ROZPTYLU



PROVA ABSORPCE - FOTON IONIZUJE ATOM

- FOTON ABSORBOVAN ELEKTRONEM V POLI ATOMU
- ATOM JE FOTOEXCITOVÁN BEZ NÁSLEDNÉ EMISE

PŘÍKLADY ROZPTYLOVÝCH PROCESŮ - EXCITACE + NÁSLEDNÁ DEEXCITACE

- ROZPTYL NA VOLNÝCH ELEKTRONECH (THOMSONOV, COMPTONŮV)
- ROZPTYL NA VÁZANÝCH ELEKTRONECH (RAYLEIGH, RAMAN)

7)

"NEJASNÉ" PROCESY - TRŽHLADINOVÝ ATOM

ABSORPČNÍ KOEFICIENT (TĚŽ EXCITACNÍ KOEFICIENT, OPACITA)

X

$$\delta \varepsilon = \chi(\vec{r}; \vec{m}; \nu; t) I(\vec{r}; \vec{m}; \nu; t) dS d\omega d\nu dt \quad [\chi] = \text{cm}^2 [\text{CGS}]$$

ELEMENT
OBJEKTU

 $\frac{1}{\chi}$ - STŘEDNÍ VOLNÁ DRÁHA FOTONU

$$\chi(\vec{r}; \vec{m}; \nu; t) = \underbrace{\kappa(\vec{r}; \vec{m}; \nu; t)}_{\text{PRAVÁ ABSORPCE}} + \underbrace{\sigma(\vec{r}; \vec{m}; \nu; t)}_{\text{ROZPTYL}}$$

NEKDY SE POUŽÍVA: $\chi = \tilde{\chi} \cdot \rho$ — HUSTOTA

$\uparrow$ OPACITA [$\text{cm}^2 \cdot \text{g}^{-1}$]

EMISNÍ KOEFICIENT (TĚŽ EMISIVITA)

η

$$\delta \varepsilon = \eta(\vec{r}; \vec{m}; \nu; t) dS d\omega d\nu dt \quad [\eta] = \text{erg cm}^3 \cdot \text{Å}^{-1} \cdot \text{sr}^{-1} \cdot \text{Hz}^{-1}$$

$$\eta(\vec{r}; \vec{m}; \nu; t) = \underbrace{\eta^{\text{TH}}(\vec{r}; \vec{m}; \nu; t)}_{\text{TERMIČNÍ EMISE}} + \underbrace{\eta^{\text{S}}(\vec{r}; \vec{m}; \nu; t)}_{\text{ROZPTYL (SCATTERING)}}$$

ROVNOVÁŽNÝ STAV

$\eta^*(\nu) = \kappa(\nu) B(\nu)$ — VÝPLÝVA Z TERMODYNAMIKY
KIRCHHOFFŮV ZÁKON.

ROVNICE PŘENOSU ŽÁŘENÍ (RTE)

A VNÍŠE A CHASE

$\delta \varepsilon$ ŽÁŘENÍ dS — $\delta \varepsilon$ ROZDÍL ENERGIJE VNÍŠE A CHASE

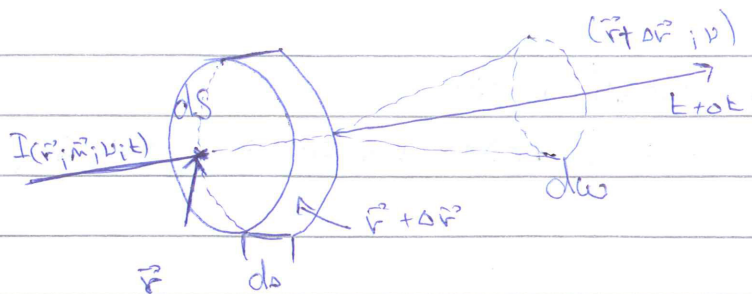
$$[I(\vec{r} + \vec{r}'; \vec{m}; \nu; t + \Delta t) - I(\vec{r}; \vec{m}; \nu; t)] dS d\omega d\nu dt =$$

$$\underbrace{\delta \varepsilon_{\text{EMISIVITA}}}_{\text{RZUK}} - \underbrace{\delta \varepsilon_{\text{ABSORB}}}_{\text{ROZDÍL HNOŽEVNÍ ENERGIJE ABSORBOVANÉ A EMISNÍ}} =$$

$$[\eta(\vec{r}; \vec{m}; \nu; t) - \chi(\vec{r}; \vec{m}; \nu; t) I(\vec{r}; \vec{m}; \nu; t)] dS d\omega d\nu dt$$

$$I(\vec{r} + \vec{r}'; \vec{m}; \nu; t + \Delta t) = I(\vec{r}; \vec{m}; \nu; t) + \left[\frac{1}{c} \frac{\partial I}{\partial t} + \frac{\partial I}{\partial A} \right] dA$$

$$\Delta t = \frac{\Delta A}{c}$$



$$\left[\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{p} \right] I(\vec{r}; \vec{n}; \nu; t) = \mathcal{R}(\vec{r}; \vec{n}; \nu; t) - \mathcal{X}(\vec{r}; \vec{n}; \nu; t) I(\vec{r}; \vec{n}; \nu; t) =$$

$$= \left[\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} + \vec{n} \cdot \vec{\nabla} \right] I(\vec{r}; \vec{n}; \nu; t)$$

BTE (ČESKY RPŽ) JAKO BOLTZMANOVA ROVNICE

$$\frac{\partial f}{\partial t} + (\vec{n} \cdot \vec{\nabla}) f + (\vec{F} \cdot \vec{p}) f = \left(\frac{df}{dt} \right)_{\text{coll}}$$

↑ VNEJŠÍ SILY

PRO FOTONY $\vec{F} = \vec{0}$ (BEZ OBECNÉ
TEORIE RELATIVITY)

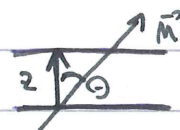
$f = \frac{I}{c h \nu}$ ROZDELOVACÍ FUNKCE

$$\frac{1}{c h \nu} \left[\frac{\partial I}{\partial t} + c (\vec{n} \cdot \vec{\nabla}) I \right] = \frac{\mathcal{R} - \mathcal{X} I}{h \nu}$$

ROVINNÁ GEOMETRIE

$$\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y} = 0$$

$$n_z = \cos \Theta = \mu$$



$$\left[\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} + \mu \frac{\partial}{\partial z} \right] I(z; \mu; \nu; t) = \mathcal{R}(z; \mu; \nu; t) - \mathcal{X}(z; \mu; \nu; t) I(z; \mu; \nu; t)$$

STACIONÁRNÍ - STATICKÝ PŘÍPAD: $\mu \frac{\partial I(z; \mu; \nu)}{\partial z} = \mathcal{R}(z; \mu; \nu) - \mathcal{X}(z; \mu; \nu) I(z; \mu; \nu)$

JEDNODUŠÍ ROTACE: $\mu \frac{dI_{\mu\nu}(z)}{dz} = \mathcal{R}_{\mu\nu}(z) - \mathcal{X}_{\mu\nu}(z) \cdot I_{\mu\nu}(z)$

SFÉRIKÁ GEOMETRIE, $\frac{\partial}{\partial \varphi} = 0$

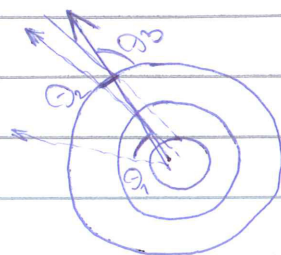
$$\frac{\partial}{\partial s} \rightarrow \frac{dr}{ds} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial \Theta}{\partial s} \frac{\partial}{\partial \Theta} = \cos \Theta \frac{\partial}{\partial r} - \frac{\sin \Theta}{r} \frac{\partial}{\partial \Theta} = \mu \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1-\mu^2}{r} \frac{\partial}{\partial \mu}$$

$$\text{BTE: } \left[\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} + \mu \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1-\mu^2}{r} \frac{\partial}{\partial \mu} \right] I(r; \mu; \nu; t) = \mathcal{R}(r; \mu; \nu; t) - \mathcal{X}(r; \mu; \nu; t) I(r; \mu; \nu; t)$$

8.1

STACIONÁRNÍ - STATICKÝ PŘÍPAD: $\frac{\partial}{\partial t} = 0$ $\mu \frac{\partial I_{\mu\nu}(r)}{\partial r} + \frac{1-\mu^2}{r} \frac{\partial I_{\mu\nu}(r)}{\partial \mu} =$

$$= R_{\mu\nu}(r) - X_{\mu\nu}(r)$$



OPTICKÁ HLoubKA

$$d\tau(z; \nu) = -\chi(z; \nu) dz \quad \tau(z; \nu) = \int_z^{z_{\max}} \chi(z'; \nu) dz'$$

τ - POČET STŘEDNÍCH VLNÝCH DRAH $\geq A$ $z_{\max}$

$\tau \ll 1$ OPTICKY TENKÉ

$\tau \gg 1$ OPTICKY TLUSTÉ (MRAKY)

VIDATNOST (TÉŽ ZDROJOVÁ FUNKCE)

$$S(z; \nu) = \frac{\mu(z; \nu)}{\chi(z; \nu)}$$

$$\text{STE: } \mu \frac{dI_{\nu}}{d\tau_{\nu}} = I_{\nu} - S_{\nu} \quad \text{--- ČASTÍ TVAR}$$

$(-1 \leq \mu \leq 0)$

OKRAJOVÉ PODMÍNKY: KONEČNÁ VRSTVA

$$I(\tau_{\nu}=0; \mu; \nu) = \bar{I}(\mu; \nu)$$

$\tau_{\nu} T_{\nu}$

$$I(\tau_{\nu} = T_{\nu}; \mu; \nu) = \bar{I}(\mu; \nu)$$

$(0 \leq \mu \leq 1)$

SYMETRICKÁ VRSTVA

$$\tau_{\nu} T_{\nu} \leftarrow I(\tau_{\nu} = T_{\nu}; -\mu; \nu)$$

POLOKONEČNÉ PROSTŘEDÍ: HORNÍ: $I(\tau_{\nu}=0; \mu; \nu)$ τ_{ν}

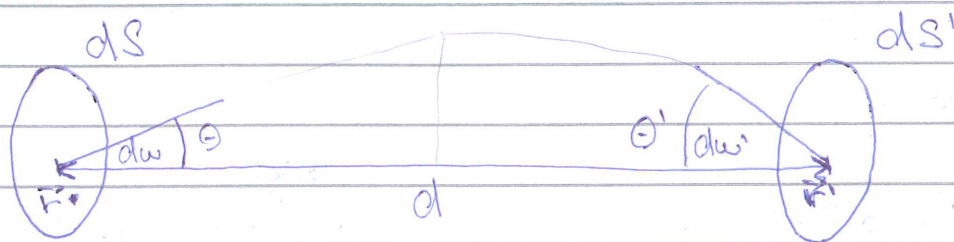
$$\text{SPODNÍ: } \lim_{\tau_{\nu} \rightarrow \infty} I(\tau_{\nu}; \mu; \nu) e^{-\frac{\tau_{\nu}}{\mu}} = 0$$

ATMOSFÉRY - ČVĚKO

SPECIFICKÁ INTENZITA - MNOŽSTVÍ ENERGIE δE PROŠLÉ JEDNOTKOVOU PLOCHOU dS V BODĚ $\vec{r}$ VE SMĚRU $\vec{n}$ DO PROSTOROVÉHO ÚHLU $d\omega$ V INTERVALU FREKVENCÍ $(\nu; \nu + d\nu)$ V ČASE t ZA ČAS dt Tedy:

$$\delta E = I(\vec{r}; \vec{n}; \nu; t) dS \cos \Theta d\omega d\nu dt$$

SPECIFICKÁ INTENZITA ~~PRO DVA~~ NEZÁVISÍ NA VZDÁLENOSTI OD ZDROJE. IDE O TO POROVNAT TUTO ROVNICI PRO DVA BODY A POROVNAT ZDÁJE TO STEJNÉ.



$\delta E = \delta E'$ ZACHOVÁNÍ ENERGIE

$$\delta E = I(\vec{r}; \vec{n}; \nu; t) dS \cos \Theta d\nu dt d\omega$$

$$\delta E' = I'(\vec{r}'; \vec{n}'; \nu; t) dS' \cos \Theta' d\nu dt d\omega'$$

DOSADÍME

$$d\omega' = \frac{dS'}{d^2} \cos \Theta'$$

$$d\omega = \frac{dS}{d^2} \cos \Theta$$

$$\delta E = I(\vec{r}; \vec{n}; \nu; t) dS dS' d\nu dt \cos \Theta' \cos \Theta \frac{1}{d^2}$$

$$\delta E' = I'(\vec{r}'; \vec{n}'; \nu; t) dS dS' d\nu dt \cos \Theta' \cos \Theta \frac{1}{d^2}$$

PAK $I' = I$

POUŽITÍM ZÁKONA ZACHOVÁNÍ ENERGIE TO SEDÍ!

PLANCKOVA FUNKCE

$$B_\nu = \frac{2h \cdot \nu^3}{c^2} \cdot \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$$

WIENOVA LIMITA

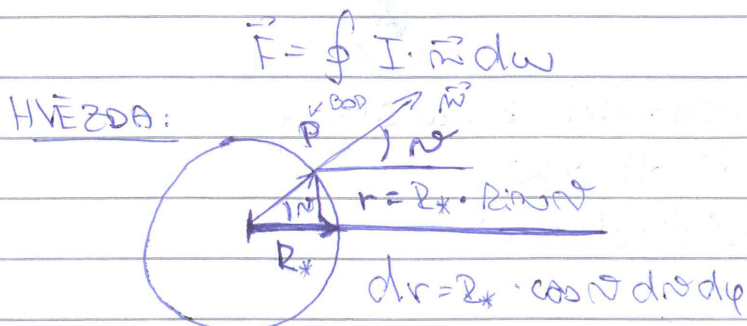
$$\frac{h\nu}{kT} \gg 1 \quad \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}}}$$

$$B(T) = \int_0^\infty \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} = \left| \begin{array}{l} x = \frac{h\nu}{kT} \\ dx = \frac{h}{kT} d\nu \\ y = \frac{kTx}{h} \end{array} \right| = \frac{2h}{c^2} \int_0^\infty \left(\frac{kTx}{h}\right)^3 \frac{1}{e^x - 1} \cdot \frac{dx}{x}$$

$$\cdot \frac{kT}{h} dx = \frac{2 \cdot (kT)^4}{c^2 \cdot h^3} \int_0^\infty \frac{x^3}{e^x - 1} dx = \frac{2(kT)^4}{c^2 h^3} \cdot \frac{\pi^4}{15} = \frac{2k^4 \pi^4}{c^2 h^3 \cdot 15} T^4$$

$$\sigma = \frac{2k^4 \cdot \pi^5}{15 \cdot h^3 \cdot c^2}$$

TOK ŽÁŘENÍ



ŽÁŘENÍ
PROČ ŽHĚZD NEMÍ POROVNÁVNÁ SPECIFICKÁ INTENZITA, ALE TOK? ŽE SLUNCE POROVNÁVNÉ SPECIFICKOU INTENZITU, ALE ODJINÝCH HVĚZD NE, PROTOŽE JSOU DÁLĚ.

OKRAJOVÉ ŽÁŘENÍ: VYJÁDRÍME SI INTENZITU V BODĚ P.

INTENZITA BUDE V ROVNÝCH BODECH JINÁ $dS = 2\pi \cdot r dr = 2\pi R_* \cdot \sin \theta dr = R_*^2 \sin \theta \cos \theta d\theta d\phi \Rightarrow$

$$\Rightarrow \pi R_*^2 \bar{I}(R_*, r) = \int_0^{2\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} I(R_*, r; \theta; \phi) R_*^2 \cdot \underbrace{\cos \theta}_{\vec{n}} \cdot \underbrace{\sin \theta d\theta d\phi}_{d\omega}$$

INTEGRÁL PŘES CELÝ DISK

TOHLE JE TO CO POKAŽOVÁME ŽE HVĚZDY, JE TO ŽINTEGROVANÁ SPECIFICKÁ INTENZITA. COŽ JE VLASTNĚ VZTAH PRO TOK ŽÁŘENÍ

$$\boxed{\bar{I} = \frac{I}{\pi}}$$

ROVNICE PŘENOSU ŽÁŘENÍ

$$\mu \frac{dI_{\gamma h}}{dz} = -\chi_{\gamma h} I_{\gamma h} + \eta_{\gamma h}$$

η - EMISNÍ KOEFICIENT

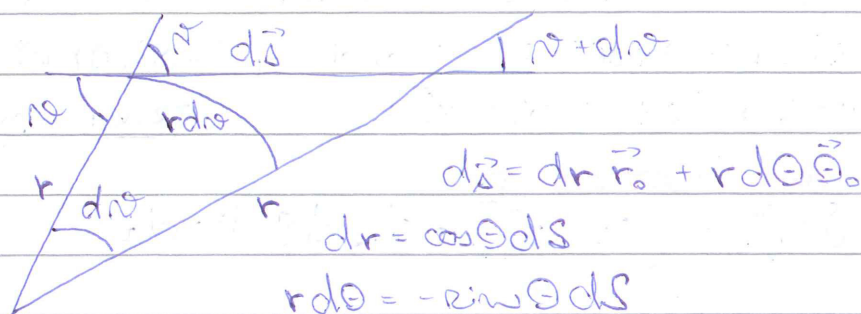
χ - ABSORBNÍ

KOMŽ KEMŽEJME POKET PLANPARALELNÍ, POKETJEME SFERICKY SYMETRICKO

$$\frac{1}{c} \left[\frac{dI}{dt} + c (\vec{n} \cdot \nabla) I \right] = \eta - \chi I$$

↓ PŘECHOD DO 1 SMĚRU (PLANPARALELNÍ)

$$\frac{1}{c} \frac{dI}{dz} + \frac{\partial}{\partial s} I = \eta - \chi I \quad \Delta - \text{OBECHY SMĚRY}$$



POTŘEBUJEME TO DOSTAT Z PLANPARALELNÍ GEOMETRIE DO GEOMETRIE SFERICKÉ JEDINÝ ČLEN, KTERÝ SE TAM BUDE LÍST JE $\frac{\partial}{\partial s}$, TEN Tedy MUSÍME SPOTYAT.

$$\frac{dr}{ds} \cdot \frac{\partial I}{\partial r} + \frac{d\theta}{ds} \cdot \frac{\partial I}{\partial \theta}$$

↓

$$\cos \theta \frac{\partial I}{\partial r} - \frac{r \sin \theta}{r} \cdot \frac{\partial I}{\partial \theta}$$

$$\cos \theta \frac{\partial I}{\partial r} + \frac{r \sin^2 \theta}{r} \cdot \frac{\partial I}{\partial \mu}$$

SFERICKÉ

$$\mu \frac{\partial I}{\partial r} + \frac{(1-\mu^2)}{r} \cdot \frac{\partial I}{\partial \mu}$$

$$\mu = \cos \theta \quad d\mu = -\sin \theta d\theta$$

$$\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$$

$$\sin^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta$$

OPTICKÁ HLoubKA

$$dI = -\chi dz$$

↑ POKET STŘEDNÍCH VLNŮCH DRAH

NA KAŽDÉ FRAKVENCI JE OPTICKÁ HLOUBKA ŽINKA!

ZDROJOVÁ FUNKCE (VÝDATNOST)

$$S = \frac{\eta}{\chi}$$

$$\mu \frac{dI_{\nu}}{dz} = I_{\nu} - S_{\nu}$$

VÝDĚLNĚ S ENERGII:

$$dE = \eta \left(\frac{h\nu}{h\nu} \right) ds ds d\nu dt$$

KDYŽ TUTO VÝRAZ ZINTEGROVEME PŘES VŠECHNY ČÍSLY
A VÝDĚLNĚ ENERGII FOTONU, DOSTANEME POČET
EMITOVANÝCH FOTONŮ:

TRIK: $\eta_{\nu} ds = \eta_{\nu} \frac{\chi_{\nu}}{\chi_{\nu}} ds = \int dE_{\nu}$

EMISNÍ KOEFICIENT

$$g_{\nu}^{em} = \eta(\nu) \cdot \frac{h\nu}{h\nu} ds ds d\nu dt =$$

$$\frac{\eta_{\nu}}{\chi_{\nu}} \chi_{\nu} ds$$

$\underbrace{\hspace{1cm}}_{S_{\nu}} \underbrace{\hspace{1cm}}_{dE_{\nu}}$

$$= (S_{\nu}(E_{\nu}) dE_{\nu}) \cdot \left(\frac{h\nu}{h\nu} d\nu dt ds \right)$$

Č ZDROJOVÁ FUNKCE JE ÚMĚRNÁ POČTU
FOTONŮ VYZAŘENÝCH NA JEDNOTKOVOU
OPTICKOU HLoubKU

Z DEFINICE ABSORPČNÍHO KOEFICIENTU
MŮŽEME DOSTAT:

$$g_{\nu}^{abs} = (J_{\nu}(E_{\nu}) dE_{\nu}) \left(\frac{h\nu}{h\nu} d\nu dt ds \right)$$

ABSORPČNÍ KOEFICIENT

ELEMENTÁRNÍ ŘEŠENÍ ROVNICE PŘENOSU ŽÁŘENÍ

1) $\eta = 0$; $\chi = 0$

ŽÁDNÁ ABSORPCE, ŽÁDNÁ EMISE

PRŮZPUSKÉ PROSTŘEDÍ

$$\frac{dI}{dz} = 0 \Rightarrow I = \text{konst.}$$

2.) JENOM EMISE $\chi = 0$ $\eta > 0$

$$\mu \cdot \frac{dI}{dz} = \eta \Rightarrow I(z; \mu) = I(0; \mu) + \int_0^z \eta(z') \frac{dz'}{\mu}$$

(PLANETÁRNÍ MLHOVINA)

Me

3) JENOM ABSORPCE $\lambda > 0$; $\eta = 0$

$$\mu \frac{dI}{d\tau} = -I \Rightarrow I(\tau; \mu) = I(0; \mu) e^{-\frac{\tau}{\mu}}$$

zslabování záření

4) MÁME ABSORPCI I EMISI

$$\mu \frac{dI}{d\tau} = I - S \quad | \cdot e^{-\frac{\tau}{\mu}}$$

$$\mu \frac{dI}{d\tau} \cdot e^{-\frac{\tau}{\mu}} - I \cdot e^{-\frac{\tau}{\mu}} = -S \cdot e^{-\frac{\tau}{\mu}}$$

$$\mu \cdot \frac{d(I \cdot e^{-\frac{\tau}{\mu}})}{d\tau} = -S \cdot e^{-\frac{\tau}{\mu}}$$

$$I(\tau_1; \mu) = \underbrace{(I(\tau_2; \mu) \cdot e^{-\frac{\tau_2 - \tau_1}{\mu}})}_{\text{jak se záření zeshabí}} + \underbrace{\int_{\tau_1}^{\tau_2} S(\tau) \cdot e^{-\frac{\tau - \tau_1}{\mu}} \frac{d\tau}{\mu}}_{\text{kolik záření se přidá}}$$

τ - JE TAKY OPTICKÁ HLoubKA

PRÍDA

5) POLONEKONEČNÁ ATMOSFÉRA $\tau_1 = 0$; $\tau_2 \rightarrow \infty$

- SPODNÍ OKRAJ NEJÍ PRŮLÍZ DEFINOVANÝ

$$I(0; \mu) = \int_0^{\infty} S(\tau) e^{-\frac{\tau}{\mu}} \frac{d\tau}{\mu}$$

6) POLONEKONEČNÁ ATMOSFÉRA $S(\tau) = a + b\tau$

- MÁME LINEÁRNÍ ZDROJOVOU FUNKCI

$$I(0; \mu) = a + b\mu = S(\tau = \mu)$$

$\mu = \cos \theta$ OZNAČUJE SMĚR
ZÁŘENÍ ZÁŘENÍ

KDYŽ MÁME TUTO ATMOSFÉRU TAK INTENZITA NA POUVRCHU

JE ROVNÁ ZDROJOVÉ FUNKCI V OPTICKÉ HLoubCE

V JADŘOVÉ KOSINEM ÚHLU θ . TOMUTO VZTAHU SE ŘÍKA

EDDINGTONOVA - BARBIEROVA ZVACE.

7) KONEČNÁ HOMOGENNÁ VESTVA (S=konst.)

$$C_1 = 0 ; C_2 = T < \infty$$

$$I(o) = S \cdot (1 - e^{-T})$$

MOMENTOVÉ ROVNICE

ZAVEDLI JSME SI MOMENTY INTENZITY, PRVNÍ MOMENT INTENZITY JE TOK, DRUHÝ MOMENT JE TENZOR PRO ZÁŘENÍ A NULTÝ MOMENT JE STŘEDNÍ INTENZITA ZÁŘENÍ!

ROVNICE

$$\frac{1}{c} \frac{\partial I_\nu(\vec{r})}{\partial t} + \vec{r} \cdot \nabla I_\nu(\vec{r}) = \eta_\nu(\vec{r}) - \chi_\nu(\vec{r}) I_\nu(\vec{r})$$

ZINTEGROVĚNE
PODLE Ω HL

$$/ \cdot \oint d\omega$$

ROVNICE PRO ENERGII

$$\frac{\partial E(\vec{r})}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{F} = \oint (\eta_\nu(\vec{r}) - \chi_\nu(\vec{r}) \cdot I_\nu(\vec{r})) d\omega$$

$\frac{\partial E(\vec{r})}{\partial t}$ ZMĚNA ENERIE ZÁŘENÍ
 $\nabla \cdot \vec{F}$ TOK
 $\oint (\eta_\nu(\vec{r}) - \chi_\nu(\vec{r}) \cdot I_\nu(\vec{r})) d\omega$ ZMĚNA ZÁŘIVÉ ENERIE

MOMENTOVÉ

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial \vec{F}}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{P} = -\frac{1}{c} \oint \vec{r} (\eta_\nu(\vec{r}) - \chi_\nu(\vec{r}) I_\nu(\vec{r})) d\omega$$

$\frac{1}{c^2} \frac{\partial \vec{F}}{\partial t}$ CHS
 $\nabla \cdot \vec{P}$ TENZOR TOKU
 $-\frac{1}{c} \oint \vec{r} (\eta_\nu(\vec{r}) - \chi_\nu(\vec{r}) I_\nu(\vec{r})) d\omega$

ROVNICE PRO HYBNOST

ZA NEJAKÝCH PŘEDPOKLADŮ SE DÁJÍ ZJEDNODUŠIT, KDYŽ BUDEME MÍT STADIČNÍ PROSTŘEDÍ $\Rightarrow \chi_\nu$ IZOTROPNÍ, η_ν IZOTROPNÍ, PAK NA PRÁVÉ STRANĚ MÁME: (OPACITA) (EMISIVITA)

$$\frac{\partial E}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{F} = \eta_\nu - \chi_\nu I_\nu$$

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial \vec{F}}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{P} = -\frac{1}{c} \chi_\nu \vec{F}$$

12

POUZITI' MOMENTOVÝCH ROVNIC

POUZITI' PRO PLAN PARALELNÍ ATMOSFÉRY:

$\partial_E = 0$ STATICKÝ A 1D

$$\frac{dH_\nu}{dz} = \kappa_\nu - \chi_\nu J_\nu$$

GRADIENT TLAKY * SILA CO HO ZPŮSOBÍ

$$\frac{dP(\nu)}{dz} = \frac{4\pi}{c} \frac{dk_\nu}{dz} = -\frac{4\pi}{c} \cdot \chi_\nu H_\nu$$

$$\frac{dk_\nu}{dz} = -\chi_\nu H_\nu$$

$$\frac{d^2 k_\nu}{dL_\nu^2} = \frac{dH_\nu}{dL_\nu} = J_\nu - S_\nu$$

EDDINGTONOVY FAKTORY (COEFFICIENTS)

$$f_\nu = \frac{k_\nu}{J_\nu}$$

DOSADÍME EDDINGTONOV FAKTOR ZA INTEGRÁL
A DOSTANEME:

$$\frac{d^2(f_\nu J_\nu)}{dL_\nu^2} = J_\nu - S_\nu$$

"MOMENTOVÁ" ROVNICE
PRO STŘEDNÍ INTENZITU

EDDINGTONOVA APPROXIMACE $f_\nu = \frac{1}{3}$

ZÁŘENÍ J_ν

PRO SFÉRICKÝ PŘÍPAD: ROVNICE PŘENOSU:

$$\mu \frac{\partial I_{\nu\mu}}{\partial r} + \frac{1-\mu^2}{r} \frac{\partial I}{\partial \mu} = -\chi_\nu I_\nu + \kappa_\nu$$

1. MOM.
ROVNICE

$$\frac{1}{r^2} \frac{dr^2 H_\nu}{dr} = \kappa_\nu - \chi_\nu J_\nu$$

TRIKI

2. MOM.
ROVNICE

$$\frac{1}{r} \frac{dk_\nu}{dr} + \frac{3k_\nu - J_\nu}{r} = -\chi_\nu H_\nu$$

$$\frac{1}{f_\nu} \frac{df_\nu}{dr} = \frac{3-f_\nu}{r}$$

POMOCI TRIKU PAK MŮŽEME ROVNICI PŘEPISAT:

$$\frac{d(q_r \int_0^\infty J_\nu)}{dX_\nu} = r^2 H_\nu$$

$$dX_\nu = \frac{q_\nu X_\nu}{r^2} dr$$

$$\frac{d(r^2 H_\nu)}{dX_\nu} = \frac{r^2}{q_r} (J_\nu - S_\nu)$$

V PŘÍPADĚ ZNALOSTI EDDINGTONOVA FAKTORU, MŮŽETE VYPOTÁT q A VYŘEŠIT ROVNICI PRO STŘEDNÍ INTENZITU. MOMENTOVÉ ROVNICE NAM DÁVají VZTAH MEZI MOMENTY A O STŘED VÝŠÍM MOMENTEM.

$$\frac{d^2(\int_0^\infty q_\nu J_\nu)}{dX_\nu^2} = \frac{r^4}{q_r} (J_\nu - S_\nu)$$

TERMODYNAMICKÁ ROVNOVÁHA

POKUD JE SYSTÉM V TERMODYNAMICKÉ ROVNOVÁZE,

~~ENTROPIE~~ ENTROPIE

$S = k \cdot \ln W$ - PRAVDĚPODOBNOST EXISTENCE NEJAKÉHO STAVU

PRO ROVNOVÁŽNÉ ROZDĚLENÍ STAVŮ:

základní rozdělovací zákon

$$\frac{n_i^*}{n^*} = \frac{g_i}{U^*} \cdot e^{-\beta \cdot \epsilon_i} \quad \beta = \frac{1}{kT}$$

↑ počet stavů g_i - statistická váha stavu
 U^* - partition funkce

ZÁKLADNÍM POŽADAVKEM PROTO ABY EXISTOVALA TERMODYNAMICKÁ ROVNOVÁHA, JE ABY VŠECHNY PROCESY BYLY V ROVNOVÁZE S INVERZNÍMI PROCESY. ~~ABY BYLY~~

13

POTŘEBUJEME DETAILNÍ ROVNOVÁHU!

ZAJÍMAJÍ NAŠ RYCHLOST, POUŽIJEME TUDY
MAXWELLOVSKÉ ROZDĚLENÍ RYCHLOSTÍ, ZAJÍMAJÍ
NAŠ TRANSLAČNÍ SÍPNÉ VOLNOST

$$g_{\text{TRANS}} = \left(\frac{2\pi m kT}{h^2} \right)^{3/2} \cdot V$$

$dp_x dp_y dp_z dV = m^3 dr_x dr_y dr_z dV = 4\pi m^3 r^2 dr dV$
ROZDĚLENÍ RYCHLOSTÍ V TERM. ROVNOVÁŽE JE ROVNOVÁŽNÉ.
Z NORMALIZAČNÍCH PODMÍNEK ZVÍŠTÍ ŽE JE PARTIČNÍ
FUNKCE PRO TRANSLAČNÍ POHYBY:

$$g_{\text{TRANS}} = \left(\frac{2\pi m kT}{h^2} \right)^{3/2} \cdot V$$

$$\frac{d^6 N(x; v)}{dN} = \frac{4\pi m^3}{h^3} \cdot \frac{1}{g_{\text{TRANS}}} \cdot e^{-\frac{m r^2}{2kT}} \cdot r^2 dr$$

$$\boxed{f(r) dr = \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} \cdot e^{-\frac{m r^2}{2kT}} \cdot 4\pi r^2 dr}$$

NEJPRÁVDE PODOBNEJŠÍ RYCHLOST:

$$r_0 = \sqrt{\frac{2kT}{m}}$$

PARTIČNÍ FUNKCE JE OBECNĚ ROVNA:

$$U = \sum_i g_i e^{-\frac{\epsilon_i}{kT}} \quad (\text{SOUCET PŘES VŠECHNY STAVY})$$

PARTIČNÍ FCE PRO TRANSLAČNÍ A VNITŘNÍ ENERGIE:

$$U = \sum_i \sum_E g_i g_E e^{-\frac{\epsilon_i + \epsilon_E}{kT}}$$

$$U = \sum_i g_i \cdot e^{-\frac{\epsilon_i}{kT}} \cdot \sum_E g_E \cdot e^{-\frac{\epsilon_E}{kT}}$$

PLATÍ PRO ZÍDKÉ
PROSTŘEDÍ TATO PŘECHOD
NEPLATÍ VĚDY.

PRO MAXWELLOVSKÉ ROZDĚLENÍ' BECHLOSŮ':

$$\frac{d^3 N(\vec{r}; v)}{dN} = \frac{4\pi m^3}{h^3} \cdot \frac{1}{W_{\text{TRANS}}^*} \cdot e^{-\frac{mv^2}{2kT}} r^2 dr dv$$

↑
PARTIČNÍ FUNKCE

$$W = \left(\frac{2\pi mkT}{h^2} \right)^{3/2} \cdot V$$

KDYŽ POUŽIJEME TO MAXWELLOVSKÉ ROZDĚLENÍ' TAKTO ZINTEGRUJEME PŘES OBJEM A DOSTANEME:

$$\frac{d^3 N(r)}{N} = \int (r) dr = \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} \cdot e^{-\frac{mv^2}{2kT}} \cdot 4\pi v^2 dv$$

ROZDĚLOVACÍ FUNKCE JE ROZDĚLOVACÍ FUNKCE VE FÁZOVÉM PROSTORU. KÁŽDA' ~~POLOHA~~ ČÁSTICE JEPŘEMA JEJÍ' HYBNOST' A POLOHOU.

ROZDĚLOVACÍ VĚTÁH PRO JAKÉKOLIV ROVNOVÁŽ. ROZDĚLENÍ'.

OBEČNÁ' ~~EXCITACI' FORMULE~~:

$$\frac{n_i^*}{n^*} = \frac{g_i}{W^*} \cdot e^{-\beta \epsilon_i} \quad i - \text{JE JAKÝKOLIV} \text{ ~~STAV~~ VĚTÁH}$$

BOLTZMANOVA' EXCITACI' FORMULE

* HVĚZDÍČKY OZNAČUJÍ' ROVNOVÁŽNÝ' ~~STAV~~ STAV

$$\frac{n_l^*}{n_0^*} = \frac{g_l}{g_0} \cdot e^{-\frac{\epsilon_l}{kT}}$$

2. HLADINA

$$\epsilon_l = h\nu_0$$

ZÁKLADNÍ' HLADINA

KEJVICE JE OBSAŽENA' ZÁKLADNÍ' HLADINA.

DVE HLADINY (OBE VYSTÍ' NEŽ ZÁKLADNÍ')

i-TA' HLADINA J-TÉHO TONU

$$\frac{n_m^*}{n_l^*} = \frac{g_m}{g_l} \cdot e^{-\frac{h\nu_0}{kT}} \rightarrow N_j^* = \sum_{i=1}^j n_{ij}^* = \frac{n_0^*}{g_0} \sum_{i=1}^j g_{ij} e^{-\frac{\epsilon_i}{kT}}$$

SEČETE PŘES VŠECHNY HLADINY

14.

PRO RYDKE PLYNY SE DA PARTIČNÍ FUNKCE ČÁSTICE ROZDĚLIT NA SOUČIN TRANSLAČNÍ PARTIČNÍ FUNKCE A VNITŘNÍ PARTIČNÍ FUNKCE.

OBSAZENÍ HLAVNÍHO

$$\frac{n_{ij}^*}{N_j^*} = g_{ij} \frac{e^{-\frac{\epsilon_{ij}}{kT}}}{U_j(T)}$$

OBSAZENÍ IONU

- VYJADŘENÍ POCETU ATOMŮ, KTERÉ JSOU V DANÉM IONIZAČNÍM STAVU V CELKOVÉM POCETU ATOMŮ

VNITŘNÍ PARTIČNÍ FUNKCE PRO IONY A ATOMY

- MAJÍ NEPRÍJENOU VLASTNOST $\sum_i g_{ij} \cdot e^{-\frac{\epsilon_{ij}}{kT}}$ (PARTIČNÍ FUNKCE IONU j) PRO ATOMY DIVERGUJE (JDE K ∞) NEREALNĚ (DIVERGUJE PRO IZOLOVANÝ ATOM).

ATOM ALE INTERAGUJE S OKOLÍM TAKŽE SE MU SNÍŽUJE IONIZAČNÍ ENERGIE $\rightarrow$ OK

- EXISTUJE SNÍŽENÍ IONIZAČNÍ ENERGIE
 , ATOMOVÉ OBLAČKO

$$\Delta \epsilon_i = \frac{Z \cdot e^2}{D}$$

D - DEBYJOVSKÁ DÉLKA - STŘEDNÍ VZDÁLENOST KA KTEROU OKOLNÍ ČÁSTICE PŮSOBÍ

$$D = \sqrt{\frac{kT}{4\pi e^2 \sum_j Z_j^2 n_j}}$$

ATO TO UŽ NEDIVERGUJE U ATOMU

NEZOHODNEJŠÍ POPIS SNÍŽENÍ IONIZAČNÍHO POTENCIÁLU POMOCÍ PRADEPODOBNOSTI OBSAZENÍ,

$$U_j(T) = \sum_i n_{ij} g_{ij} e^{-\frac{\epsilon_{ij}}{kT}}$$

$\downarrow$
 $0 \leq n \leq 1$

- PRO VŠECHNY ATOMY V DANÉM OBORU SE SNÍŽÍ IONIZAČNÍ POTENCIÁL O DANOU HODNOTU $\Delta \epsilon$.

SAHOVA IONIZACIJNÉ FORMULE

- Použijeme si na základní stav dvou iontů za sebou (základní hladina 1 iontu a základní hladina 2 iontu).

$N_{01}(r)$ - počet iontů v základní hladině, kolem kterého je volný elektron s rychlostí v v intervalu $(r; r+dr)$

↑
1 - index iontu
0 - základní hladina

$$\frac{N_{01}^*(r)}{N_{00}^*} = \frac{g(r)}{g_{00}} e^{-\frac{\epsilon_{I0} + \frac{1}{2} m v^2}{kT}} = \frac{g_{01}}{g_{00}} \cdot g_{rel} \cdot e^{-\frac{\epsilon_{I0} + \frac{1}{2} m v^2}{kT}}$$

↑
TOKO STAVU
STATISTICKÁ
↑
STATISTICKÁ VAHA
↑
ZÁKLADNÍ HLADINA NEIONIZOVANÉHO ATOMU
↑
STATISTICKÁ VAHA ELEKTRONU

STATISTICKÁ VAHA - počet obsaditelnost daného vztahu, který může být obsazen více částicemi

$$g_{rel} = 2 \frac{dxdydz dx dy dz}{h^3} = 2 \cdot \frac{(4\pi m_e^3 r^2 dr)}{h^3} m_e^{-1}$$

m_e - koncentrace elektronů

DOSADÍME DO SAHOVY ROVNICE:
(PŘÍST' PRO ROVNOVÁŽNÝ STAV)

$$\frac{N_{01}^*(r)}{N_{00}^*} = \frac{4\pi m_e^3}{h^3} \cdot \frac{g_{01}}{g_{00}} \cdot \frac{1}{m_e} \cdot e^{-\frac{\epsilon_{I0} + \frac{1}{2} m v^2}{kT}} r^2 dr \int dr$$

↑
PROINTEGRUJ

$$\frac{N_{01}^*}{N_{00}^*} = \frac{4\pi m_e^3}{h^3} \cdot \frac{g_{01}}{g_{00}} \cdot \frac{1}{m_e} \left(\frac{2kT}{m_e} \right)^{3/2} \cdot e^{-\frac{\epsilon_{I0}}{kT}} \int_0^\infty e^{-x^2} x^2 dx =$$

↑
 $\frac{\sqrt{\pi}}{4}$

$$= \frac{2g_{01}}{g_{00}} \cdot \frac{1}{m_e} \left(\frac{2\pi m_e kT}{h^2} \right)^{3/2} \cdot e^{-\frac{\epsilon_{I0}}{kT}} = \frac{N_{01}^*}{N_{00}^*}$$

TO VZTAH VYJADRUJE POMER IONIZACI ZÁKL. HLADIN NEUTRALNÍHO

15.)

ATOMU A ZÁKLADNÍ HADINY IONTU. SAHOVU ROVNICI
LZE ZOBECNIT MEZI ZÁKLADNÍMI HADINAMI NULTÝM
A PRVNÍM IONTEM:

$$\frac{n_{o,j+1}^*}{n_{o,j}^*} = \frac{2g_{o,j+1}}{g_{o,j}} \cdot \frac{1}{n_e} \cdot \left(\frac{2\pi m_e kT}{h^2} \right)^{3/2} \cdot e^{-\frac{\epsilon_{I,j}}{kT}}$$

i-TÁ HADINA j-TÉHO IONTU

$$n_{i,j}^* = n_{o,i,j+1}^* \cdot n_e \cdot \frac{g_{i,j}}{g_{o,i,j+1}} \cdot \frac{1}{2} \left(\frac{h^2}{2\pi m_e kT} \right)^{3/2} \cdot T^{-3/2} \cdot e^{-\frac{\epsilon_{I,j} - \epsilon_{i,j}}{kT}} =$$

$\uparrow$
 ZÁKL. HADINA NEJBLEŽŠÍHO VYSŠÍHO IONTU
 C_I j-IONT

$$= n_{o,i,j+1} \cdot n_e \phi_{i,j}(T)$$

SAHOV-BOLTZMANOV FAKTOR

TAKTO SE ZAJADĚJÍ ROVNOVÁŽNÉ POPULACE PŘI ABSENCI
THERMODYNAMICKÉ ROVNOVÁŽKY.

$$\phi_{i,j}(T) = \frac{g_{i,j}}{g_{o,i,j+1}} C_I \cdot T^{-3/2} \cdot e^{-\frac{\epsilon_{I,j} - \epsilon_{i,j}}{kT}}$$

IONIZAČNÍ ENERGIE PRO IONIZACI Z j DO j+1
 EXCITAČNÍ ENERGIE z DÁNÉ
 HADINY IONTU j

TOTO MŮŽEME ZSEČÍST A DOSTANEME PAK:

$$\frac{n_j^*}{n_{j+1}^*} = n_e \frac{U_j(T)}{U_{j+1}(T)} C_I \cdot T^{-3/2} \cdot e^{-\frac{\epsilon_{I,j}}{kT}} = n_e \tilde{\phi}_j(T)$$

PRÁVĚ IONIZAČNÍ FORMULE, MÁME TO VZTAH MEZI
DVĚMA IONTY. IONIZACE ZÁVISÍ NA ELEKTRONOVÉ
HUSTOTĚ A TEPLOTĚ PROSTŘEDÍ

$$\tilde{\phi}(T) = \frac{U_j(T)}{U_{j+1}(T)} C_I \cdot T^{-3/2} \cdot e^{-\frac{\epsilon_{I,j}}{kT}}$$

$$f_{jk} = \frac{n_{j,k}^*}{n_k}$$

k-INDEXUJE ATOMU

f_{jk} JE POMĚR CELKOVÉHO OBSAZENÍ IONTU
j ATOMU k K CELKOVÉMU MNOŽSTVÍ ATOMŮ k

ϵ_I - IONIZAČNÍ ENERGIE

ϵ_{ij} - EXCITAČNÍ ENERGIE HLADINY i IONU j

DISSOCIACE MOLEKUL

MĚJME MOLEKULU **AB** SEHRAJÍCÍ SE Z ATOMU **A** & **B**.

↙ PRÍSLUŠNÉ PARTIČNÍ FUNKCE

$$\frac{N_A N_B}{N_{AB}} = \frac{U_A U_B}{U_{AB}} \cdot e^{-\frac{D_0}{kT}} \quad D_0 - \text{DISOCIÁČNÍ ENERGIE MOLEKULY AB}$$

↖ KONCENTRACE MOLEKUL AB

N_A - CELKOVÝ POČET ATOMŮ **A**

N_B - $\longrightarrow$ $\longleftarrow$ **B**

ROZDĚLIT

CELKOVOU PARTIČNÍ FUNKCI MOLEKULY MŮŽEME ~~SATZIT~~ NA TRANSLAČNÍ ČÁST A VNITŘNÍ ČÁST:

$$U = U_{\text{TRANS}} \cdot U_{\text{INT}}$$

$$U = \left(\frac{2\pi m k T}{h^2} \right)^{3/2} \cdot V$$

DISOCIÁČNÍ ROVNICE

$$\frac{N_A N_B}{N_{AB}} = C_I \left(\frac{2\pi m_{\text{RED}} \cdot k T}{h^2} \right)^{3/2} \cdot \left(\frac{U_A U_B}{U_{AB}} \right)_{\text{int}} \cdot e^{-\frac{D_0}{kT}}$$

m_{RED} - REDUKOVANÁ HMOTNOST

$$m_{\text{RED}} = \frac{m_A m_B}{m_A + m_B}$$

VNITŘNÍ PARTIČNÍ FUNKCE:

$$U_{\text{int}} = U_{\text{EXCITAČNÍ}} \cdot U_{\text{ROTAČNÍ}} \cdot U_{\text{VIBRAČNÍ}}$$

STAVOVÁ ROVNICE SE ZA POČETNÍM IONIZACE

S IONIZACÍ

$$p_g = N k T = (N_{\text{ATOMY}} + N_{\text{IONY}} + n_e) k T = (N_n + n_e) k T$$

$L > G$

16

MUSÍME SI ZAVÉST KONCENTRACI PRO KAŽDÝ PRVEK.

$$N_k = x_k \cdot N_{\text{elek}} = x_k (N - n_e) \quad \text{CELKOVÁ KONCENTRACE}$$

(ZASTOUPENÍ)
ABUNDANCE $\sum_k x_k = 1$ $\sum_k N_k = N_{\text{elek}}$ ZACHOVÁNÍ POČTU ČÁSTIC

KONCENTRACE VSECH ELEKTRONŮ MUSÍ BYT STEJNÁ JAKO KONCENTRACE IONŮ!

$$n_e = \sum_k \sum_{j=1}^{j_k} j N_{jk} = \sum_k N_k \sum_{j=1}^{j_k} j f_{jk}(n_e, T) = N_{\text{elek}} \sum_k x_k \sum_{j=1}^{j_k} j f_{jk}(n_e, T) =$$

↑ PRES ATOMY ↑ PRES IONY

$$= (N - n_e) \cdot \sum_k x_k \sum_{j=1}^{j_k} j f_{jk}(n_e, T)$$

PROTO VZTAH SPOJUJE HUSTOTU A TEPLOTU.

KDYŽ ZNÁME ELEKTRONOVOU HUSTOTU A TEPLOTU TAK VELMI SNÁHO SPOČÍTAEME CELKOVOU HUSTOTU A IONIZAČNÍ INTERAKCE. ČASTO ZNÁME CELKOVOU KONCENTRACI ČÁSTIC A TEPLOTU, PAK ŘEŠÍME NEKINEARVNÍ ROVNICE PRO ELEKTRONOVOU HUSTOTU.

ZNÁME $\rightarrow$ ZJÍŠDÍME

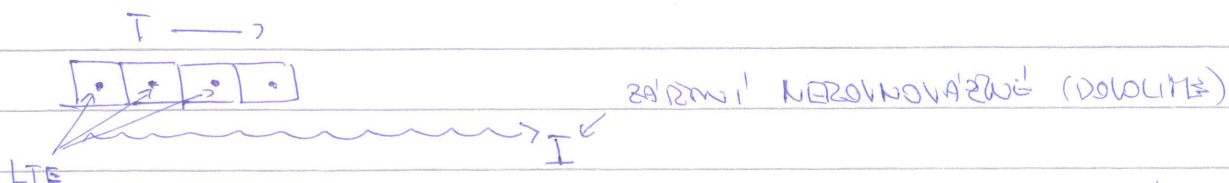
$$\begin{aligned} n_e, T &\rightarrow N, f_{jk} \\ N, T &\rightarrow n_e \end{aligned}$$

LOKÁLNÍ TERMODYNAMICKÁ ROVNOVÁHA

(LTE)

↑ EQUILIBRIUM

- TERM. ROVNOVÁHA APLIKUJEME LOKÁLNĚ (DÍVNĚ...)



TADY VŠUDE (PLAZMĚ) SPOČÍTE MAXWELLOVSKÉ ROZDĚLENÍ RYCHLOSTÍ, EXCITAČNÍ ROZDĚLENÍ JE BOLTZMANOVSKÉ A IONIZAČNÍ ODPOVÍDÁ SAHOVU ROZDĚLENÍ.

LTE

ROVNOVÁŽNÉ ROZDĚLENÍ RYCHLOSTÍ (MAXWELLOVO)

————— " ————— EXCITACÍ (BOLTZMANOVO)

————— " ————— IONIZACÍ (SAHOVO)

NEROVNOVÁŽNÉ ROZDĚLENÍ ZÁŘENÍ $\mu \frac{dI_\nu}{d\Omega_\nu} = I_\nu \cdot S_\nu \rightarrow I_\nu \cdot B_\nu$

V TERM. ROVNOVÁŽE JE VSECHNO V ROVNOVÁŽE,

PLATÍ KIRCHHOFFŮV ZÁKON:

INTENZITA ~~ROVNOVÁŽNÉ~~ ~~HEAVY~~ ZÁŘENÍ B

OPACITA $\rightarrow \mu \cdot I_\nu = \eta_\nu \leftarrow$ EMISIVITA (PRO KAŽDOU FREKVENCÍ)

PRO KAŽDOU ν COSE POHLÍŤ TO SE I VYZÁŘÍ

ROVNOVÁŽNÉ ZÁŘENÍ JE PLANCKOVA FUNKCE $B_\nu = \frac{\eta_\nu}{\chi_\nu}$

INFORMACE ODSUD SETI S ZÁŘENÍ SRAŽKAMI (TO JE OK, ALE



EXCITACÍ A IONIZACÍ (PROTOŽE ABSORPCE

A EMISE ZÁŘENÍ). S SRAŽKY ATOMŮ S

ELEKTRONY (ELEKTRONY MAJÍ ROVNOVÁŽNÉ

ROZDĚLENÍ). VÝZNAMNÉ ³⁰⁰⁰ EXCITACE A

DEEXCITACE PŘEM ZÁŘENÍ. NEROVNOVÁŽNÉ ZÁŘENÍ

ZPŮSOBY NEROVNOVÁŽNOSTI PŘI OBSAŽENÍ HLADIN A ZÁŘENÍ

JESTLI JSOU DOMINANTNÍ SRAŽKY NEBO ZÁŘENÍ A

DEEXCITACE. INFORMACE O TEPLOTĚ MŮŽE RESTOVAT A

OVLIVŇOVAT JEDNOTLIVÉ  BUNKY.

LTE NEBERE V ÚVAHU INTERAKCI NA DÁLKU !!!

17)

$$\frac{d^2(f_\nu J_\nu)}{d\varrho_\nu^2} = J_\nu - S_\nu$$

$$\mu \frac{\partial I}{\partial r} + \frac{1-\mu^2}{r} \cdot \frac{\partial I}{\partial \mu} = -\chi_\nu I_\nu + \eta_\nu$$

PRVNÍ MOMENTOVÁ ROVNICE
PRO SFÉRIKÉ SOUŘADNICE

$$\mu \frac{\partial I_\nu}{\partial r} + \frac{1-\mu^2}{r} \cdot \frac{\partial I_\nu}{\partial \mu} = -\chi_\nu \cdot I_\nu + \eta_\nu \quad | \cdot d\mu$$

$$\frac{2}{r} \oint I_\nu \mu d\mu + \int \frac{1-\mu^2}{r} \frac{\partial I_\nu}{\partial \mu} d\mu = \int (-\chi_\nu \cdot I_\nu + \eta_\nu) d\mu$$

$\vec{F} = \oint I_\nu \vec{n} d\omega \Rightarrow F = 2\pi \int_{-1}^1 I_\nu \mu d\mu \Rightarrow H = \frac{F}{4\pi} \Rightarrow F = 4\pi H$
 $\uparrow$ TOK ŽÁŘENÍ
 $H = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 I_\nu \mu d\mu$
 $\uparrow$ EDDINGTONOV TOK

PER PARTES $\left| \begin{array}{l} N = \frac{1-\mu^2}{r} \quad N' = 2 \frac{\mu}{r} \\ M = \frac{\partial I_\nu}{\partial \mu} \quad M = I_\nu \end{array} \right| = \left[I_\nu \cdot \frac{1-\mu^2}{r} \right]_{-1}^1 + 2 \int_{-1}^1 \mu I_\nu d\mu$
 $= 0 \quad \quad \quad 2H$

$$2 \cdot \frac{\partial H}{\partial r} + \frac{4H}{r} = -\chi_\nu \cdot \int (I_\nu - \frac{\eta_\nu}{\chi_\nu}) d\mu \quad \left(\begin{array}{l} J = \frac{1}{2} \int I_\nu d\mu \\ 2J = \int I_\nu d\mu \end{array} \right)$$

$$\chi \cdot \frac{\partial H}{\partial r} + \frac{4H}{r} = -\chi \chi_\nu (J_\nu - S_\nu)$$

$$\frac{\partial(H \cdot r^2)}{\partial r} \cdot \frac{1}{r^2} = -\chi_\nu (J_\nu - S_\nu)$$

NULTÝ MOMENT - J (STŘEDNÍ INTENZITA)

$$\boxed{\frac{1}{r^2} \frac{d(r^2 H)}{dr} = -\chi_\nu (J_\nu - S_\nu)}$$

PRVNÍ MOMENT - H (EDDINGTONOV TOK)

DRUHÝ MOMENT - $\bar{P}$ (TLAK ŽÁŘ.)

$$\underbrace{\mu^2 \frac{\partial I_\nu}{\partial r}}_{*} + \underbrace{\mu \frac{1-\mu^2}{r} \cdot \frac{\partial I_\nu}{\partial \mu}}_{*} = -\underbrace{\mu \chi_\nu I_\nu + \mu \eta_\nu}_{\mu = \cos \theta}$$

$\int_{-1}^1 \mu d\mu$
 $\uparrow$
 INTEGRACE PŘES
 VŠECHNY ÚHLY

MOMENTOVÉ ROVNICE SVÁZUJÍ J ; H ; P DOHROMADY.
 TA NEJNÍŽŠÍ (PRVNÍ MOMENTOVÁ ROVNICE) SVÁZUJE
 NULTÝ (J) A PRVNÍ MOMENT (H). DRUHÁ MOMENTOVÁ
 ROVNICE SVÁZUJE PRVNÍ (H) A DRUHÝ MOMENT (P),
 TŘETÍ MOMENTOVÁ ROVNICE ~~SVÁZUJE~~ SVÁZOVÁ Druhý (P)
 A TŘETÍ MOMENT -- (NEKONEČNÁ ŘADA), VÍCE NEZNAMÝCH
 NEŽ ROVNIC, PAK SE POUŽÍVAJÍ UZÁVÍRACÍ RELACE (STAVOVÉ
 ROVNICE PLYNŮ P-TAK A PLOTA - UZÁVÍRACÍ RELACE V TERMODYN.)

$$* \frac{2}{3r} \int_{-1}^1 \mu^2 I_{\nu\mu} d\mu = \frac{2}{3r} (2K_\nu) \quad \text{PRODZKE} \quad k_\nu = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 \mu^2 I_{\nu\mu} d\mu$$

$$* \frac{1}{r} \int_{-1}^1 \mu (1-\mu^2) \frac{\partial I}{\partial \mu} d\mu = \left| \begin{array}{l} \mu = \mu(1-\mu^2) \\ \mu' = 1-3\mu^2 \end{array} \right. \quad \left. \begin{array}{l} \mu' = \frac{\partial I}{\partial \mu} \\ \mu = I \end{array} \right| =$$

$$= \underbrace{\left[\mu(1-\mu^2) \cdot I \right]_{-1}^1}_0 - \underbrace{\int_{-1}^1 (1-3\mu^2) I d\mu}_{\frac{2J_\nu - 6K_\nu}{r}} = \frac{2J_\nu - 6K_\nu}{r}$$

$$* \int_{-1}^1 (-\mu \chi_\nu I_{\nu\mu} + \mu \cdot \mu_\nu) d\mu$$

$-2\chi_\nu H_\nu$

$$\mu_\nu \int_{-1}^1 \mu d\mu = \mu_\nu \left[\frac{\mu^2}{2} \right]_{-1}^1 = 0$$

$$H = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 \mu I_{\nu\mu} d\mu$$

$$\frac{\partial K_\nu}{\partial r} - \frac{2J_\nu - 6K_\nu}{r} = -2\chi_\nu H_\nu$$

$$\boxed{\frac{\partial K_\nu}{\partial r} - \frac{2J_\nu - 6K_\nu}{r} = -2\chi_\nu H_\nu}$$

DRUHÁ MOMENTOVÁ
ROVNICE

VLADNÁ PARALELNÍ PŘÍVADE
NEJNÍŽŠÍ ČLEN

PRO ŘEŠENÍ TĚTO ROVNICE VYUŽIJEME EDDINGTONOVY FAKTORY:

$$j_\nu = \frac{K_\nu}{J_\nu} \quad \text{V EDDINGTONOVĚ APPROXIMACI} \quad j_\nu = \frac{1}{3}, \quad \text{PODLE}$$

BUDEME MÍT 3 NEZNAMÉ NA 3 ROVNICE. ROTORNÍ
ROSTROU

18.

ZAVEDEME ZOOBECKVENOU OPTICKOU HLoubKU:

$$dX_v = -\frac{q_v X_v}{r^2} dr \Rightarrow dr = \frac{r^2 \cdot dX_v}{q_v \cdot X_v}$$

$$\text{KDE } q_v: \frac{1}{q_v} \frac{dq_v}{dr} = \frac{3-f_v^{-1}}{r}$$

KYNI SÍTY DVE **ČERVENÉ** MOMENTOVÉ ROVNICE
PŘEPÍŠEME JAKO DERIVACE dX_v KE dr

$$\frac{1}{r^2} \frac{d(r^2 H_v)}{dr} = -X_v (J_v - S_v) \quad +$$

$$\frac{dk_v}{dr} - \frac{J_v - 3k_v}{r} = -X_v H_v \quad *$$

$$+ \quad - \frac{1}{r^2} \cdot \frac{q_v \cdot X_v}{r^2} \cdot \frac{d(r^2 H_v)}{dX_v} = -X_v (J_v - S_v) \quad / \cdot \frac{1}{-X_v}$$

$$\frac{1}{r^2} \frac{q_v}{r^2} \frac{d(r^2 \cdot H_v)}{dX_v} = J_v - S_v$$

$$* \quad \frac{-q_v X_v dk_v}{r^2 dX_v} - \underbrace{\frac{k_v \cdot f_v^{-1} - 3k_v}{r}}_{J_v = \frac{k_v}{f_v}} = -X_v H_v$$

$$\underbrace{k_v \cdot \frac{f_v^{-1} - 3}{r}}$$

$$-k_v \cdot \frac{1}{q_v} \cdot \frac{dq_v}{dr} \cdot \frac{q_v X_v}{r^2 dX_v}$$

$$+ \frac{q_v X_v dk_v}{r^2 dX_v} + k_v \frac{dq_v X_v}{r^2 dX_v} = +X_v H_v$$

$$\frac{d^2}{dX_v^2} (q_v k_v) = \frac{d}{dX_v} (H_v \cdot r^2)$$

$$\frac{r^2}{q_v} (J_v - S_v) = \frac{d^2}{dX_v^2} (q_v k_v)$$

$$\boxed{\frac{r^2}{q_v} (J_v - S_v) = \frac{d^2}{dX_v^2} (q_v f_v J_v)}$$

TŘETÍ MOMENTOVÁ
ROVNICE

ROVNOVÁŽNÉ ROZDĚLENÍ PĚCHLOSTÍ → MAXWELLOVSKÉ
BOLTZMANOVA EXCITACIÍ FORMULE - OPAKOVANÁ ZÁVISLOST MEZI
POSAZENÍMI VNITŘNÍCH STAVŮ ATOMU:

$$\frac{N_j^*}{N_e^*} = \frac{g_j}{g_e} \cdot e^{-\frac{h\nu_{ej}}{kT}}$$

↑
STATISTICKÉ VAHNY

Sahaova ionizační formule - SVAZUJE NĚCO...

$$\frac{N_{o,j+1}^*}{N_{o,j}^*} = \frac{2g_{o,j+1}}{g_{o,j}} \cdot \frac{1}{n_e} \left(\frac{2\pi m_e kT}{h^2} \right)^{3/2} \cdot e^{-\frac{\varepsilon_{Ij}}{kT}}$$

↑ IONIZAČNÍ ENERGIE

* - ZNAČÍ ROVNOVÁŽNÉ HODNOTY

o - ZNAČÍ ZÁKLADNÍ ENERGETICKÉ STAVY

SVAZUJE ZÁKLADNÍ HLADINY DVOU PO SOBĚ NÁSLEDUJÍCÍCH
IONTŮ. JINÝM SLOVEM TAK, ŽE VZMETEME

KONCENTRACE
JEDNOTHO IONU
KONCENTRACE
DRUHÉHO IONU

$$\frac{N_j^*}{N_{j+1}^*} = n_e \cdot \frac{U_j(T)}{U_{j+1}(T)} \cdot c_I \cdot T^{-3/2} \cdot e^{-\frac{\varepsilon_{Ij}}{kT}}$$

PARTIČNÍ
FUNKCE

↑
 $c_I = \frac{1}{2} \left(\frac{h^2}{2\pi \cdot m_e \cdot k} \right)^{3/2}$

k - SVAZUJE ATOM (INDEX)

j - " - IONT (INDEX)

ČASTO NÁS MŮŽE ZAJÍMAT, JAKÉ PROCENTO, JAKO ČÁST DĚKCH
ATOMŮ JE V DANÉM IONIZAČNÍM STUPNI (IONIZAČNÍ PODÍL):

$$f_{jk} = \frac{N_{jk}^*}{N_k} = \frac{N_{jk}^*}{\sum_{m=1}^{\infty} N_{mk}^*} \stackrel{TRK}{=} \frac{N_{jk}^*}{\sum_{m=1}^{\infty} \frac{N_{mk}^*}{N_{jk}^*} N_{jk}^*} = \frac{N_{jk}^*}{\sum_{m=1}^{\infty} \frac{N_{mk}^*}{N_{jk}^*} N_{jk}^*}$$

N_{jk} - ROVNOVÁŽNÁ KONCENTRACE J_k (NEJVYŠŠÍHO DOSTUPNÉHO IONU).

↑
MAXIMÁLNÍ POČET VE KTERÝCH MŮŽE BÝT
IONIZAČNÍCH STAVŮ

$$= \frac{N_{jk} \cdot \frac{N_{j+1,k}}{N_{j,k}} \cdot \dots \cdot \frac{N_{j-1,k}}{N_{j,k}}}{1 + \frac{N_{j-1,k}}{N_{j,k}} + \frac{N_{j-2,k}}{N_{j,k}} + \dots + \frac{N_{1,k}}{N_{j,k}}} = \frac{\prod_{l=j}^{j-1} [n_e \cdot \tilde{\phi}_l(T)]}{\sum_{m=0}^{j-1} \prod_{l=m}^{j-1} [n_e \cdot \tilde{\phi}_l(T)]}$$

SOOTN

19.

$$\underbrace{m_e}_{\text{ELEKTRONOVÁ HUSTOTA}} = (N - m_e) \cdot \underbrace{\sum_k \alpha_k \sum_{j=1}^{J_k} j f_{jk}(m_e; T)}_{\tilde{F}(m_e)}$$

TATO ROVNICE SVÁZUJE CELKOVOU KONCENTRACI A ELEKTRONOVOU KONCENTRACI, KDYŽ BUDEME MÍT ZADÁNO m_e & N TAK TEPLOTU T ZVÍŠTÍME V KLIDU, KDYŽ ALE MÁME JEN T & N TAK m_e UŽ TAK SNADNO NEZVÍŠTÍM, PROTOŽE TATO ROVNICE NENÍ LINEÁRNÍ!!! A TED JAKTO VÝŘESIT:

$$m_e = (N - m_e) \cdot \tilde{F}(m_e)$$

$$N - m_e \left(1 + \frac{1}{\tilde{F}(m_e)} \right) = 0$$

MUSÍME ŘEŠIT NUMERICKY
"LINEARIZACE"

NAHRADÍME ELEKTRONOVOU HUSTOTU

$$m_e \rightarrow m_e + \delta m_e$$

$$N - (m_e + \delta m_e) \left[1 + \frac{1}{\tilde{F}(m_e + \delta m_e)} \right] = 0$$

UDELÁME SI ROZVOJ DO 1. ŘÁDU =

$$= \frac{1}{\tilde{F}(m_e)} - \frac{1}{\tilde{F}^2} \cdot \frac{\partial \tilde{F}}{\partial m_e} \delta m_e$$

CHCEME ZVÍŠTIT δm_e A VSECHNY
ČLANY δm_e^2 A VÍŠŠÍ ZANEDBÁME.

$$\delta m_e = \frac{N - m_e \left(1 - \frac{1}{\tilde{F}} \right)}{1 - \frac{1}{\tilde{F}} - \frac{m_e}{\tilde{F}^2} \cdot \frac{\partial \tilde{F}}{\partial m_e}}$$

JE NUTNÉ VZÍT ROZUMNÝ PRVNÍ ODHAD. PRO VODÍK $1/2$

$$\frac{\delta m_e}{m_e} < \epsilon \sim 10^{-4} \quad \text{ITERATIVNÍ METODA}$$

NEJAKÁ ČMBA

POKUD NEVĚRÍTETE ROZUMNÝ ODHAD NEMUSÍ NAŇ TO KONVERGOVAT

LOKÁLNÍ TERMODYNAMICKÁ ROVNOVÁŽNÁ (LTE)

LOKÁLNĚ - MAXWELLOVSKÉ ROZDĚLENÍ RYCHLOSTÍ

- BOLTZMANOVA EXCITACE

- SAHOVA ROVNICE PLÁNÍ (LOKÁLNĚ)

- ZÁŘENÍ - DOVOLÍME ABY SE OD ROVNOVÁŽNÉ HODNOTY ODCHÝLO VÁLO

$$\kappa \frac{dI}{d\tau} = I - S$$

DOVOLUJEME, ŽE POLE ZÁŘENÍ NEBUDE PLANCKOVSKÉ, ALE PLÁNÍ ROVNOVÁŽNÁ MEZI PROCESY (EMISE-ABSORPCE) $\Rightarrow$ KIRCHHOFFŮV ZÁKON

$$\underline{\kappa_{\nu} B_{\nu} = \eta_{\nu}} \quad \Rightarrow \quad B = \frac{\eta_{\nu}}{\kappa_{\nu}} (= S)$$

TOTO SE V ROVNICI PŘENOSU ZÁŘENÍ PROJÍVÍ JAKO:

$$\boxed{\kappa \cdot \frac{dI}{d\tau} = I - B}$$

PLÁNÍ PRO PROCESY S LOKÁLNÍMI ROVNOVÁŽNÝMI HODNOTAMI (PRO VŠECHNY ABSORPCE, EMISE ...).

PRO ROZPTÝL UŽ TOTO ROVNICI MUSÍME UPRAVIT, ZDROJOVÁ FUNKCE S NEBUDE PLANCKOVA FUNKCÍ B, ALE BUDE TAM NAVÍC ČLEN PRO ROZPTÝL.

OPACITA, EMISIVITA, ROZPTÝL

VÁZANÉ

EINSTEINOVY VĚTANY PRO VÁZANÉ PŘECHODY

VÁZANĚ - VÁZANÝ - PŘECHOD MEZI DVEMA VÁZANÝMI STAVY ATOMU
PŘECHOD MEZI DVEMA HLADINAMI

20)

VÁZANÉ - VOLNÝ - PŘECHOD MEZI VÁZANÝM STAVEM A VOLNÝM STAVEM (IONIZACE)

VOLNÉ - VÁZANÝ - REKOMBINACE

VOLNÉ - VOLNÝ - BRZONÉ ZÁŘENÍ

BUDEME UVAŽOVAT PŘECHODY MEZI 2 HLADINAMI l & u
 l - LOWER, u - UPPER, $E_l < E_u$. PRO PŘECHODY MEZI
 TĚMITO DVĚMA HLADINAMI, EINSTEIN ZAVEDL TŘI
 KOEFICIENTY:

A_{ul}
 $\uparrow$
 SPONTANÍ
 EMISE

B_{ul} B_{lu}
 $\uparrow$ $\uparrow$
 PŘECHODY, KTERÉ POTŘEBUJÍ
 INTENZITU ZÁŘENÍ

B_{ul} - STIMULOVANÁ EMISE

B_{lu} - ABSORPCE

MEZI TĚMITO KOEFICIENTY JE NEJAKÝ VZTAH:

r - RATE (PROCES)

ČETNOST ABSORPCE $r_{lu}(\vec{n}; \nu) d\nu d\omega \approx n_l \phi_{lu}(\nu) B_{lu} I(\vec{n}; \nu) d\nu d\omega$

ϕ_{lu} - PROFIL SPEKTRÁLNÍ ČARY $\int_0^\infty \phi_{lu} d\nu = 1$

ČETNOST STIMULOVANÉ EMISE

$r_{ul}^{STM}(\vec{n}; \nu) d\nu d\omega = n_u \phi_{ul}^{STM}(\nu) B_{ul} I(\vec{n}; \nu) d\nu d\omega$

ϕ_{ul}^{STM} - PROFIL SPEKTRÁLNÍ ČARY

ϕ_{lu} & ϕ_{ul}^{STM} NEJSÍ BÝT OBECNĚ STEJNÉ

ČETNOST SPONTÁNNÍ EMISE

$r_{ul}^{SPON}(\vec{n}; \nu) d\nu d\omega = n_u \phi_{ul}^{SPON}(\nu) A_{ul} d\nu d\omega$

ϕ_{ul}^{SPON} - PROFIL (SPONTÁNNÍ EMISE)

NEBÁVÍ NA
 ZÁŘENÍ I

$$r_{el}(\vec{n}; \nu) = r_{el}^{SPON}(\vec{n}; \nu) + r_{el}^{STM}(\vec{n}; \nu)$$

V TERM. ROVNOVÁŽE PROCES MUSÍ BÝT V ROVNOVÁŽE SE SVÝM INVERZNÍM PROCESY:

PROFILY JSOU STEJNÉ

$$\phi(\nu) = \psi^{SPON}(\nu) = \psi^{STM}(\nu) \quad \text{ROVNĚŽ PLATÍ } I = B_{\nu}$$

ROVNOVÁŽNÉ KONCENTRACE

$$n_e^* B_{el} B_{\nu} = n_n^* B_{ne} B_{\nu} + n_n^* A_{ne}$$

$$B_{\nu} = \frac{n_n^* \cdot A_{ne}}{n_n^* B_{en} - n_n^* B_{ne}}$$

KNI' UVAŽÍME BOLTZMANOVU EXCITAČNÍ FORMULU MEZI HLADINAMI l & n:

$$\frac{n_n^*}{n_l^*} = \frac{g_n}{g_l} \cdot e^{+\frac{h\nu_{en}}{kT}}$$

$$B_{\nu} = \frac{A_{ne}}{B_{ne}} \cdot \frac{1}{\frac{g_e B_{en}}{g_n B_{ne}} \cdot e^{\frac{h\nu_{en}}{kT}} - 1} =$$

$$\text{POROVNÁME S PLANCKOVOU FUNKCÍ} = \frac{2h\nu^3}{c^2} \cdot \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$$

$$A_{ne} = \frac{2h\nu_{en}^3}{c^2} B_{ne} \quad \parallel \quad g_e B_{en} = g_n B_{ne}$$

NYNÍ SI ZAVEDEME POMOCNÉ VELICINY:

P_{ν} - PRAVĚPODOBNOST FOTOIONIZACE FOTONEM Z INTERVALU $(\nu; \nu + d\nu)$, KORESPONDUJE S KOEFICIENTEM ABSORPCE

$F_{\nu}(n)$ - PRAVĚPODOBNOST SPONTÁNNÍHO ZACHYCENÍ ELEKTRONU $(n; n + dn)$

$G(n)$ - PRAVĚPODOBNOST VYNUCENÉHO ZACHYCENÍ ELEKTRONU $(n; n + dn)$ ZA POMOCI ŽÁŘENÍ I_{ν}

N_0 - ČÍSLOVA HUSTOTA KONCENTRACE ATOMŮ V ZÁKLADNÍM STAVU

N_1 - ČÍSLOVA HUSTOTA KONCENTRACE IONŮ V ZÁKLADNÍM STAVU

$n_e(n) dn$ - ČÍSLOVA HUSTOTA ELEKTRONŮ S RYCHLOSTÍ V INTERVALU $(n; n + dn)$

211

ZAVEDEME SI ČETNOST FOTOIONIZACIÍ JAKO:

$$r_{bf}(\tilde{n}^2; \nu) = m_0 p_\nu \cdot I(\tilde{n}^2; \nu) d\nu$$

↑
PRÁVĚPODOBNOST FOTOIONIZACE

ČETNOST REKOMBINACIÍ:

$$r_{rb}(\tilde{n}^2; \nu) = n_1 \cdot M_e^*(r) [F(r) + G(r) \cdot I(\tilde{n}^2; r)] r dr$$

ROVNOVÁŽNÁ HODNOTA

V TERMODYNAMICKÉ ROVNOVÁŽE $I_\nu = B_\nu$; $m_0 = m_0^*$; $n_1 = n_1^*$

$$r_{bf}(\tilde{n}^2; \nu) = r_{rb}(\tilde{n}^2; \nu) \quad \text{OPRACNOST PROCESŮ V ROVNOVÁŽE}$$

POTOM MOŽE NAPSAT:

$$m_0^* p_\nu B_\nu = n_1^* \cdot M_e^*(r) [F(r) + G(r) \cdot B_\nu] \frac{h}{m_e}$$

|| Z TOHO POTOM POSITÁNU

$$F(r) = \frac{2h\nu^3}{c^2} G(r)$$

$$G(r) = \frac{m_e}{g_1 h} \cdot \left(\frac{m_0^*}{M_e^*(r) \cdot m_1^*} \right) p_\nu \cdot e^{-\frac{h\nu}{kT}}$$

$$p_\nu = \frac{8\pi m_e^2 \nu^2}{h} \cdot \frac{g_1}{g_0} G(r)$$

KOEFICIENT PRO SPONTÁNNÍ EMISI

↓ KONC. ELET.

$$M_{bf}^{spont} = n_1 M_e(r) F(r) r dr \cdot h\nu = n_1 M_e(r) \cdot \frac{2h\nu^3}{c^2} \cdot$$

↑ KONC. IONTŮ

$$\cdot \frac{m_e}{h} \cdot \left(\frac{m_0^*}{M_e^*(r) \cdot m_1^*} \right) \cdot e^{-\frac{h\nu}{kT}} p_\nu h\nu d\nu =$$

$$= m_0 \underbrace{(h\nu p_\nu)}_{\kappa_{bf}} \cdot \left(\frac{2h\nu^3}{c^2} \right) \cdot e^{-\frac{h\nu}{kT}} d\nu =$$

$$= m_0 \kappa_{bf}(r) \left(1 - e^{-\frac{h\nu}{kT}} \right) B_\nu(T) d\nu$$

TOTO JE EMISNÍ KOEFICIENT PRO SPONTÁNNÍ
FOTOREKOMBINACI κ_{bf} - FOTOIONIZAČNÍ

PRŮŘEZ

SPONTÁNNÍ FOTOREKOMBINACE JE MOŽNÉ ZAPSAT POMOCÍ
KONCENTRACE ZÁKLADNÍ HLEDINY IONTŮ DO KTERÉHO
SE REKOMBINUJE.

ABSORPCE A EMISE V ČARÁCH

EINSTEINOVY KOEFICIENTY NEJSOU JEDINÉ, KTERÉ SE POUŽÍVAJÍ PRO ABSORPCI A EMISI.

NEPRAVDĚPODOBNĚJŠÍ FORMA ZÁŘENÍ JE ELEKTRICKÉ DIPÓLOVÉ ZÁŘENÍ (DOVOLENÉ PŘECHODY); TOTO VYCHÁZÍ Z KVANTOVKY:

$$g_{ul} A_{ul} = \frac{64 \pi^4 \cdot \nu_{ul}^3}{3 \cdot h \cdot c^3} S(l_{ij})$$

$S(l_{ij})$ - SÍLA ČÁRY (LINE STRENGTH) - SOUVISÍ S ENSTW. ^{KOEF}
- SOUVISÍ SMATCOVÝMI ELEMENTY PŘECHODU.

$$g_{ul} B_{ul} = \frac{32 \pi^4}{3 h^2 c} S(l_{ij})$$

$$g_{el} B_{el} = \frac{32 \pi^4}{3 h^2 \cdot c} S(l_{ij})$$

$$S(l_{ij}) = \sum_{l' i' m'} \langle l' i' m' | \vec{d} | l i m \rangle$$

DALŠÍ VELICINA CO SE POUŽÍVA PRO POPIS ABSORPCE JE TŽV. SÍLA OSCILATORU:

- VYCHÁZÍ Z TOHO KODĚ, UVAŽUJEME, ŽE PŘECHOD MEZI HLADINAMI SE DÁ VYJÁDRIT JAKO KLASICKÝ OSCILÁTOR, TAK PRO VŠECHNY PŘECHODY 1 VZTAH:

$$f_{ce} = \frac{\pi e^2}{m_e}$$

$$\text{DOBAS } \tau_{em} = \tau_{en}$$

KODĚ BUDEME MÍT PŘECHOD:

JENOM OZNACENÍ

$$\tau_{en} = f_{en} \cdot \frac{\pi e^2}{m_e \cdot c} = \frac{h \nu_{en}}{4\pi} B_{en}$$

SCHOPNOSTI

SÍLA OSCILÁTORU - VHODNÉ PRO POPIS ABSORBOVAT

$$g_{el} f_{en} = \frac{8\pi^2 \cdot m_e \cdot \nu_{en}}{3 e^2 \cdot h} \cdot S(l_{ij})$$

$$\tau_{en}(\nu) = \frac{h \nu}{4\pi} B_{en} \quad \phi_{en}(\nu) = \frac{\pi e^2}{m_e c} f_{en} \phi_{en}(\nu)$$

22

TES BUDEME CHTÍT NAPSAT ZDROJOVOU FUNKCI
JAKO VÝRAZNOST SPEKTRÁLNÍ ČÁRY.

EMISE $\eta(\nu) = \frac{h\nu}{4\pi} \eta^{\text{SPONT}}(\nu) m_{ul} A_{ul}$

ABSORPCE $\chi(\nu) = \frac{h\nu}{4\pi} (\phi_l) m_{lu} B_{lu} - \eta^{\text{STIM}}(\nu) \cdot m_{ul} B_{ul}$

URMÍ ČASTO SE STIMULOVANÁ EMISE BERE JAKO
ZÁPORNÁ ABSORPCE

$$S(\nu) = \frac{\text{EMISE}}{\text{ABSORPCE}} = \frac{\eta^{\text{SPONT}}(\nu) \cdot m_{ul} A_{ul}}{\phi_l m_{lu} B_{lu} - \eta^{\text{STIM}}(\nu) \cdot m_{ul} B_{ul}} = \frac{\eta(\nu)}{\chi(\nu)} = *$$

PRO NEPŘÍLIŽE SILNÉ ZÁŽIVY:

$$\eta^{\text{SPONT}}(\nu) = \eta^{\text{STIM}}(\nu) \text{ MEZI HVĚZDKE PROSTŘEDÍ}$$

POKUD PŘEDPOKLÁDÁME ÚPLNOU REDISTRIBUCI $\eta(\nu) = \eta(\nu)$

EMISE ZÁR. VESPEKT. ČÁSTE KŽÁVISÍ NA ZÁŽIVCE
BYLO V ČÁSTE ABSOR BOVÁLO

$$* = \frac{m_{ul} A_{ul}}{m_{lu} B_{lu} - m_{ul} B_{ul}} = \frac{2h\nu^3}{c^2} \cdot \frac{1}{\frac{m_{lu} g_l}{m_{ul} g_u} - 1} \text{ TADY NOVÝ TERM. ROVN.}$$

KDYŽ MÁME TERMODYNAAMICKOU ROVNOVÁHU:

$$\frac{m_l^*}{m_u^*} = \frac{g_l}{g_u} \cdot e^{-\frac{h\nu_{ul}}{kT}}$$

STRUKTURA VODÍKU A PODOBNÝCH IONŮ (ATOMŮ)

- 1 PROTON 1 ELEKTRON

- VĚTAH PRO ENERGII HĚADINY $E_n = -\frac{Z \cdot R^2}{n^2}$ R-RIDBERGOVA KONST

$$R = \frac{2\pi^2 m_e \cdot e^4}{h^2} \quad \mu_H = \frac{m_e \cdot m_H}{m_e + m_H}$$

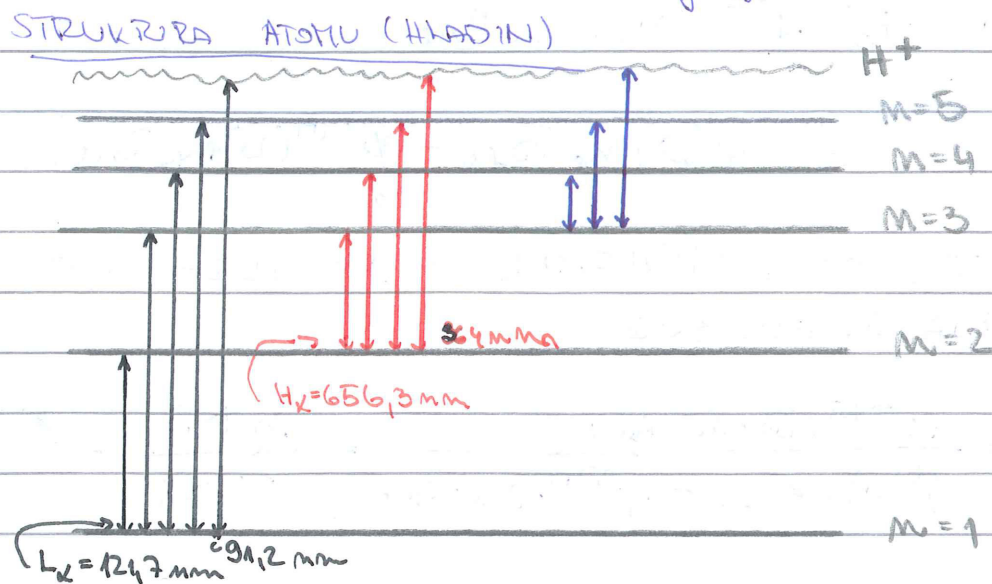
- KŽEDA Ž ENERGIJŮCH HĚADIN MÁ STAT. VÁHU.

$$g_n = 2n^2$$

VZTAH PRO PŘECHODY SE SILOU OSCILÁTORU f_{if}

$$f_{if} = \frac{32}{3\pi^2} \left(\frac{1}{l^2} + \frac{1}{n^2} \right)^{-3} \cdot \frac{1}{l^3 n^3} \cdot g(i,j)$$

$g(i,j)$ - GANTOV FAKTOR



1) LYMANOVA SÉRIE - PŘECHOD MEZI $n=1$ A VYŠŠÍMI, JEDNOTLIVÉ ČÁRY SE POTOM OZNAČUJÍ $L_k; k=p; L_f; L_g; L_e; L_d; L_c$ KRÁTKOVLNĚ, HLAVNÍ 91,2

2) BALMEROVA SÉRIE - PŘECHOD MEZI $n=2$ A VYŠŠÍMI, JEDNOTLIVÉ ČÁRY OZNAČUJEME $H_k; H_b; H_n; H_d; H_e; H_g, \dots$

3) PASCHENOVA SÉRIE - $n=3$ A VYŠŠÍMI.

4) BRACKET ; 5) PFUNDOVA SÉRIE

IONIZOVANÉ HELIUM JE NĚKDE MEZI ($L_k = 30 \text{ nm}$ PRO HELIUM).

STAV SOUSTAVY ATOM + ELEKTRON SE POPISUJE 1 DALŠÍMI KVANTOVÝMI ČÍSLY KTERÉ JE n .

HLAVNÍ KVANTOVÉ ČÍSLO $n=1, 2, 3, \dots$ $K, L, M, \dots$

VEDLEJŠÍ KVANTOVÁ ČÍSLA $l=0, 1, 2, \dots, n-1$ (ZE SCH. ROVNIC) SLOPKY

ORBITÁLNÍ KVANTOVÉ ČÍSLO $l=0, 1, 2, \dots$ s, p, d, f, g, h, i, k

s - SHARP, p - PRINCIPAL,

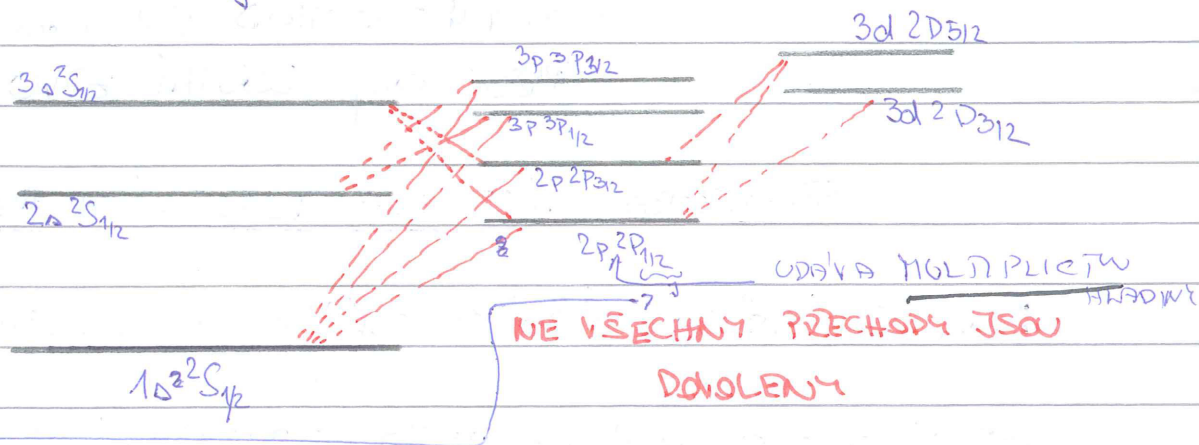
f - FUNDAMENTAL, d - DIFFUSE.

23.

VEDLEŠÍ KVANTOVÉ ČÍSLO

 l MŮŽE PŘÍJÍMAT HODNOTY $l \in \{0, 1, \dots, n-1\}$ MAGNETICKÉ KVANTOVÉ ČÍSLO $m_l \in \{-l, \dots, l\}$ $m_l = 2l + 1$ SPINOVÉ KVANTOVÉ ČÍSLO $m_s = \pm 1/2$

POTOM STAV SOUSTAVY ATOM + ELEKTRON JE DÁN ČTYŘETICÍ

KVANTOVÝCH ČÍSEL n, l, m_l, m_s . PRO 1. ELEKTRON V KLIDU, PRO VÍCE ELEKTRONŮ KOMPLIKOVANĚJŠÍ, ELEKTRONY SPOLUINTERAKUJÍ A ZAVEDE SE KVANTOVÉ ČÍSLO $\vec{j} = \vec{l} + \vec{s}$ ORBITÁLNÍ MOMENT + SPIN = $\vec{j}$ VZNIKOU TAK JEDNOTLIVÉ HLADINY (PODHLADINY)

$$2S + 1, L$$

L - SOUČET VŠECH l Z TOHO ATOMU, P ODPOVÍDÁ l
A V PŘÍPADĚ VODÍKU JE P STEJNÉ JAKO l .

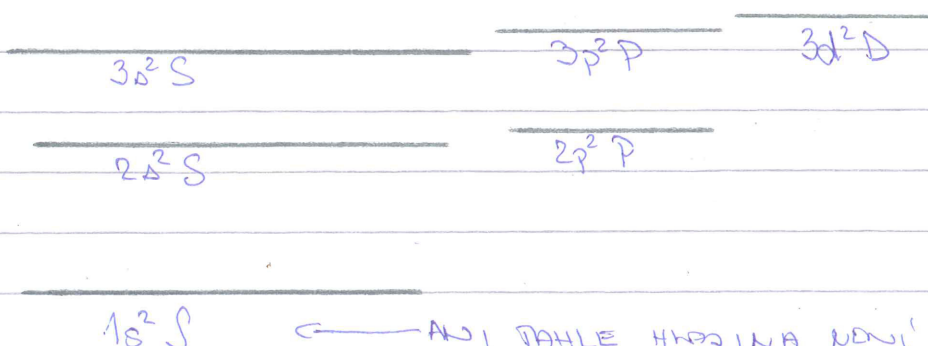
L - CELKOVÝ ORB. MOM. HLADIN, J - JE CELKOVÝ ORB. + SPINOVÝ MOMENT $J = L + S$

J BUDE $1/2$ NEBO $3/2$. MULTIPLICITA HLADINY - VĚTŠE SE HODNOTA

CELKOVÉHO SPINU (PRO VODÍK $1/2$). $2 \cdot 1/2 + 1 = 2$ MULTIPLICITA

ENERGIE HLADIN HROZNĚ BLÍŽSKÉ

ZAVADÍ SE POJETÍ TERM - NĚKTERÉ HLADINY DOHROMADY



ANI TAKLE HLADINA NENÍ JEDNA DÍKY
TÉŽ JE TAM MULTIPLICITA V LÍČENÍ VĚTŠÍHO
POLE.

VÝBĚROVÁ PRAVIDLA - KTERÉ DIPÓLOVÉ PŘECHODY JSOU DOVOLENÉ

$$\Delta l = \pm 1 \quad \text{PŘI PŘECH. SE ZMĚNÍ KVANTOVÉ ČÍSLO}$$

$$\Delta m_l = 0; \pm 1$$

$$\Delta j = 0; \pm 1 \quad ; j = 0 \rightarrow j' = 0 \text{ ZAKÁZANÉ PŘECHODY}$$

ZÁKLADNÍ HADNINA SE MŮŽE ROZŠTĚPIT VNĚJŠÍM
MAGNETICKÝM POLETÍM, NEBO DÍKY INTERAKCI S JADREM,
MŮŽEME ZAVÉST DALŠÍ KVANT. ČÍSLA PRO ~~ELEKTRO~~^{SPIN} PROTONU.
→ HYPERJEMNÁ STRUKTURA

- ZNÁMÝ PŘECHOD 21, 1 cm (ZAKÁZANÝ
PŘECHOD, DLOUHÁ ŽIVOTNOST 10^7 let)

STRUKTURA VÍCE ELEKTRONOVÝCH ATOMŮ

ATOM Cu $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s$ - ZÁKL. STAV ATOMU MĚDI

KADYŽ 2 ELEKTRONŮ MÁ SVŮJ ORBITÁLNÍ A SPINOVÝ
MOMENT, KTERÉ SE MUSÍ SEČÍST ABYCHOM DOSTALI
ENERG. STRUKTURU ATOMU. SOČTÁNÍ ALE NENÍ JEN TAK,
JSOU DVE SCHEMATA:

SOČTÁNÍ VEKTOROVĚ

LS VAZBA $\sum \vec{l} = \vec{L} \quad \sum \vec{s} = \vec{S} \quad \rightarrow \vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$
(HODÍ SE PRO LEHČÍ PRVKY)

jj VAZBA $\vec{l} + \vec{s} = \vec{j} \quad \rightarrow \vec{J} = \sum \vec{j}$
(HODÍ SE PRO ~~TEŽKÝ~~ PRVKY)

$\vec{L} = \sum \vec{l}$ STEJNÉ OZNACENÍ S, P, D, F, G, H, I, K
VELIKOST $|\vec{L}| = \sqrt{L(L+1)} \hbar \quad L = 0; 1; 2; 3; \dots$

PRO SPIN $\vec{S} = \sum \vec{s}$

VELIKOST SPINU $|\vec{S}| = \sqrt{S(S+1)} \hbar \quad S = 0; 1; 2; 3; 4 \dots$ SUDÝ POČET ELEKTR.
 $S = 1/2; 3/2; 5/2; 7/2 \dots$ LICHÝ POČET

He $S = 0; 1 \quad H \cdot S = 1/2$

241

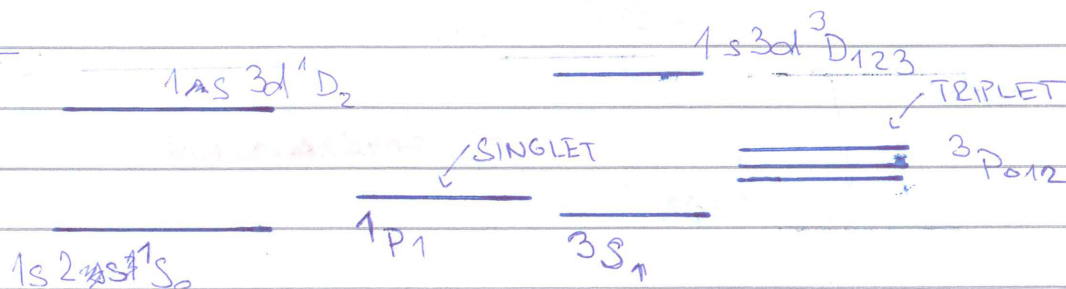
POJETI TERM

- ZNAČENIE PODLE ^{HODNOT} L , ZNAČÍ SE S, P, D, F, G .

- PAK MÁME HLADINU, Z NÍ SE SKLÁDA TERM

SINGLETNI'	TRIPLETNI'	S - CELKOVÉ SPINOVÉ KVANTOVÉ ČÍSLO
$1p_1$	$3p_0$	PRO HELIUM $S = 0, 1$ $1/2 + 1/2$ / $1/2 - 1/2$
	$3p_1$	L - KVANTOVÉ ČÍSLO
	$3p_2$	$J = J = \sqrt{J(J+1)} \cdot h$, $J \in \langle L-S , L+S \rangle$
		$2 \cdot \min(L, S) + 1$ ČÍSEL

HELIUM



$1s^2 \ ^1S_0$

STATISTICKÁ VAHA $g = 2J + 1$

PARITA $\Rightarrow \sum l = \text{SUDÝ} \Rightarrow$ SUDÁ PARITA

$\Rightarrow \sum l = \text{LICHÝ} \Rightarrow$ LICHÁ PARITA

ROD (PARENTAGE)

- KDYŽ MÁME SLOŽITEJŠÍ ATOMY, NAPR. FOSFOR IV,

- ZAČNÁDNÍ HLADINA FOSFORU IV $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2$

a) POZOR $1s^2 2s^2 2p^6 3p$ TADY MOHOU BÝT OBA

JE JEDNO, KTERÝ ELEKTRON SE EXCITUJE DVA EXCITOVANÍ

b) POZOR $1s^2 2s^2 2p^6 3s$

a) TERM $(2p) 3p^1 D$

b) TERM $(2s) 3s^1 S$

TERM $3p$, HLADINA $^3p_{012}$, STAV (PODHLADINA)

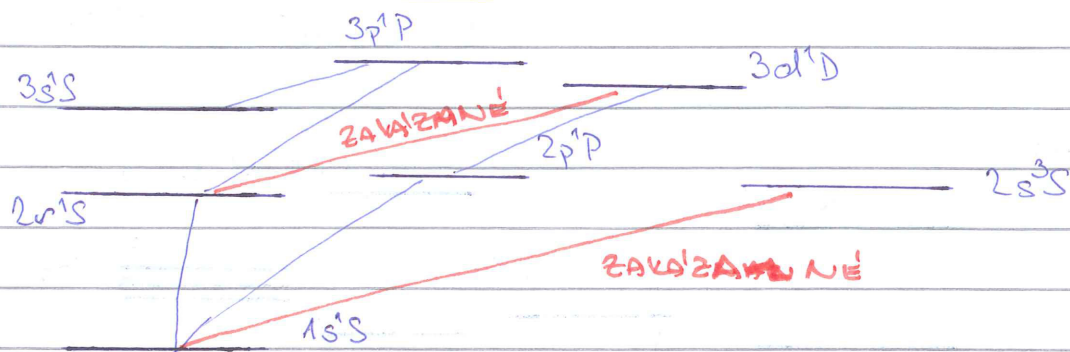
TERMINOLOGIE PRO PŘECHODY

- PŘECHOD MEZI TERMÝ JE MULTIPLET

ČÁŘA (LINE)

- PŘECHOD MEZI STAVY SLOŽKA ČÁŘY

GROTRIANŮV DIAGRAM



VÝBEROVÁ PRAVIDLA - MEZI KTERÝMI HLADINAMI JE PŘECHOD ZAKÁZANÝ.

1) $\Delta S = 0$ PŘECHODY MEZI $1s^1S \rightarrow 2s^3S$
ZMĚNILO BY SE S

2) $\Delta L = 0; \pm 1$ PŘECHOD Z $L=0$ DO $L=0$ JE ZAKÁZANÝ

3) PŘECHOD MEZI HLADINAMI RODU

4) DIPÓLOVÁ PRAVIDLA $\Delta l = \pm 1$

$\Delta J = 0; \pm 1$ $J=0$ DO $J=0$ ZAKÁZ

$\Delta M = 0; \pm 1$

ZAKÁZANÉ ČÁŘY V PŘÍRODĚ

PRÁKRAJÍ IONIZOVANÝ KYSLÍK O III

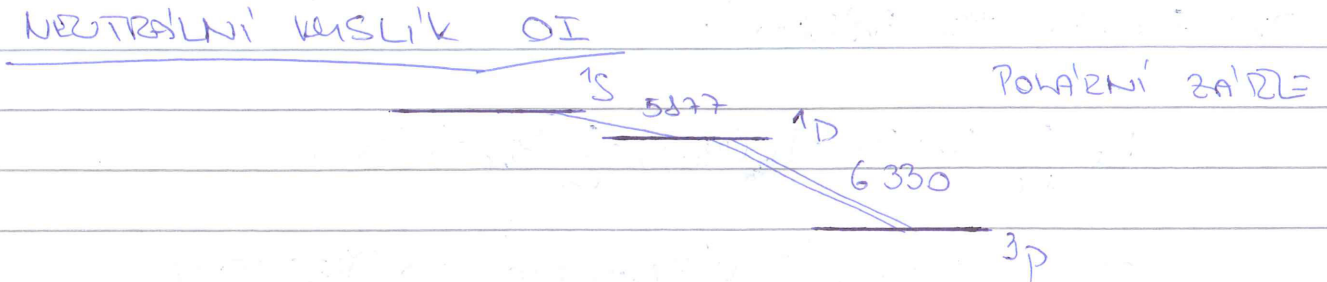
- PLANETÁRNÍ MLHOVINY

- POZORovali SE ČÁŘY $500,7\text{nm}$; $495,9\text{nm}$; $436,3\text{nm}$

TAK DEFINOVALI NOVÝ PRVEK NEBULIUM

25,

500,7 nm PŘECHOD MEZI $3p_2 \rightarrow ^1D_2$
 495,9 nm ——— " ——— $3p_1 \rightarrow ^1D_2$
 436,3 nm ——— " ——— $^1p_2 \rightarrow ^1S_0$



SLUNEČNÍ KORÓNA

- ZABÍRANÝ PŘECHOD ŽELEZA

VLIV IZOTOPŮ

~~CHYBA~~ - HMOTOVÝ A OBJEMOVÝ

ÚČINNÝ PŘEBĚH

$$\chi_{lm}(\nu) = \frac{\pi \cdot e^2}{m_e \cdot c} f_{lm} \cdot \phi_{lm}(\nu)$$

ϕ_{lm} - PROFIL ČÁRY

f_{lm} - SÍLA OSCILÁTORU

ν - FREKVENCE

PROFIL SPEKTRÁLNÍCH ČAR

- 2 KVANTOVKY PODLE PRINCIPU KURČATOVSKÝ, JEDNOZVLÁŠTĚ
 ENERGETICKÉ HODINY MAJÍ JISTÉ ROZSÍŘENÍ (NEPŘESNOST)
 Z TOHO VYPLÝVÁ PŘIROZDNÉ ROZSÍŘENÍ SPEKTRÁLNÍCH
 ČAR.

PŘIROZDNÉ ROZSÍŘENÍ SPEKTRÁLNÍCH ČAR

$$\phi(\nu) = \frac{\frac{\Gamma_{lm}}{4\pi^2}}{(\nu - \nu_0)^2 + \left(\frac{\Gamma_{lm}}{4\pi}\right)^2}$$

- VJADŘUJE TO LORENTZŮV PROFIL

Γ_{lm} - PARAMETR PRO ROZSÍŘENÍ

$\Gamma_{lm} = \Gamma_l + \Gamma_m$ (l A m JSOU INDEXY

(E_u) $\rightarrow \Gamma_l = \sum_{i \neq l} A_{li}$ (EINSTEIN KOEFICIENTY SPODNÍ A HORNÍ
 HODINY PŘECHODU)

TYTO VZTAHY PLATÍ PRO ATOM VE VAKUU, JINAK JE TO MNOHEM SLOŽITĚJŠÍ, V MAG POLI JSOU ENERGETICKÉ HLADINY ÚPLNĚKDE JINDE. ZÁLEŽÍ NA PROSTŘEDÍ!

PE) SLABÉM POLI ZÁŘENÍ:

$$\Gamma_a = \sum_{i < l} (A_{li} + B_{li} \cdot I_{\nu_{li}}) + \sum_{i > l} B_{il} \cdot I(\nu_{li})$$

- TOTO MŮŽE BÝT VÝZNAMNÉ PRO PŘECHODY DO HLADINY NEBO Z HLADINY l PRO $h\nu \ll kT$
- PE) SILNÉM POLI ZÁŘENÍ BUDE Γ_a JINÝ

DOPPLEROVSKÉ (TEPELNÉ) ROZŠÍŘENÍ

NÁHODNÝM

- ZPŮSOBENO TEPELNÝM POHYBEM ATOMŮ A IONŮ, PROFIL TĚCHTO SPETRALNÍCH ČAR JE ~~JE~~ LORENTZOVSKÝ, AVŠAK PROTOŽE SE ČÁSTICE TEPELNĚ POHYBUJÍ, VÝSLEDNÝ PROFIL DOSTANEME POMOCÍ MAXWELLOVSKÉHO ROZDĚLENÍ RYCHLOSTÍ

$$W(\xi) d\xi = \frac{1}{\xi \sqrt{\pi}} \cdot e^{-\xi^2} d\xi$$

$$\xi_0 = \sqrt{\frac{2kT}{m_a}}$$

m_a - ATOMOVÁ HMOTNOST

- PROFIL DOSTANEME VYSTŘEDOVÁNÍM LORENTZOVA PROFILU PŘES MAXWELLOVSKÉ ROZDĚLENÍ

$$\varphi(\nu) = \int_{-\infty}^{\infty} \phi\left(\nu - \frac{\xi \nu}{c}\right) W(\xi) d\xi$$

↑
LORENTZOV PROFIL

↑
DOPPLEROV PROFIL

$$\varphi(\nu) = \frac{1}{\Delta\nu_D \sqrt{\pi}} \underbrace{\frac{\omega}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-y^2} dy}{(x-y)^2 + \omega^2}}_{H(a;x)}$$

$H(a;x)$ - VOIGTOVA FUNKCE

26.

DOPPLEROVSKÁ ROZSÍŘKA $\Delta \nu_D$:

$$\Delta \nu_D = \frac{z_0 v_0}{c}$$

z_0 - STŘEDNÍ RYCHLOST, NEJPRÁVĚPODOBNĚJŠÍ RYCHLOST MAXWELLOVA

ROZDĚLENÍ

ν_0 - FREKVENCE PŘECHODU

$$a = \frac{\Gamma}{4\pi \Delta \nu_D}$$

a - SOUVISÍ S Γ

$$x = \frac{\nu - \nu_0}{\Delta \nu_D}$$

x - FREKVENCE VZHLÉDEM K CENTRU ČÁRY

BEZ ROZMĚRNA, VYJETÍ K VYJÁDRZENÍ

PROFILU ČÁRY

$$y = \frac{I}{I_0}$$

STANDARDNÍ PROFIL ČAR VE VESMÍRU JE DÁN DOPPLEROVSKÝM ROZSÍŘENÍM, VE STŘEDU ODPOVÍDÁ GAUSSOVĚ FUNCI A V KŘÍDLECH JE ROZTAŽENĚJŠÍ. BEŽNÝ PŘÍPAD V ASTROFYZICE $a \ll 1$ MŮŽETE VOIGHTOVU FUNKCI ROZVINOUT DO ŘADY:

$$H(a; x) = \sum_n a^n H_n(x)$$

$$\left(H_n(x) = \frac{(-1)^n}{\sqrt{\pi} \cdot n!} \cdot \int_0^\infty e^{-\frac{x'^2}{4}} \cdot x'^n \cdot \cos x \cdot x' dx' \right)$$

$$H_0(x) = e^{-x^2}$$

$$\left(H_1(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} [2 \cdot x \cdot F(x) - 1] \right)$$

PROFIL SPEKTRÁLNÍ ČÁRY PRO $H_0(x)$

$$y(\nu) = \frac{1}{\Delta \nu_D \sqrt{\pi}} \cdot \frac{a}{\pi} \cdot e^{-x^2}$$

DOPPLEROVSKÝ PROFIL (NEJJEDNODUŠŠÍ) APROX. VOIGHTOVY FCE)

TOTO LZE DOSTAT Z MAXWELLOVA ROZDELENÍ,
ŽE NEBUDEME STŘEDOVAT LORENTZOV PROFIL,
ALE BUDEME STŘEDOVAT σ FUNKCI, BUDEME
PŘEDPOKLÁDAT, ŽE ČÁRA JE ČÁRA.

VOIGHTOV PROFIL

$$\varphi(\nu) = \frac{1}{\Delta\nu_D \sqrt{\pi}} H(a; x)$$

DOPPLEROVSKÝ PROFIL JE POUZE APROXIMACÍ VOIGHTOVA PROFILU.

MIKROBURBULENCE

- MENŠÍ ZMĚNA V DOPPLEROVSKÉ POLOSTŘECI

$$\Delta\nu_D = \frac{\nu_0}{c} \{0 = \frac{\nu_0}{c} \sqrt{\frac{2kT}{m_0}} \rightarrow \frac{\nu_0}{c} \sqrt{\frac{2kT}{m_0} + N_{\text{turb}}^2}$$

N_{turb}^2 - MIKROBURBULENTNÍ DICHLOSIT'

(TMAKOVÉ) SRAŽKOVÉ ROZŠÍŘENÍ ČAR

- POVĚTÍ ŮBÍLYCH TRPASLÍKŮ
- NA ATOMÁRNÍ ÚROVNI ZÁŽENÍ ATOMU PRERUŠENO
SRAŽKOU, COŽ VEDE K POSUNU FÁZE, POSUNU
V OÁŘE NEBO POSUNU NA JINOU HLADINU.
- ZAPOČÍTÁNÍ STATISTICKY

SRAŽKY S KABITÝMI ČÁSTICEMI (PROTONY) - SRAŽKOVÉ ROZŠÍŘENÍ
—— 1 —— NEUTRÁLNÍMI —— 1 —— - REZONANČNÍ ROZŠÍŘENÍ
NEBO TAKÉ VAN DER WAALSOVSKÉ ROZŠÍŘENÍ

POSUN ENERGETICKÝCH HLADIN Vlivem ELEKTRICKÉHO
POLE INTERAGUJÍCÍCH ELEKTRONŮ, ČÁRA SE NEJEN
ROZŠÍŘÍ, ALE I POSUNE. ZAHRNEME PŘEBA TAK ŽE
V LORENTZOVSKÉM PROFILU ZMĚNÍME Γ NEBO VZÍT
PROFIL SPOČÍTANÉ Z KVANTOVKY A INTERPOLUJEME.

27.1

IONIZACE A REKOMBINACE

PRO VODÍK A VODÍKU PODOBNÉ:

λ_{bf} - GAUNTOV PROŘEZ

$$\lambda_{bf}(n; \nu) = \frac{64 \pi^4 \cdot z^4 \cdot m_e \cdot e^{10}}{3 \cdot 13 \cdot c \cdot h^6} \cdot \frac{1}{n^5 \cdot \nu^3} g_{bf}(n; \nu)$$

n - KVANTOVÉ ČÍSLO HADNÝ

* PRO $z=1 \Rightarrow 2,815 \cdot 10^{29}$

ν - FREKVENCE

g_{bf} - GAUNTOV FAKTOR

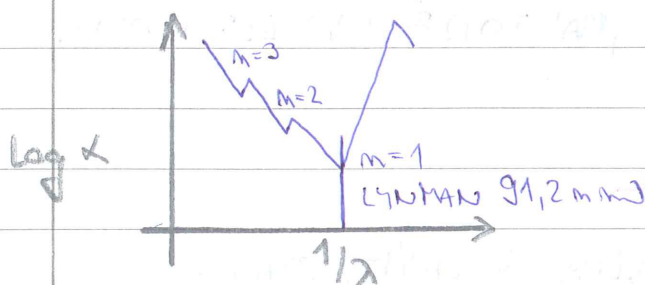
VZTAH BEZ g_{bf} ODVODIL KRAMERS (1923), V ROCE 1930 GAUNT PŘIDAL KVANTOVOU MECHANIKU.

ÚMĚRNÝ

$$\lambda_{bf} \sim z^{-2} \quad \text{PROTOŽE TAM MÁME } h^{\frac{6}{3}} \cdot \nu^3$$

$$h^3 \cdot \nu^3 = (z \cdot R)^3$$

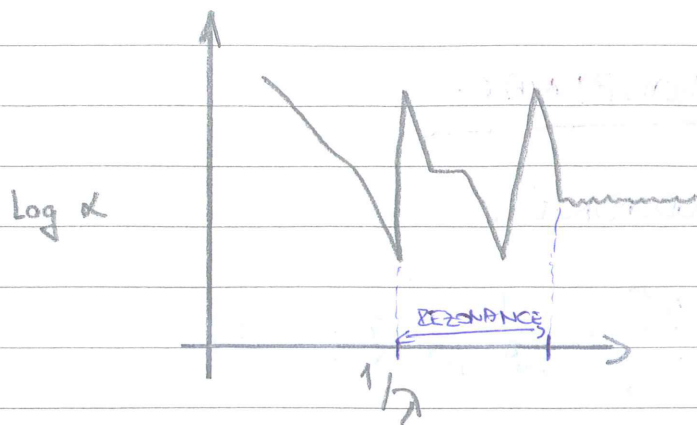
ROVNĚŽ PRAVÍ $\lambda_{bf} \sim \nu^{-3}$ PODSTATNĚ! ZÁVISLOST ÚČINNĚHO PROŘEZU VODÍKU.



OSTATNÍ PRVKY - SLOŽITĚJŠÍ (KVANTOVÉ MECHANICKÉ EFEKTY)

ZÁKLADNÍ STAV $1s^2$ DALŠÍ EXCITACNÍ $1s2s$ $1s2p$
 $2s^2$
 $2p^2$

A DOSTANEME SE K IONIZAČNÍ HRANĚ. KDE MÁME 2 ELEKTROMY A 1 JE EXCITOVANÝ, NEBO OBA JSOU EXCITOVANÉ TAK JEJICH STAV JE VÝŠŠÍ NEŽ IONIZAČNÍ ENERGIE.



REZONANCE ALE NEJSOU VŠUDE.

S REZONANCEMI SOUVISÍ I POJEM AUTOIONIZACE

AUTOIONIZACE - ATOM JE EXCITOVÁN DO HLADINY (TŘEBA $2s^2 1s2p$) A JE VE VÁZANÉM STAVU NAD IONIZAČNÍ HRANOU, MŮŽE SE UVOLNIT ELEKTRON $\Rightarrow$ S NÍM SE UVOLNÍ I ENERGIE (SPADNE DO ~~K~~ STAVU S NIŽŠÍ ENERGIÍ).

IONT VODÍKU H^+ JE VÝZNAMNÝM ZDROJEM OPACITNÍ PRO HVEZDY SLUNEČNÍHO TYPU, MA' TOTÉŽ DVA ELEKTRONY.

VOLNĚ - VOLNĚ PŘECHODY

- JSOU TO PŘECHODY MEZI DVĚMA VOLNÝMI STAVY
 KEJSOU Tedy VÁZANÉ A JEDNA' SE TYPIKYN O /
 SOUSTAVU KDE MÁME IONT K NĚMU SE ZAČNE
 BLÍŽIT ELEKTRON NA CHVÍLI SPOU INTERAGUJI
 A POTOM ZASE ODLETÍ, JINOU RYCHLOSTÍ
 (BŘEZNĚ ZÁŘENÍ). PRO ÚČINNÝ PŘÍŘEZ:

$$\sigma(\nu; \tau) = \frac{4\pi}{3f_3} \cdot \frac{Z^2 e^6}{c \cdot h \cdot m_e^2} \cdot \frac{g_H(\nu; \tau)}{\nu^3 \cdot \tau}$$

$g_H(\nu; \tau)$ - JE VOLNĚ VOLNÝ GAUNTŮV FAKTOR

PROTOŽE TO NEBUDEME ŘEŠIT PRO KAŽDOU RYCHLOST α ELEKTRONU

28

KYNI TO VYSTŘEDUJEME PŘES MAXWELLOVSKÉ ROZDĚLENÍ
BÝCHLOSÍ)

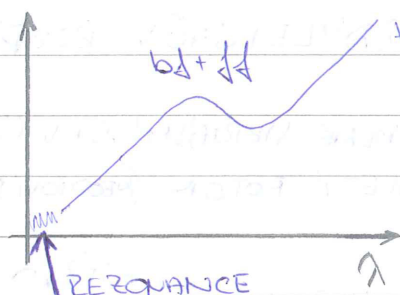
$$\alpha_H(\nu; T) = \frac{\sqrt{32} \cdot z^2 e^6}{3 \cdot \sqrt{3} \cdot c \cdot h \cdot \sqrt{k \cdot m_0 \cdot T}} \cdot \frac{\bar{g}_H(\nu; T)}{\nu^3}$$

$\bar{g}_H$ - STŘEDNÍ HODNOTA GAUŤOVA FAKTORU

PRO VODÍK H^+ A e^- PROLETÍ KOLEM SEBE VZNIKNE
BŘZNE ZÁŘENÍ. PRO OPACITU (VOLNÉ VLNŮ)

$$\kappa = 3,65 \cdot 10^8 \cdot \bar{g}_H(\nu; T) \cdot \nu^3 \cdot \frac{1}{\sqrt{T}} \cdot n_e n_p (1 - e^{-\frac{h\nu}{kT}})$$

H^- - PROTON S DVĚMA ELEKTRONY KTERÁ VÁZANÝ STAV POD
IONIZAČNÍ HRADNOU PŮLEŽITÝ VE SLUNEČNÍ
ATMOSFÉRE



V UV OBRAZÍ (DÍKY TOMU NEMÁ VÝRAZNÝ VLIV NA SLUNEČNÍ)

ROZPTYL V KONTINUUM

ROZPTYL NA VOLNÝCH ELEKTRONECH - NEVYŽNATĚJSÍ

PROTOŽE JE ELEKTRONŮ HONĚ

- APROXIMACE - THOMSONŮV ROZPTYL - NEZÁVISÍ NA FREKVENCÍ JE
KOHERENTNÍ

$$\sigma_e = \frac{8\pi \cdot e^4}{3 \cdot m_e^2 \cdot c^2} = 6,65 \cdot 10^{-25} \text{ cm}^2 \quad \text{ÚČINNÝ PŘEBŘEZ}$$

$$\tau = \chi = n_e \cdot \sigma_e$$

χ - OPACITA σ_e - ÚČINNÝ PŘEBŘEZ n_e - ELEKTRONOVÁ HUSTOTA

TENTO ROZPTYL SE VELMI ČASTO BEŽE JAKO
IZOTROPNÍ (PRAVĚDOBNOST ROZPTYLU DO VŠECH
SMĚRŮ STEJNÁ).

NEIZOTROPNÍ ROZPTYL

$$g(\xi) = \frac{3}{4} (1 + \cos^2 \xi)$$

ξ - KOHERENČNÍ ÚHEL MEZI

PŘÍCHOZÍM A ODCHOZÍM FOTONEM

$$\xi = \angle(\vec{n}, \vec{n}')$$

PRO VÝŠŠÍ ENERGIE MÁME COMPTONŮV ROZPTYL

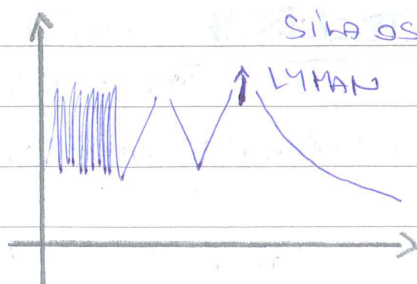
ROZPTYL NA VÁZANÝCH ELEKTRONECH

- NA ATOM DOPADNE ZÁŘENÍ, KTERÉ NEODPOVÍDÁ ŽÁDNÉMU
PŘECHODU, ŽÍVÁ SE MU RAYLEIGHŮV ROZPTYL (VIDÍM MOŽE NEDE)

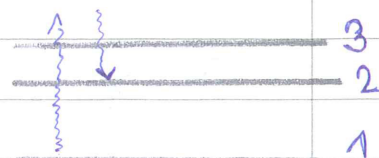
- TĚŽKO SE POZORUJE, PROTOŽE PO NĚM MÍK NEŽ STANE

$$\Gamma(\omega) = \frac{4\pi e^4}{3m_e^2 c^4} \sum_j \frac{\omega_j^4}{(\omega_j^2 - \omega^2)^2}$$

↑
SÍLA OSCILÁTORU



RAMANŮV ROZPTYL - MĚNĚ PRAVĚP.



- V HORKÝCH HVEZDÁCH

- ~~NE~~ SDE POZOROVAT

- EMISNÍ ČÁRY VE VIDIT. OBOUV
~~ULTRAF. ZÁŘENÍ~~

29.1

INTERAKCE ZAŘÍZENÍ S MOLEKULAMI

ROTAČNÍ HLADINY

$$E_{\text{rot}} = J(J+1) \cdot B$$

J-ROTAČNÍ KVANTOVÉ
ČÍSLO

B-ROTAČNÍ KONSTANTA
MOLEKUL

VIBRAČNÍ HLADINY

$$E_{\text{vib}} = (\nu + 1/2) h\nu + \omega_0 \quad \Delta\nu = \pm 1 \text{ NEBO } \pm 2 \text{ NEBO } \pm 3$$

ω_0 - ZÁKLADNÍ VIBRAČNÍ FREKVENCE ; ν - EXCITOVANÉ VIBRAČNÍ
FREKVENCE

DO VÝRAŽNOSTI

ELEKTRONICKÉ HLADINY

$$\Lambda = |M_L| \rightarrow \text{PŘEMĚT ORB. KV. ČÍSLA}$$

$$\Lambda = 0, 1, 2, 3 \rightarrow \text{PRO SKUPINY}$$

$$\sum_i \pi_i \Delta_i \delta_i$$

PRO SPIN S $M_S = \sum$ TAKÉ STEJNĚ JAKO
JINÉ!

VNITŘNÍ ENERGIE MOLEKUL

$$E = E_{\text{el}} + E_{\text{rot}} + E_{\text{vib}}$$

PŘECHODY

ELEKTRONICKÉ $\rightarrow$ VIDITELNÁ + UV OBLAST

VIBRAČNÍ $\rightarrow$ BLÍŽKÁ A STŘEDNÍ IR

ROTAČNÍ $\rightarrow$ DALEKÉ IR AŽ mm

$$E_{\text{rot}} : E_{\text{vib}} : E_{\text{el}} \sim \frac{m_e}{M} : \sqrt{\frac{m_e}{M}} : 1$$

U ATOMŮ JAKO U MOLEKUL PALS, KVŮLI ROTAČNÍM,
VIBRAČNÍM A ELEKTRONICKÝM HLADINÁM.

SRAŽKOVĚ INDUKOVANÁ ABSORPCE

(COLLISION INDUCED ABSORPTION)

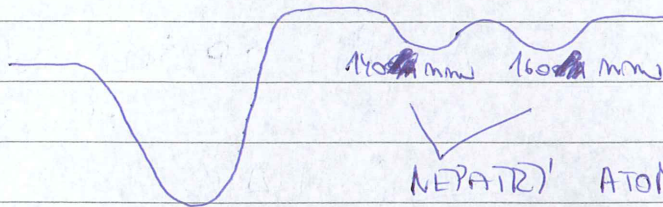
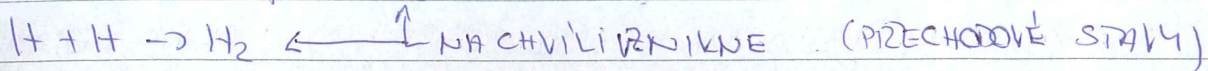
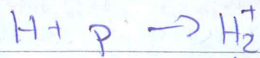
- MÁLO INTERAGUJÍCÍ MOLEKULA H₂, PROTOŽE NEMÁ
STÁLÝ DIPÓLOVÝ MOMENT.

H₂ + H₂ $\rightarrow$ TATO SOUSTAVA UŽ MÁ DOČASNÝ
DIPÓLOVÝ MOMENT, ALE JE
POTŘEBA NÍŽKÉ TEPLOTY, A VYSOKÉ HUSTOTY

CHLADEK
HVEZDY

MOLEKULÁRNÍ SATELITY VODÍKOVÝCH ŽAR

- POTŘEBUJEME K TOMU VELKOU HUSTOTU $\Rightarrow$ BÍLÍ TRPASLÍCI
(10000 K)
VODÍK SE SPOJÍ S PROTONEM



ASTROFYZIKÁLNĚ VÝZNAMNÉ MOLEKULY

H_2 - PŘECHODY V UV OBLASTI

TiO , VO - SILNĚ VIBRAČNÍ STAVY - VELKÁ OPACITA
TĚŽKÁ A LEHKÁ MOLEKULA - MNOHO VIBRACÍ

↓ MENŠÍ OPACITA
 CO , CH_4 , N_2 , NH_3 , H_2O

VE SLUNCI Ca , CH , C_2 , OH , MgH , H_2^+ , H_2

SHRNUTÍ: MÁME OPACITU V ŽAROVÝCH PŘECHODECH, VE
VÁZANĚ-VÁZANÝCH PŘECHODECH, MÁME OPACITU
VOLNĚ-VOLNÝCH PŘECHODŮ, VÁZANĚ-VOLNÝCH PŘECHODŮ,
MÁME ROZPTYL NA ELEKTRONECH, MOLEKULÁCH...
MŮŽEME Tedy VÍCE ŘEŠIT ROVNICI PŘENOSU ŽÁŘENÍ

ROVNICE PŘENOSU ŽÁŘENÍ (ŽAS A ŽNOVA)

$$\mu \frac{\partial I_\nu}{\partial \tau_\nu} = I_\nu - S_\nu$$

μ - ÚHEL, VĚRŮ SVĚLA
NORMÁLA SE SMĚREM
ŽÁŘENÍ

τ - OPTICKÁ HLoubKA

S - ZDROJOVÁ FUNKCE

I - INTENZITA ŽÁŘENÍ

39.

PLAN PARALELNÍ

ŘEŠENÍ TĚTO ROVNICE PRO ROZLOŽENOU ATMOSFÉRU JE:

$$I_\nu(z_\nu; \mu) = \int_0^\infty S_\nu(t) \cdot e^{-\frac{z-z_\nu}{\mu}} \frac{dt}{\mu}$$

CHCEME NAJÍT ŘEŠENÍ PRO VELKÉ OPTICKÉ HLoubKY, PŘEVEDENE Tzv. DIFÚZNÍ APROX.

DIFÚZNÍ APROXIMACE

ODNÁČÍME $p_\nu(z)$ JAKO PŘÁVĚPODOBNOST ABSORPCE, PAK VELKÁ HLoubKA ≈ 1 , V TĚMTO PŘÍSTŘEDÍ BUDEME BLÍZKO TERMODYNAMICKÉ ROVNOVÁŽE PAK ZDROJOVÁ FUNKCE $S_\nu \rightarrow B_\nu$. NAPÍŠEME SI ROZVOJ ZDROJOVÉ FUNKCE:

$$S_\nu(z_\nu) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{d^n B_\nu}{dz_\nu^n} \cdot \frac{(z_\nu - z_\nu)^n}{n!} \quad \text{PRO } z_\nu \approx z_\nu$$

A TENTO VZTAH DOSADÍME DO VZOREČKU PRO PROSTRAVNÍKÉ ZÁŘENÍ:

SPEC. INT. ZÁŘENÍ

$$I_\nu(z_\nu; \mu) = \sum_{n=0}^{\infty} \mu^n \frac{d^n B_\nu}{dz_\nu^n} = \underbrace{B_\nu(z_\nu)} + \mu \cdot \frac{dB_\nu}{dz_\nu} + \mu^2 \frac{d^2 B_\nu}{dz_\nu^2} + \dots$$

PRO STŘEDNÍ INTENZITA ZÁŘENÍ

$$J_\nu = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2n+1} \cdot \frac{d^{2n} B_\nu}{dz_\nu^{2n}} = \underbrace{B_\nu(z_\nu)} + \frac{1}{3} \frac{d^2 B_\nu}{dz_\nu^2} + \dots$$

TEK

$$H_\nu = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2n+3} \cdot \frac{d^{2n+1} B_\nu}{dz_\nu^{2n+1}} = \frac{1}{3} \frac{dB_\nu}{dz_\nu} + \dots$$

$$k_\nu = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2n+3} \cdot \frac{d^{2n+2} B_\nu}{dz_\nu^{2n+2}} = \frac{1}{3} B_\nu(z_\nu) + \frac{1}{5} \frac{d^2 B_\nu}{dz_\nu^2} + \dots$$

EDDINGTONOV
FAKTOR

$$f_\nu = \frac{k_\nu}{J_\nu} \approx \frac{1}{3}$$

VEZME ME V ÚVÁHU POUZE PRVNÍ ČLENY PAK

TO JE TA DIFÚZNÍ APROXIMACE
TO ŽE VZÍME ME JEN PRVNÍ ČLEN

ZAJI MA NAŠ JEJ OPTICKÁ HLUBKA A CELKOVÁ OPACITA.

$$H_\nu = \frac{1}{3} \cdot \frac{dB_\nu}{d\tau_\nu} = -\frac{1}{3} \frac{1}{\chi_\nu} \frac{dB_\nu}{dz} = -\frac{1}{3} \frac{1}{\chi_\nu} \cdot \frac{dB_\nu}{dT} \cdot \frac{dT}{dz}$$

ZÁKLADNÍ VODIVOST

PODÍVAME SE JAK VYPADÁ CELKOVÝ TOK:

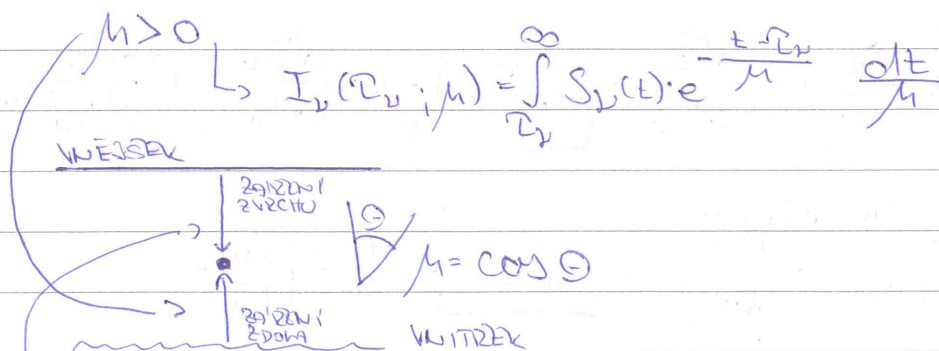
$$0 < H = \int_0^\infty H_\nu d\nu = -\frac{1}{3} \frac{dT}{dz} \int_0^\infty \frac{1}{\chi_\nu} \frac{dB_\nu}{dT} d\nu = -\left(\frac{1}{3} \frac{1}{\chi_2} \cdot \frac{dB}{dT} \right) \cdot \frac{dT}{dz}$$

$\frac{1}{\chi_2} \cdot \frac{dB}{dT}$ $\frac{dB}{dT} > 0$ $\frac{dT}{dz} < 0$
 S ROSTOUcí TEPLOTOU ROSTE OPACITA

χ_2 - ROSSERANDOVA STŘEDNÍ OPACITA, NEZÁVISÍ NA FREKVENCÍ

Δ - OPERÁTOR

- JSME V POLONERKNEČNÉ ATMOSFÉŘE A JSME KĚRDE UPROSTŘED



$$\mu > 0 \rightarrow I_\nu(\tau_\nu; \mu) = \int_{\tau_\nu}^\infty S_\nu(t) \cdot e^{-\frac{t-\tau_\nu}{\mu}} \frac{dt}{\mu}$$

$$\mu < 0 \rightarrow I_\nu(\tau_\nu; \mu) = \int_0^{\tau_\nu} S_\nu(t) \cdot e^{-\frac{t-\tau_\nu}{\mu}} \frac{dt}{-\mu} \Rightarrow I_\nu(\tau_\nu; \mu) = \int_0^{\tau_\nu} S_\nu(t) \cdot e^{-\frac{t-\tau_\nu}{\mu}} \frac{dt}{\mu}$$

KDYŽ TENTO VÝRAZ PROINTEGROUJEME PŘES VŠECHNY ÚHLY $\int_{-1}^1 d\mu$ DOSTANEME STŘEDNÍ INTENZITU:

$$J_\nu(\tau_\nu) = \frac{1}{2} \int_0^\infty S_\nu(t) E_2(t - \tau_\nu) dt$$

↑ EXPONENCIÁLNÍ INTEGRÁLNÍ FUNKCE

31.

E_1 JE OBECNĚ DEFINOVÁNA JAKO:

$$E_m(x) = \int_1^{\infty} e^{-xt} \cdot t^{-m} dt$$

STŘEDNÍ INTENZITU MŮŽEME ZAPSAT JAKO:

$$J_{\nu}(\nu) = \Lambda_{\nu}[S(\nu)]$$

$$\Lambda_{\nu}[f(\nu)] = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} E_1(1+t-\nu) dt$$

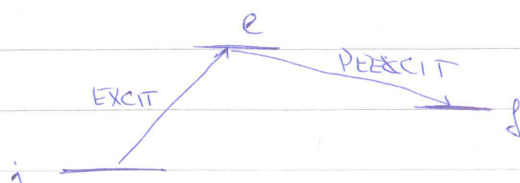
TOTO JE TEL A OPERATOR

že zdrojové funkce vyjadřuje intenzitu, ^{záření} tohle to v podstatě je. formální zápis formálního řešení, tedy řešení rovnice přenosu když máme zadanou optiku a emisivitu.

$$I(\nu_1; \mu) = I(\nu_2; \mu) \cdot e^{-\frac{\nu_2 - \nu_1}{\mu}} + \int_{\nu_1}^{\nu_2} S(\nu) \cdot e^{-\frac{\nu - \nu_1}{\mu}} \cdot \frac{d\nu}{\mu}$$

ROZPTYL VE SPEKTRÁLNÍCH ČARÁCH

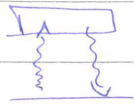
- změní se zdrojová funkce v rovnici přenosu záření
- Hladina se chová jako spojité rozdělení
podhladin skoro ~~žádná~~ jedí energie
- 2 procesy rozšiřování - přirozené rozšíření (Heisenberg)
- srážkové čárové
- nyní to rozptyl na elektronech je to proces
- 3 hladiny



$f = f$ i REZONANCI
RÁMNO V ROZPTYL
 $i = f$ - REZONANCI

NEŠASTĚNÍ PŘECHOD PŘÍZÍ ZÁKLADNÍ HLADINOU A 1.

ROZPTYL



ROZSÍŘENÍ HLADIN

REDISTRIBUČNÍ FUNKCE

$$\eta^s(\vec{r}; \vec{\omega}; \nu) = \Gamma_0(r) \oint \frac{d\omega'}{4\pi} \int_0^\infty d\nu' \cdot R(\vec{\omega}'; \vec{\nu}'; \vec{\omega}; \nu) I(\vec{r}; \vec{\omega}'; \nu')$$

$\vec{\omega}'; \vec{\nu}'$ - NA ZAČÁTKU $\nu; \omega$ - NA KONCI

BUDME PŘEDPOKLA'DAT IZOTROPNÍ ROZPTYL

$$\eta^s(r; \nu) = \Gamma_0(r) \int_0^\infty R(\nu'; \nu) J(r; \nu') d\nu'$$

ÚPLNÁ REDISTRIBUCE: $R(\nu; \nu') = \varphi(\nu) \varphi(\nu')$

$$\eta^s(r; \nu) = \Gamma_0(r) \varphi(\nu) \int_0^\infty \varphi(\nu') J(r; \nu') d\nu'$$

KOHERENTNÍ ROZPTYL $R(\nu'; \nu) = \varphi(\nu) \delta(\nu - \nu')$

$$\eta^s(r; \nu) = \Gamma(r; \nu) J(r; \nu)$$

PRO IZOTROPNÍ ROZPTYL PŘA'D $g(\vec{\omega}; \vec{\omega}') = 1$

DIPÓLOVÁ FÁZOVÁ FUNKCE $g(\vec{\omega}; \vec{\omega}') = \frac{3}{4} (1 + \cos^2 \varphi)$

KDE $\varphi = \angle(\vec{\omega}; \vec{\omega}')$

ELEMENTÁRNÍ REDISTRIBUČNÍ FUNKCE

I OBE REZONANČNÍ HLADINY

$$r_I(\underbrace{\xi; \xi'}_i) = \int_{-\infty}^{\infty} \delta(x - \xi') \delta(x - \xi_0) \delta(x - \xi) dx = \delta(\xi' - \xi_0) \cdot \delta(\xi' - \xi)$$

$\hookrightarrow$ FREKVENCE V SOUVADNICKÉ SOUSTAVĚ ATOMŮ

$\hookrightarrow \xi_0$ - STŘED ČÍRY (FREKVENCE) MEZI NEROZ. HLADINAMI

III) SPODNÍ ROZESTŘENA', HORNÍ ROZESTŘENA'

$$r_{II}(\xi; \xi') = \int_{-\infty}^{\infty} \delta(x - \xi') L(x - \xi; f_m) \delta(x - \xi) dx =$$

$$= L(\xi' - \xi; f_m) \delta(\xi - \xi') \cdot \varphi_{em}(\xi') \delta(\xi' - \xi)$$

$$L \stackrel{(x; f)}{=} \frac{1}{\pi(x^2 + f^2)}$$

↑ - ROZESTŘUJÍCÍ FUNKCE

IV) NELORELOVANÁ REDISTRIBUCE

$$r_{III}(\xi; \xi') = L(\xi' - \xi_0; f_{em}) L(\xi - \xi_0; f_{em}) =$$

$$= \varphi_{em}(\xi') \cdot \varphi_{em}(\xi)$$

V) SPODNÍ I HORNÍ ROZESTŘENA'

$$r_{IV}(\xi; \xi') = \int_{-\infty}^{\infty} L(x - \xi'; f_e) L(x - \xi_0; f_m) L(x - \xi; f_e) dx$$

r_{IV} - PRATI' JEN VE SPECIÁLNÍCH PŘÍPÁDECH

REDISTRIBUČNÍ FUNKCE V SOUSTAVĚ ROZPOVÍDĚ

- VYSTŘEDOVÁNÍ $r_I; r_{II}; r_{III}; r_{IV}$ PŘES MAXWELLOVO ROZDELENÍ
- ZANEDBÁVA' SE ABERACE, NEMĚNÍ SE RYCHLOST BĚHEM ROZPTYLU $\rightarrow R_I; R_{II}; R_{III}; R_{IV}$
- PED - PARTIAL ~~REDISTRIBUTION~~ REDISTRIBUTION

RADIATION TRANSFER EQUATION

$$\mu \frac{dI}{d\tau} = I - S \quad / \cdot e^{-\frac{\tau}{\mu}}$$

- FORMALNÍ ŘEŠENÍ ROVNICE PŘENOSU PŘI ZADANÉ
OPACITĚ A EMISIVITĚ.

- MÁME DVA BODY τ_2, τ_1 V PLÁNPARALELNÍ GEOMETRII:

$$I(\tau_1; \mu) = I(\tau_2; \mu) \cdot e^{-\frac{\tau_2 - \tau_1}{\mu}} + \int_{\tau_1}^{\tau_2} S(t) \cdot e^{-\frac{t - \tau_1}{\mu}} \cdot \frac{dt}{\mu}$$

FORMÁLNÍ ŘEŠENÍ $S(t)$ ZNÁME

DISKRETIZACE ROVNICE PŘENOSU

$$\int_a^b f(x) dx = \sum_{i=1}^N w_i f(x_i)$$

$$\sum_{i=1}^N w_i = 1 \quad \text{-- NORMALIZAČNÍ}$$

PODMÍNKA

KWADRATURNÍ

VAHY

ÚHLOVÁ DISKRETIZACE

$$\int_{-1}^1 I(\mu) d\mu \approx \sum_{m=1}^M w_m I(\mu_m)$$

INTEGROVÁME SPECIFICKOU INTENZITU PŘES VŠECHNY
SMĚRY

FREKVENČNÍ DISKRETIZACE

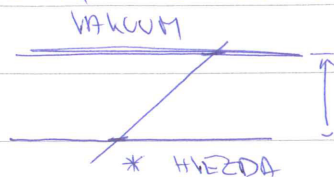
- VHODNÉ VOLIT TAK ABY VYŠLA OPTICKÉ PROSTŘEDÍ

PROSTOROVÁ DISKRETIZACE

- MUSÍ BÝT EKVIDISTANTNÍ PŘES LOG τ

METODA DLOUHÝCH CHARAKTERISTÍK

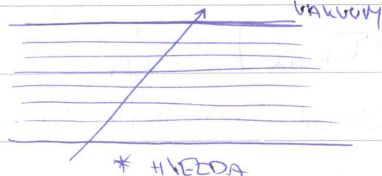
- ŘEŠÍME ^{MODEL} PŘES PAPRSEK (DLOUHÝ), PROCHAŮZÍCI
 CEZYM PROSTŘEDÍM OD KRAJE KE KRAJI



- ŘEŠÍME POUZE PAPERŮ S ROZMĚR p (IMPACT FACTOR)

METODA KRÁTKÝCH CHARAKTERISTÍK

- VHODNÉ DO VÍCE ROZMĚRŮ



- SNÍŽÍ SE MNOŽSTVÍ INTERPOLACÍ

METODA (NESTOJITÝCH) KONEČNÝCH PRVKŮ

- TOHLE MÁME $A_M = f$



- NA TOHLE PŘEVODÍME $(A_M, g) = (f, g)$ POMOCÍ GALERKINOVY
 METODY, KDE g JE LÍBOVOLNÁ TESTOVACÍ FUNKCE.

JEDNO ROZMĚRNÁ FEAUTRIEROVA METODA

$$\mu \frac{dI_\nu}{dE_\nu} = I_\nu - S_\nu$$

ZÁVĚRŤE FEAUTRIEROVY PROMĚNNÉ

$$f_{\mu, \nu} = \frac{1}{2} [I(+\mu, \nu) + I(-\mu, \nu)] \quad \text{INTENZITA ZÁŘENÍ}$$

$$h_{\mu, \nu} = \frac{1}{2} [I(+\mu, \nu) - I(-\mu, \nu)]$$

$$\mu \frac{dh_{\nu\mu}}{d\tau_{\nu}} = j_{\nu\mu} - S_{\nu} \quad \left\{ \quad \mu^2 \frac{d^2 j_{\nu\mu}}{d\tau_{\nu}^2} = j_{\nu\mu} - S_{\nu} \right.$$

$$\mu \frac{dj_{\nu\mu}}{d\tau_{\nu}} = h_{\nu\mu}$$

OKRAJOVÉ PODMÍNKY

- HORNÍ OKRAJ:

$$I(-\mu; \nu; \tau) = I_{\nu\mu}^-$$

- DEFINUJE ZAŘZENÍ DOPADAJÍCÍ NA

HVEZDU Z VNEJŠKU

- DOLNÍ OKRAJ:

$$I(+\mu; \nu; \tau = \tau_{\max}) = I_{\nu\mu}^+$$

- POPISUJE ZAŘZENÍ PŘECHÁZÍCÍ

Z NITRA HVEZDY

OPĚT FRAKTUROVY PROMĚNNÉ:

- HORNÍ OKRAJ:

$$\mu \frac{dj_{\nu\mu}}{d\tau_{\nu}} \Big|_0 = j_{\nu\mu}(0) - I_{\nu\mu}^-$$

- DOLNÍ OKRAJ:

$$\mu \frac{dj_{\nu\mu}}{d\tau_{\nu}} \Big|_{\tau_{\max}} = I_{\nu\mu}^+ - j_{\nu\mu}(\tau_{\max})$$

PRO HVEZDNÉ ATMOSFÉRY PŘEDPOKLÁDÁME NULOVÉ

DOPADAJÍCÍ ZAŘZENÍ: $I_{\nu\mu}^- = 0$

A PRO SPODNÍ OKRAJ DIFÚZNÍ PŘÍBLÍŽENÍ:

$$I_{\nu\mu}^+ = B_{\nu}(\tau_{\max}) + \mu \frac{dB_{\nu}}{d\tau_{\nu}} \Big|_{\tau_{\max}}$$

$$\Delta\tau = \tau_d - \tau_{d-1}$$

34.)

PRÉNOS ZÁŘENÍ S ROZPTYLEMV LTE $S_\nu = B_\nu$ --- NEVÍ ROZPTYLEMKOHÉRENTNÍ ROZPTYLEM $S_\nu = J_\nu$

KOMBINACÍ TĚCHTO DVOU PŘÍPADŮ:

$$S_\nu = \frac{J_\nu}{\chi_\nu} = \frac{k_\nu B_\nu + \Gamma_\nu J_\nu}{k_\nu + \Gamma_\nu}$$

 Γ_ν - OPACITA ROZPTYLEM k_ν - KOEFICIENT TERMÁLNÍ

ABSORPCE

(ZN(200))

PRAVĚPODOBNOST ŽE FOTON BUDE POHLEDNŮ

$$\varepsilon_\nu = \frac{k_\nu}{k_\nu + \Gamma_\nu}$$

 ε_ν - PARAMETR TEPELNÉ VÁZBY

DĚDÍM DO VÝRAZU PRO ZÁŘIVOST FUNKCI A DOSTANU:

$$S_\nu = \varepsilon_\nu B_\nu + (1 - \varepsilon_\nu) J_\nu$$

$$\frac{dI_\nu}{d\tau_\nu} = I_\nu - S_\nu$$

||
↓

$$J_\nu = \int_{-1}^1 I_\nu d\mu$$

$$J_\nu(\tau_\nu) = \Lambda_\nu[S_\nu] = \Lambda_\nu[(1 - \varepsilon_\nu) J_\nu] + \Lambda[\varepsilon_\nu B_\nu]$$

ČÁST + KONTINUUM LTEOPACITA - $\chi_\nu = \chi_c + \chi_e(\nu) = \chi_c + \chi_e(\varphi(\nu))$
KONTINUUM χ_e - OPACITA VE STŘEDU ČÁSTI (KOMBINACE FREQVENCÍ) φ_ν - JE PROFIL TĚTO ČÁSTI

PRO EMISIVITU BUDEME PŘEDPOKLÁDAT, ŽE ČÁST Ě POUŽÍVÁ

Z TERMÁLNÍCH PROCESŮ A ČÁST 1- ε Z ROZPTYLEM V ČÁSTI. ③

CELKOVÁ EMISIVITA:

$$B_\nu = \chi_c B_\nu + \chi_e \varphi_\nu [\varepsilon B_\nu + (1-\varepsilon) \int \varphi_\nu \cdot J_\nu d\nu']$$

POTOM VZTAH PRO VYŽADKOST VYPADA TAKTO:

$$S_\nu = \frac{r + \varepsilon \varphi_\nu}{r + \varphi_\nu} \cdot B_\nu + \frac{(1-\varepsilon) \varphi_\nu}{r + \varphi_\nu} \int \varphi_\nu(\nu') \cdot J_\nu d\nu' =$$

$$= \xi_\nu B_\nu + (1 - \xi_\nu) \int \varphi_\nu(\nu') J_\nu d\nu'$$

ŘEŠENÍ POMOCÍ
Λ ITERACE

KDE $r = \frac{\chi_c}{\chi_e}$ A $\xi_\nu = \frac{(r + \varepsilon \varphi_\nu)}{(r + \varphi_\nu)}$

TERMALIZAČNÍ DÉLKA

- STŘEDNÍ VOLNÁ DRAHA FOTONU JE DÁNA PŘEVÁŽNĚ
HODNOTOU SPACIMY

$$l_\nu = \frac{1}{\chi_\nu} = \frac{1}{(k_\nu + \Gamma_\nu)}$$

- CELKOVÁ DRAHA, KTEROU FOTON PROLETÍ PO N ROZPMĚCH
JE L A TO JESTĚ DÁNO:

$$\vec{L} = \sum_{m=1}^N \vec{l}_m$$

↑ DRAHY MEZI JEDNOTLIVÝMI INTERAKCEMI

- MYNÍ VZTAHEM STŘEDNÍ HODNOTU Z KVADRÁTU L:

$$L^2 = \langle L^2 \rangle = \sum_{m=1}^N \langle l_m^2 \rangle + 2 \sum_{m=1}^N \sum_{m'=1}^N \langle \vec{l}_m \cdot \vec{l}_{m'} \rangle$$

- PRO ISOTROPNÍ ROZPMĚL $\langle l_m \cdot l_{m'} \rangle = 0$ A $\langle l_m^2 \rangle = l^2$

POTOM JE L ROVNO $L = \sqrt{N} \cdot l$ l - STŘEDNÍ VOLNÁ
DRAHA

35.)

POČET ROZPTYLŮ $N = \frac{1}{\varepsilon_v}$ ε_v -PRAVDEP. ZNÍČENÍ
 TOTONU PAK L JE

$$L_v = \frac{l_v}{\sqrt{\varepsilon_v}}$$

TERMALIZAČNÍ HLUBKA

$$\tau_{th} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_v}}$$

DIFERENCIÁLNÍ
METODY

ZASAZNOVA; PŘENOS ZÁŘENÍ S ROZPTYLEM

$$\mu \frac{dI}{d\tau} = I - S(I) \quad ; \quad S = \varepsilon B + (1 - \varepsilon) \cdot \int I d\mu$$

$$\mu_i \frac{dI(\nu; \mu_i; \tau_v)}{d\tau_v} = I(\nu; \mu_i; \tau_v) - S(\nu; \tau_v)$$

$$S(\nu; \tau_v) = (1 - \varepsilon_v) \cdot \sum_{j=-M}^M w_j \cdot I(\nu; \mu_j; \tau) + \varepsilon_v B_v(\tau_v)$$

SLOŽITÉ POTŘEBUJEME ZNÁT ZÁŘENÍ ZE VSECH SMĚRŮ

NE JEN ZE SMĚRU, KTERÝ POČÍTÁME. PŘEVEDEME

NA ROVNICI 2. ŘÁDKU $j, \mu_j; h, \mu_h \rightarrow$ FRAKT. ŘEŠ. $S_d = \sum_{k=1}^M w_k \mu_k f d\mu + b_d$ ZAHRNĚTE I PRAC. REDISTRIBUCI

RIBICKHO METODA: $\vec{J} = \int_0^\infty \varphi_v \cdot J_v d\nu$ - JEN PRO OBLAČNÉ REDISTRIBUCI

ITERAČNÍ ŘEŠENÍ

- METODA PROMĚNNÝCH EDDINGTONOVÝCH FAKTORŮ ($f_v = \frac{k_v}{J_v}$)

- UŘÍDÍME EDDINGTONOVY FAKTORY, PRO EDDINGTONŮV FAKTOR

VYJÁDRĚNÝ POMOCÍ FRAKTRILIZO V PROMĚNNÉ f PRAVÍ:

$$f_v = \frac{k_v}{J_v} = \frac{\int_0^1 \mu^2 j \mu d\mu}{\int_0^1 j \mu d\mu}$$

$$f_v = \frac{H_v^+}{J_v} = \frac{\int_0^1 \mu j \mu d\mu}{\int_0^1 j \mu d\mu}$$

↑
K A OKRAŠLICH

POŘESNÍ VYUŽÍMÁME KOMBINOVANOU MOMENTOVOU ROVNICI S EDDINGTONOVÝM FAKTOREM:

$$\frac{d^2(j_\nu J_\nu)}{d\tau_\nu^2} = J_\nu - S_\nu + \text{OKRAJOVÉ RODNÍKY}$$

$$\frac{d^2(j_{\nu\mu})}{d\tau_\nu^2} = j_{\nu\mu} - S_{\nu\mu}(j_{\nu\mu})$$

→ ~~odhad~~
odhad prvotní

1) $S_\nu \rightarrow j_\nu$

2) $j_\nu =$

→ 3.) $J_\nu \rightarrow S_\nu$

RYCHLE KONVERGUJE

1 ITERACE

- POUŽÍVÁME:

$$J_\nu(\tau_\nu) = \Lambda[S_\nu] = \Lambda[(1 - \epsilon_\nu) \cdot J_\nu] + \Lambda[\epsilon_\nu \cdot B_\nu]$$

- V ITERAČNÍ POSTUPU STŘÍDAVĚ URČUJEME INTENZITU J_ν A VÝKONNOST S_ν , NA ZÁČÁTEK POUŽIJEME PLANOVOU FUNKCI: $J_\nu^{(0)} = B_\nu$ ①

② V PRVNÍ ITERACI URČÍME STŘEDNÍ INTENZITU TAKTO

$$J_\nu^{(1)} = \Lambda_{\epsilon_\nu}[(1 - \epsilon_\nu) J_\nu^{(0)}] + \Lambda_{\epsilon_\nu}[\epsilon_\nu B_\nu]$$

ZOBECNÍM

$$J_\nu^{(n+1)}(\tau_\nu) = \Lambda[(1 - \epsilon_\nu) J_\nu^{(n)}] + \Lambda[\epsilon_\nu B_\nu]$$

KRITÉRIUM KONVERGENCE:

$$\left| \frac{J_\nu^{(n)} - J_\nu^{(n-1)}}{J_\nu^{(n)}} \right| \ll 1$$

HOVNĚ MALÉ

$$S_\nu = [1 - (1 - \epsilon_\nu) \Lambda_{\epsilon_\nu}]^{-1} [\epsilon_\nu B_\nu]$$

$$S_\nu^{(n)} = \sum_{i=0}^{\infty} (1 - \epsilon_\nu)^i \Lambda^i[\epsilon_\nu B_\nu]$$

$(1 - \epsilon_\nu) \ll 1$ KONVERGUJE

$(1 - \epsilon_\nu) \sim 1$ STABILIZUJE

a)

36

 Λ OPERATOR

PRO PRÁVN PARALELNÍ ATMOSFÉRU

$$J_{\nu}(r_{\nu}) = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} S_{\nu}(t) E_1(1-t-\tau_{\nu}) dt$$

TOMUTO PAK ŘÍKÁME
 $\Lambda[S]$ OPERÁTOR
 (PRO ZOBRAZOVACÍ FCI)

JAK TO LZE INTERPRETOVAT Z HLEDISKA PRAVDĚPODOBNOSTI?

PRO ROVNICI PŘENOSU KDE MÁME JENOM OPERÁTOR, Tedy
~~ABSORPCE~~ ABSORPCE TAM ~~NABUDS~~ NIC VÍČ!

$x > 0$ $I(x) = I(0) \cdot e^{-\tau}$
 OZNAČÍME JAKO $p(x) = e^{-\tau}$ COŽ JS

PRAVDĚPODOBNOST ŽE FOTON NEBUDE
 BĚHEM τ ABSORBOVÁN (OPTICKÉ CESTY)

PRAVDĚPODOBNOST ABSORPCE UŘÍČÍME JAKO DOPLNĚK.

$$p_a = 1 - e^{-\tau}$$

POKUD PŘEJDEME OD τ K $\partial\tau$ (KTERÉ JS MALÉ) TAK:

$$p_a(\partial\tau) = \partial\tau$$

A PRAVDĚPODOBNOST TOHO ŽE FOTON POLETÍ PŘES OPTICKOU
 CESTU τ A PAK JE NA MALÉM ÚSEKU ABSORBOVÁN:

$$p_a(\partial\tau) \cdot p(\tau) = p(\tau) \cdot \partial\tau = e^{-\tau} \cdot \partial\tau$$

(VNEJAKÉ OSE)

PRO LIBOVOLNÝ SMĚR!

$$p(\tau) \partial\tau = e^{-\frac{\tau}{\mu}} \frac{\partial\tau}{\mu}$$

$$\frac{3}{2} \frac{F_0^2}{R^2 + R_0^2}$$

$$\frac{N_0^2 (R^2 + R_0^2) - N_0^2 R^2 \cdot 2}{(R^2 + R_0^2)^2} = \frac{N_0^2 R^2 - 2N_0^2 R^2 + N_0^2 R_0^2}{(R^2 + R_0^2)^2} =$$

$$= \frac{N_0^2 (R_0^2 - R^2)}{(R^2 + R_0^2)^2} = \frac{N_0^2 (R_0 - R) \cdot (R_0 + R)}{(R^2 + R_0^2)^2}$$

PROINTEGRUJEME TO NYNI' PŘES VŠECHNY SMĚRY,

$$\bar{p}(E) dE = \int_0^{+1} e^{-\frac{E}{\mu}} \frac{dE}{\mu} d\mu = E_1(E) dE$$

↑ EXPONENCIÁLNÍ FUNKCE

TAK FUNKCE Tedy UDÁVA' PRAVĚPODOBNOST, ŽE VYŽÁŘENÝ FOTON (JEJICH POČET JE DÁN VYŽÁŘENOSTÍ) S) LETÍ MEZI E A E + dE A JE POTOM V INTERVALU (E; E + dE) POKLČEN.

URMICHLENA' Λ-ITERACE (ALI)

OPET NAPIŠETE FORMÁLNĚ!

$$\boxed{J_\nu = \Lambda[S_\nu]}$$

FINITNÍ ITERAČNÍ POSTUP S Λ
NEFUNKČNÍ, ZAVEDETE SI PROTO

Λ* ATO TAKTO:
(OPERATOR)

$$\Lambda = \Lambda^* + (\Lambda - \Lambda^*) \quad (\text{IDENTITA})$$

$$J_\nu = \Lambda^*[S] + (\Lambda - \Lambda^*)[S]$$

DEFINUJETE SI ITERAČNÍ SCHEMA:

PRO OBČ. Λ ITERACE: $J_\nu^{m+1} = \Lambda[S^m]$

$$J_\nu^{m+1} = \Lambda^*[S^{m+1}] + (\Lambda - \Lambda^*)[S^{(m)}] \leftarrow \text{V LIMITE STERNÝ VÝSLEDEK} \uparrow$$

VYJADŘÍME SI S^{m+1} ,

$$S^{m+1} = (1 - \varepsilon_\nu) \cdot \Lambda^*[S_\nu^{(m+1)}] + (1 - \varepsilon_\nu)(\Lambda - \Lambda^*)[S_\nu^{(m)}] + \varepsilon_\nu B_\nu$$

$$S_\nu = \varepsilon_\nu B_\nu + (1 - \varepsilon_\nu) \cdot J_\nu$$

b)

(37)

$$S^{(n+1)} = \underbrace{(1 - (1 - \varepsilon_L) \Lambda^*)^{-1}}_{\lambda_{max}} \cdot [(1 - \varepsilon_L)(1 - \Lambda^*)] S_L^{(n)} + \varepsilon_L B_L$$

→ λ_{max}
 TOH DEFINUJE OPERÁTOR, KTERÝ ITERUJETE A
 O TOM JAK RYCHLE TO KONVERGUJE
 ROZHODUJE NEJVEŠÍ VLASTNÍ ČÍSLO
 TĚTO MATICE.

TADY SICE BEREME ZDROJOVOU FUNKCI Z
 PŘEDCHOZÍ OPERACE, ALE DEFINOVAЛИ JSME SI
 Λ^* , KTERÉ JE TAKOVÉ ABY CO NEJLEPŠE POPSALO
 FYZIKU PROBLEMU, ALE ABY SĚ I ZÁROVEŇ
 DALO SPÖČÍTAT JEDNODUŠE,

Λ^* - JE PŘÍBLIŽNÝ Λ -OPERÁTOR (ALO)

NEJLEPŠÍ VOLBA PRO Λ^* JE DIAGONÁLA Λ ,
 PROTOŽE TAM JSĚ NEJVÍČ TOHO PŘENOSU ZÁŘENÍ!

K ROVNICI PŘENOSU ZÁŘENÍ, VÍME CO JSĚ FORMÁLNÍ
 ŘEŠENÍ TO UMÍME VYŘEŠIT, MÁME ZADANOU
 ZDROJOVOU FUNKCI, VYŘEŠÍME ROVNICI PŘENOSU ZÁŘENÍ!
 KAZNAČILI JSME SI METODY JAK ŘEŠIT PŘENOS ZÁŘENÍ!
 S ROZPTYLEM, MÁME ČÁRU, KDE DOCHÁZÍ K ABSORPCI,
 KTEROU NÁSLEDUJE EMISÍ (KREČALKA SÍRACE). V REALU MÁME
 ALE ČAR VÍCE PAK JSĚ TAM PARAMETR ε_L (NAVÍČ), TEN
 BY MĚL BYT PRO KAŽDOU ČÁRU JINÝ!

KUŇÍ O PROCESCH KTERÉ SOUVISÍ S VNITŘNÍ ENERGIÍ
 A KESOUVISÍ PŘÍMO SE ZÁŘENÍM;

SRÁŽKOVÉ PROCESY

- ÚROVŇÍ PARAMETR E_e
- DVOJÍHO DRUHU - PRUŽNÉ - ČASTĚJŠÍ, NASTAVÍ ROVNOVÁŽNÉ PŘÍKLOP
- NEPRUŽNÉ - DŮLEŽITÉ! DEFINUJÍ E_{th}
- PRUŽNÉ - ~~22H~~ 22H, 22ME
- NEPRUŽNÉ - 22H
- SRÁŽKA ELEKTRONU S ATOMEM / IONTEM

SRÁŽKOVÁ EXCITACE

PŘÍMA EXCITACE

- PROCES ELEKTRON e S ENERGIÍ E_e ATOM X VESTAVU l X^* EXCITOVANÝ
- $$e(E) + X_l \rightarrow e(E') + X_l^*$$

- ELEKTRON MUSÍ MÍT ENERGIÍ K ÚNIKU PO EXCITACI Z HLADINY l DO m . PRO TU ENERGIÍ PRAVÍ:

$$E_{kin} = \frac{1}{2} m v^2 \geq E_{lm} \quad \text{ENERGIE PŘECHODU}$$

NEPŘÍMA EXCITACE

- ELEKTRONY MAJÍ ENERGIÍ BLÍZKOU EXCITAČNÍ ENERGIÍ NEBO MENŠÍ

- ATOM JE VÍCE MĚNĚ POTENCIÁLOVÁ JAMA, ELEKTRON PAK V TOMTO COLOMBOVSKÉM POLI PŘÍ PŘEBLÍŽOVÁNÍ K ATOMU ZÍSKÁVÁ KINETICKOU ENERGIÍ

- POKUD PO EXCITACI NEMÁ DOST ENERGIE K ÚNIKU ZŮSTANE VAZANÝ V ATOMU (JE CHYCEN) A ATOM (IONT) JE V EXCITOVANÉM STAVU A MŮŽE DOJÍT K

AUTOIONIZACI.
(MŮŽE SE ULOVIT)

I_{iont}

TADY BUDE TEN ELEKTRON
IONIZAČNÍ ENERGIIE

PROCESY

- PRO SRAŽKOVÉ NEEXISTUJÍ VÝBEROVÁ PRAVIDLA, TENTO PROCES ZÁVISÍ NA ÚHLU, ENERGII (ELEKTRONU),
- PRO ENERGIE KŘESÍ NEŽ JE ENERGIE PŘECHODU TO NEVSTANE.

- ANALOGICKY S SILOU OSCILÁTORU SE ZAVÁDÍ PRO POPIS SRAŽKOVÉ SÍLY:

$$\sigma_{lm} : \overset{\text{ÚČINNÝ PŘEBĚH}}{\sigma_{lm}(E)} = \frac{\Omega_{lm}}{g_l k_l^2} (\pi a_0^2)$$

- SRAŽKOVÁ SÍLA SRAŽE ZÁVISÍ NA ENERGII
- g_l - JE STATISTICKÁ HÁKA DOLNÍ HLADINY
- k_l^2 - JE ENERGIE ELEKTRONU V RYDBERZÍCH
- a_0 - JE ~~POHODOTA ATOMU~~ BOHRŮV RÁDIUS

JE ROZDÍL KDOŽ ŘEŠÍME SRAŽKY PRO IONY (KLADNÉ) A NEUTRÁLNÍ ATOMY.

IONY

- HRÁJÍ ROLY COULOMBOVSKÉ SÍLY, SRAŽÍ ŘEŠENÍ NEŽ PRO NEUTRÁLNÍ ATOMY, NEJSOU REZONANCE
- NULOVÝ ÚČINNÝ PŘEBĚH PRO VŠECHNY ENERGIE

NEUTRÁLNÍ ATOMY

- HRÁJÍ ROLY COULOMBOVSKÉ SÍLY, JSOU TAM REZONANCE
- PRO $E = E_{lm}$ JE NULOVÝ ÚČINNÝ PŘEBĚH
- TEŽKÉ MĚŘENÍ NELZE POKUSOVIAT ELEKTRONOVÝ PŘEBĚH

EFKATIVNÍ SRAŽKOVÁ SÍLA $\gamma(T)$

- COŽ JE SRAŽKOVÁ SÍLA σ VYSTŘEDOVANÁ PŘES MAXWELLOVSKÉ ROZDĚLENÍ

$$V(T) = \int_0^{\infty} \Omega_{lu}(E) \cdot e^{-\frac{E}{kT}} d\left(\frac{E}{kT}\right)$$

- ZÁLEŽÍ TO NA ENERGIÍ ELEKTRONU.

SKALOVÁNÍ - JAK SE TO CHOVÁ

a) $\Omega(l;u) \sim \text{konst}$, PRO ZAKÁZANÉ PŘECHODY

b) $\Omega(l;u) \sim e^{-x^2}$, KDE $x = \frac{E}{E_{lu}}$, PRO PŘECHODY

SE ZMĚNOU SPINU (INTERKOMBINACÍ)

c) $\Omega(l;u) \sim \omega(4x)$, PRO DOVOLENÉ PŘECHODY

$$\Delta L = 0; \pm 1$$

$$\Delta S = 0$$

PŘECHODY UVNITŘ JEDNOHO SYSTÉMU

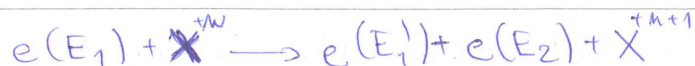
α -SOUVISÍ S OSCILATORY

SRÁŽKOVÁ IONIZACE

- NEJÍ STEJNÍ S EXCITACÍ, TADY JE TO VLASTNĚ PROBLÉM TRŽÍ TĚLES. ELEKTRON POTKÁ ATOM VÍRÁZÍ Ž NEJ ELEKTRON A SPOLEČNĚ SODLETÍ.

PROCES (NORMÁLNÍ)

ELEKTRON e S ENERGIÍ E_1 A INTERAGUJE S IONTEM X A VÝSLEDKEM JE ELEKTRON, IONT A ELEKTRON.



PLATÍ ZÁKON ZACHOVÁNÍ

ENERGIE: $E_1 = E_1' + E_2 + E_{\text{IONT}}$

ENERGIE SPOT. IONIZACI

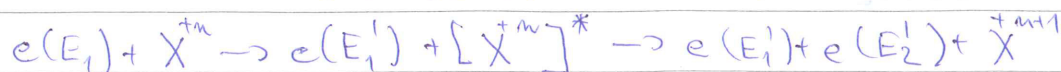
- ÚSKALÍ KDYŽ E_1 A E_2 PODOBNĚ, NEMUSÍ TO BYT TEORETICKY

SPRAVNĚ. POKUD JE ENERGIE BLÍŽKO IONIZAČNÍ HRANÝ $\sim E^a$

TOHOTO SE ŘÍKÁ WANNIEROVA PRÁCE KDE $a = 1,127$

PROCES (ALTERNATIVNÍ)

PRVNĚ EXCITACE DO AUTOIONIZAČNÍHO STAVU

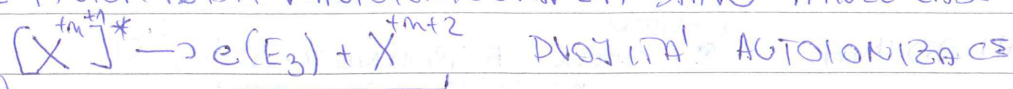


AUTOIONIZACE

MŮŽE NASTÁVAT REZONANCE

AUTOIONIZACE

- MŮŽE I POTOM BÝT V AUTOIONIZOVANÉM STAVU A MŮŽE ZASE DOJÍT K



DVOJITÁ AUTOIONIZACE

DALŠÍ SRAŽKOVÉ PROCESYSRAŽKY S IONY (PROTONY)

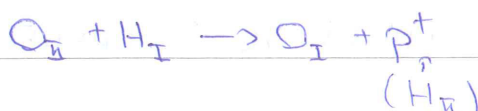
- IONY POMAĚJŠÍ DÍKY HMOTNOSTI (VE SROVNÁNÍ S ELEKTRONY), TAK I SRAŽKY JSOU MĚNĚ EFEKTIVNÍ, ALE DOCHÁZÍ K NIM
- PRO IONY EXCITACE HĚDIN JEMNĚ STRUKTURY VODÍKU SRAŽKAMI S VODÍKEM

VÝMĚNA NÁBOJE

- SRAŽKA IONU S IONTEM, IONU S ATOMEM

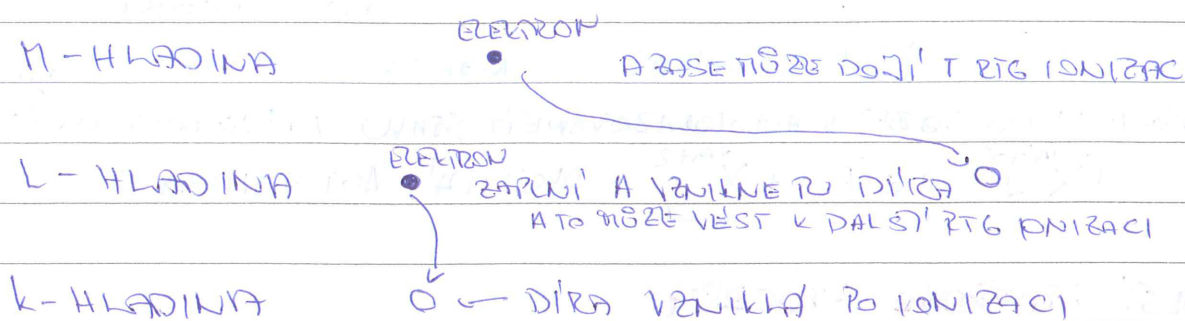
 H_I - NEUTRÁLNÍ VODÍK X^{+n} - ION

- SRAŽKA MEZI VODÍKEM A KYSLIKEM - ČASTĚ, PROTOŽE JSOU TĚMĚ SHODNÉ ION. ENERGIE

AUGEROVY PROCESY

- IONIZACE ELEKTRONU Z VNITŘNÍ SLUPKY, ŽE ZÁŘENÍ TO ZPŮSOBUJE

- DOJDE K IONIZACI VZNIKNE DÍRA VE VNITRNÍ S LUPCE



OBSAZENÍ ENERGETICKÝCH HLADIN

TERMODYNAMICKÁ ROVNOVÁHA

- EXCITACNÍ ROVNOVÁHA - BOLTZMANOVA ROVNICE

$$\frac{n_u}{n_l} = \frac{g_u}{g_l} e^{-\frac{h\nu_{ul}}{kT}}$$

- IONIZAČNÍ ROVNOVÁHA - SAHOVA ROVNICE

$$\frac{N_i}{N_{j+1}} = \frac{U_i}{U_{j+1}} \phi(T) \cdot n_e$$

↑
HUSTOTA ELEKTRONŮ

- PRO RYCHLOST - MAXWELLOVO ROZDELENÍ

- PRO ŽÁŘENÍ - PLANCKOVO ROZDELENÍ

LOKÁLNÍ TERMODYNAMICKÁ ROVNOVÁHA - APROXIMACE TERM. ROVN.

- PLATÍ TO LOKÁLNĚ ALE NE PRO ROLE ŽÁŘENÍ

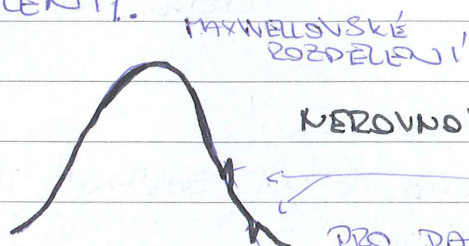
- PLATÍ EXCITACE, IONIZACE A RYCHLOST A ŽÁŘENÍ

URČÍME VÝŘEŠENÍM ROVNICE PRO PŘENOS

ŽÁŘENÍ KDE $S_\nu = B_\nu$, NĚKDY SE TOMU ŘÍKA TERMNÍ ŽÁŘENÍ

- KENÍ TOJEDY ZÁŘENÍ ČERNÉHO TĚLESA
- MEZI JEDNOTIVÝMI MÍSTY KDE TO SROVUJEME JSOU ROZDÍLY V TEPLOTĚ, RŮZNÉ SAHOVO, BOLZEMANNOVO, MAXWELLOVO ROZDĚLENÍ. STAV HMOTY JE JINÝ.

DŮLEŽITOU BOLI HRADÍ SPRÁŽKY JAK JSOU ČETNÉ PRUŽNÉ A NEPRUŽNÉ SPRÁŽKY (PRUŽNÉ TO TLACÍ K MAXWELLOVSKÉMU ROZDĚLENÍ).



NEROVNOVÁŽNÉ ZÁŘENÍ

PRO DÁNOU CHVÍLI MAX. ROZDĚLENÍ PORUŠENO
ALE PROTOŽE SPRÁŽEK JE HODNĚ, ZVLÁŠTÍ
TECH PRUŽNÝCH, TAK TYHLE NEROVNOVÁŽNÉ
ZÁŘÍ... A MÁME ZASE ROVNOVÁŽNÉ
ROZDĚLENÍ.

PROCESY KTERÉ SMĚŘUJÍ K ROVNOVÁŽE TO TLACÍ K ROVNOVÁŽE.
SOUVISLOST MEZI NEROVNOVÁŽNÝM POLETÍM ZÁŘENÍ A ROVNOVÁŽNÝM
MAXWELLOVSKÝM ROZDĚLENÍ JE PRAVĚ PŘES EXCITACE A IONIZACE.
KDYŽ SPRÁŽKOVÝCH PROCESŮ VÍCE NEŽ ZÁŘIVÝCH PAK BUDEME
MÍT ROVNOVÁŽNÉ ROZDĚLENÍ. POKUD VÍCE ZÁŘIVÝCH PROCESŮ
PAK BUDE ZÁLEŽET JAKÉ JE TO ZÁŘENÍ POKUD NEROVNOVÁŽNÉ
(HVEŘDY) PAK SE TO BUDE OD ROVNOVÁŽNÝ ODCHELOVAT A
NEJDE TO ZANEDBAT.

IONIZACE, EXCITACE DEEXCITACE MOHOU ZÁŘIVOU ROVNOVÁŽU PORUŠOVAT.
ABY PLATILA LTE POTŘEBUJEME ABY VŠECHNY PROCESY BYLY
V DETAILNÍ ROVNOVÁŽE - KAŽDÝ PROCES JE V ROVNOVÁŽE
SE SVÝM OPACNÝM PROCESEM. SPRÁŽKOVÁ EXCITACE - OK KDYŽ
MÁME MAXWELLOVSKÉ ROZDĚLENÍ PRCHLOSTI. PRO ZÁŘENÍ
HOREJÍ, KDYŽ JE PLANCKOVSKÉ - OK, ALE JINAK ~~NE~~ NE.
LTE - DOBRÉ V HLUBOKÝCH VRSTVÁCH POD FOTOSFÉROU.

ZPŮSOBUJÍ NEPRŮZENNÉ SRAŽKY

RELAXAČNÍ ČAS $\ll$ ČAS MEZI EXCITACÍ / IONIZACÍ

RELAXAČNÍ ČAS - POČET PRŮZENNÝCH SRAŽEK JE MNOHEM VÝŠÍ
NEŽ POČET NEPRŮZENNÝCH, RELAXAČNÍ ČAS
JE Tedy ČAS MEZI DVĚMA PRŮZENNÝMI SRAŽKAMI
ČAS MEZI PRŮB. SRAŽKAMI JE MNOHEM KRATŠÍ NEŽ PRO NEPRŮZENNÉ
PRO HVEZDNÉ ATMOSFERY TO PLATÍ - MÁME ROVNOVÁŽNÉ
ROZDĚLENÍ RYCHLOSTÍ

POLE ŽÁŘENÍ - ŽÁŘENÍ JE NELOKÁLNÍ

- POKUD DEFINUJEME TEPLOTU ŽÁŘENÍ TA SE LÍŠÍ

OD TEPLOTY ELEKTRONŮ T_e

- POKUD MÁME ROVNOVÁŽNÉ ROZDĚLENÍ ŽÁŘENÍ

PAK:

$$B_\nu = \frac{2h\nu^3}{c^2} \cdot \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} + 1}$$

TEPLOTA ŽÁŘENÍ

TEPLOTA ŽÁŘENÍ ŽAVISI NA TEPLOTĚ ODKUD TO ŽÁŘENÍ POCHÁZÍ

PRO ŽÁŘENÍ SI MŮŽEME ZAVÉST VELIČINU FAKTOR ZŘEDĚNÍ:

$$W = \frac{\omega^*}{4\pi}$$

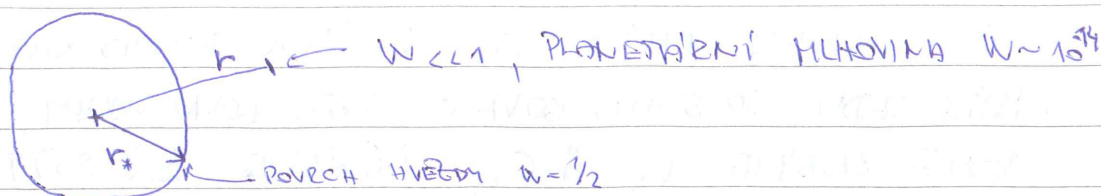
ω^* - ÚHEL POKRYTÍ SE SÍŘÍ ŽÁŘENÍ

4π - CELÝ PROSTOR

MŮŽEME HO TAKÉ NAPSAT TAKTO:

$$W = \frac{1}{2} \left[1 - \sqrt{1 - \left(\frac{r_*}{r} \right)^2} \right]$$

r_* - JE POLOMER ŽÁŘIČIHO POLOMERU HVEZDY



PRO TERMO DYNAMICKOU ROVNOVÁHU JE POTŘEBA $W=1$.

NA POUČKU HVEZDY Tedy NENÍ TERMO DYNAMICKÁ ROVNOVÁHA.

Z Kvantovky UPRÁVA VZTAH PRO OBSAŽENÍ i -TÉ HLAVINY:
 ZKÁ JAK SE ZMĚNÍ OBSAŽENÍ i -TÉ HLAVINY

$$\frac{dm_i}{dt} + \nabla \cdot (m_i \cdot \vec{n}) = \sum_{j \neq i} (m_j P_{ji} - m_i P_{ij})$$

MOŽETE ZANEDBAT

V TERMO DYNAMICKÉ ROVNOVÁŽE PLATÍ: $m_i P_{ij} = m_j P_{ji}$ PRO VŠECHNA i, j VE VZTAHU VŠE ALE TE KETAS!
 KDYŽ TO SEČTETE PŘES VŠECHNY HLAVINY DOSTANETE:

$$\sum_i \frac{dm_i}{dt} + \nabla \cdot (m_i \cdot \vec{n}) = 0 \quad / \cdot m_i$$

VYNÁSOBÍME TO HMOTNOSTÍ m -TÉ ČÁSTICE A DOSTANEME ROVNICI KONTINUITY:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \cdot \vec{n}) = 0$$

ČASTICI NAŠ BUDE ZAHŮMAT A I KVŮLI JEDNODUCHOSTI BUDEME BRÁT STACIONÁRNÍ PŘÍPAD A VLIV RYCHLOSTI, KULHA

USLEDKEM JE:

$$m_i \sum_j P_{ij} - \sum_j m_j P_{ji} = 0$$

POLE ZAHŮMAT SRAŽKY

$$P_{ij} = R_{ij} + C_{ij}$$

VE HŘE JSOU DVA ZÁKLADNÍ TYPY PROCESŮ SRAŽKOVÉ A ZAHŮVÉ

R_{ij} - RADIATIVE

C_{ij} - COLLISIONAL

$$\forall i \quad m_i \sum_j (R_{ij} + C_{ij}) - \sum_j m_j (R_{ji} + C_{ji}) = 0$$

ROVNICE STATICKÉ ROVNOVÁHY
 (KINETICKÉ)

PRO ROVNICE MÁME PRO KAŽDOU HLADINU,
MÁME Tedy SOUSTAVU ROVIC STAT. ROVNOVÁHY A
KDYŽ ZNÁME P_{ij} A C_{ij} MŮŽEME ZJISTIT
OBSAZENÍ ENERGETICKÝCH HLADIN.

DO TĚTO ROVNICE SE DÁ KACPAT COKOLIV.

OPAKOVÁNÍ:

TERMODYNAMICKÁ ROVNOVÁHA

α - RYCHLOST MAXWELLOVO ROZDĚLENÍ

M_i - IONIZACE / EXCITACE SAHA & BOLTZMANN

J_ν - ZÁŘENÍ PLANCKOVO

LOKÁLNÍ TERMODYNAMICKÁ ROVNOVÁHA

LTE PŘIJATELNÉ V HLUBOKÝCH
VRSTVÁCH (TAM KDE PLATÍ DIFÚZE
APPROXIMACE). Tedy ZHRUBO TAM
KDE SE FORTUJE KONTINUUM.

(RYCHLEJŠÍ)

α - MAXWELLOVO ROZDĚLENÍ

M_i - IONIZACE / EXCITACE SAHA & BOLTZMANN

J_ν - ŘEŠENÍ ROVNICE PŘENOSU ZÁŘENÍ

PRO $S_\nu = B_\nu$

$$\frac{dI}{d\tau} = I - B \quad (\text{NEROVNOVÁŽNÉ})$$

NON (LTE)

NON (LOCAL TERM. EQUILIBRIUM)

(POMALEJŠÍ)

α - MAXWELLOVO ROZDĚLENÍ

M_i - ŘEŠENÍ ROVNICE STATISTICKÉ

(KINETICKÉ) ROVNOVÁHY

$$J_\nu = \frac{dI}{d\tau} = I - S$$

NĚKDY NAM MŮŽE PŘI NON (LTE) MÍT ROVNOVÁŽNÉ
ROZDĚLENÍ M_i , ALE NEODPovídÁME TO PŘI POUŽITÍ
NON (LTE).

PRO KAŽDOU HLADINU i PLATÍ

M_i - OBSAZENÍ i -TÉ HLADINY

M_j - " " j -TÉ " "

$$M_i \sum_j P_{ij} - \sum_j M_j P_{ji} = 0$$

P_{ij} - EXCITACE A DEEXCITACE Z i -TÉ DO j -TÉ

P_{ji} - " " Z j -TÉ DO i -TÉ

(12)

$$P_{ij} = R_{ij} + C_{ij}$$

 C_{ij} - SRAŽKY

 R_{ij} - ZÁŘENÍ

TAM KDE BUDDO SRAŽKY DOMINANTNÍ TAK VE VÝSLEDKU
DOSTANEME ROZDĚLENÍ, KTERÉ BUDE BLÍŽE SAHA -
BOLTZMANOVU ROZDĚLENÍ ALE MUSÍ TO PLATIT PRO
VŠECHNY PŘECHODY. MUSÍ PLATIT Tedy DETAILNÍ
ROVNOVÁHA.

ČETNOST ZÁŘIVÝCH PROCESŮ

(RATE)

- TĚŠ SE BUDEME ZABÝVAT TÍM R_{ij}

- BUDEME UVAŽOVAT DVA TYPY PŘECHODŮ

VÁZANÉ - VÁZANÉ A VÁZANÉ - VOLNÉ

VÁZANÉ - VÁZANÉ

- MEZI VÁZANÝMI STAVY, MEZI HLADINOU $i \rightarrow j$

- i - SPODNÍ HLADINA, j - HORNÍ HLADINA

- POČET PŘECHODŮ Z HLADINY i DO HLADINY j BUDE ČÍERNÝ:

$$N_i \cdot \phi(\omega) \cdot B_{ij} \cdot I_\nu d\nu \frac{d\omega}{4\pi} = N_i \cdot \frac{\chi_{ij}(\omega)}{h\nu} \cdot I(\omega) d\nu d\omega$$

N_i - KONCENTRACE ČÁSTIC V HLADINĚ i

- ZÁLEŽÍ TO I NA PROFILU SPECT. ŽÁRY $\phi(\omega)$

B_{ij} - EINSTEINŮV KOEFICIENT

I_ν - INTENZITA ZÁŘENÍ

χ_{ij} - NOVĚ ZAVEDENO, JE $\chi_{ij}(\omega) = \frac{h\nu}{4\pi} B_{ij} \cdot \phi(\omega)$

JE TO VLASTNĚ ABSORPČNÍ ÚČINNÝ PŘÍŘEZ

NEZAJÍMA' NAŠ JESTLI ZÁŘIVNÍ' PŘÍŠLO ZE SPODU
NEBO OD VŘCHU. ROVNICI ZINTEGRUJEME PŘES
ÚHLÝ folw:

$$n_i \cdot \phi(\nu) \cdot B_{ij} \cdot J_\nu d\nu = n_i \cdot 4\pi \cdot \frac{\chi_{ij}(\nu)}{h\nu} J_\nu d\nu$$

TED CHCEME ZABÝTÍ VŠECHNY FREKVENCE KTERÉ
MOHOU EXCITOVAT Z i DO j A ZNOVU folw:

$$n_i \cdot R_{ij} = n_i B_{ij} \int_0^\infty \phi(\nu) J_\nu d\nu = n_i 4\pi \int_0^\infty \frac{\chi_{ij}(\nu)}{h\nu} J_\nu d\nu$$

$\underbrace{\int_0^\infty \phi(\nu) J_\nu d\nu}_{\bar{J}_{ij}}$

CELKOVÝ POČET FOTOABSORPCI'

TENTO VZTAH MÁM RÍKA' CELKOVÝ POČET ABSORPCI' V ČÁŘE,
 R_{ij} - ZÁŘIVÝ RATE (ČETNOST ZÁŘIVÉHO PŘECHODU)
ZÁŘIVÝ RATE ZÁVISÍ NA POLI ZÁŘIVNÍ'.

$\bar{J}_{ij}$ - INTEGROVANÁ STŘEDNÍ INTENZITA V ČÁŘE

$$\chi_{ij} = \frac{h\nu}{4\pi} \cdot B_{ij}$$

$$n_i B_{ij} \bar{J}_{ij} = n_i R_{ij}$$

FOTO DEEXCITACE

- MÁME DVA PROCESY DEEXCITACE SPONTÁNNÍ
A STIMULOVANÁ

$$n_j \cdot R_{ji}^{\text{SPM}} = n_j B_{ji} \int_0^\infty J_\nu \phi_\nu d\nu = n_j \frac{g_i}{g_j} B_{ij} \int_0^\infty J_\nu \phi_\nu d\nu =$$

$$\boxed{B_{ji} = \frac{g_i}{g_j} B_{ij}} \quad = n_j \frac{g_i}{g_j} \cdot 4\pi \int_0^\infty \frac{\chi_{ij}(\nu)}{h\nu} J_\nu d\nu$$

b)

(13)

$$\begin{aligned}
 n_j R_{ji} &= n_j A_{ji} \int_0^\infty \varphi_\nu d\nu = n_j B_{ji} \cdot \int_0^\infty \frac{2h\nu^3}{c^2} \varphi_\nu d\nu = \\
 &= n_j \cdot \frac{g_i}{g_j} \cdot B_{ji} \int_0^\infty \frac{2h\nu^3}{c^2} \varphi_\nu d\nu = n_j \cdot \frac{g_i}{g_j} \cdot 4\pi \cdot \int_0^\infty \frac{\chi_{ij}(\nu)}{h\nu} \frac{2h\nu^3}{c^2} d\nu
 \end{aligned}$$

CELKOVÝ POČET EMISÍ:

VYJÁDRĚNÍ PRŮS
 ČETNOSTI PRŮS PRŮS

$$n_j R_{ji} = n_j \cdot \frac{g_i}{g_j} \cdot 4\pi \int_0^\infty \frac{\chi_{ij}(\nu)}{h\nu} \cdot \left(\frac{2h\nu^3}{c^2} + J_\nu \right) d\nu$$

$$n_j R_{ji} = n_j (A_{ji} + B_{ji} \bar{J}_{ji})$$

BOLTZMANNOVA EXCITACIÍ FORMULE:

$$\frac{n_i^*}{n_j^*} = \frac{g_i}{g_j} \cdot e^{\frac{h\nu_{ij}}{kT}}$$

$$n_j \cdot R_{ji} = n_j \left(\frac{n_i}{n_j} \right)^* \cdot 4\pi \cdot \int_0^\infty \frac{\chi_{ij}(\nu)}{h\nu} \left(\frac{2h\nu^3}{c^2} + J_\nu \right) \cdot e^{-\frac{h\nu}{kT}} d\nu$$

$$b_i = \frac{n_i}{n_i^*}$$

b - KOEFICIENT ODCHYLKY FAKTORŮ

- VHODNÉ K VYHODNOCENÍ JAK DÁLKO JSME
OD TERMODYNAMICKÉ ROVNOVÁHY n_i^* - BUĎ TO JE OBSAŽENÍ ENERGETICKÝCH HLADIN

TAKOVÉ JAKÉ BY BYLY KDYBYCHOM SE MĚLI

TERMODYNAMICKOU ROVNOVÁHU,

NEBO SE PŘI OBSAŽENÍ POČÍTÁJÍ VZHLÉDEM

K ZÁKLADNÍ HLADINĚ NEJBLIŽŠÍHO VYSÍŠÍHO
IONTU.

b - FAKTORŮ UDAVÁNÍ, JAK SE OBSAŽENÍ DÁVÁ
HLADINŮ LÍŠÍ OD OBSAŽENÍ V TERMODYNAMICKÉ
ROVNOVÁŽI.

NEJVĚTŠÍ ROZDÍL U SPODNÍCH HLADIN, VĚŠÍ HLADINY JSOU DOST ČASTO BLÍZKÉ Tedy PODÍL VYSOKÝCH HLADIN A IONIZACE JE VELMI BLÍZKÝ THERMODYNAMICKÉ ROVNOVÁŽE.

VELDY SE ZAVADÍ ČISTÁ ZÁŘIVÁ ZÁVORKA:

$$n_j (A_{ji} + B_{ji} \bar{J}_{ij}) - n_i B_{ij} \bar{J}_{ij} = n_j \cdot A_{ji} \cdot Z_{ji}$$

Z_{ji} - ČISTÁ ZÁŘIVÁ ZÁVORKA, PRO $\bar{J}_{ij} = 0$ NASTÁVA DETAILNÍ ROVNOVÁŽKA

VAZÁNĚ - VOLNĚ

- PŘECHOD Z i DO k , i JE ZÁKLADNÍ HLADINA A k JE KONINUUM. IONIZACE

FOTOIONIZACE

- NA VYRAŽENÍ ELEKTRONU A UDELENÍ NĚJAKÉ KINETICKÉ ENERGIE SPONDEBUJE ENERGIE:

$$4\pi J_\nu \kappa_{ik}(\nu) d\nu \quad \kappa_{ik} = \text{FOTOIONIZAČNÍ PRŮŘEZ}$$

- PRO $\nu < \nu_0$ JE $\kappa_{ik} = 0$

$$n_i R_{ik} = n_i 4\pi \int_0^\infty \frac{\kappa_{ik}(\nu)}{h\nu} J_\nu d\nu$$

TO JE POČET FOTOIONIZACÍ

FOTO REKOMBINACE

- VŽÁKDE SPÁŽKOVÝ PROCES

$k \rightarrow i$ Z KONITNUA DO 1-TE HLADINY

$$(n_k R_{ki})^*_{\text{SPONT}} = n_i^* \cdot 4\pi \int_0^\infty \frac{\alpha_{ik}(\nu)}{h\nu} \cdot B_\nu (1 - e^{-\frac{h\nu}{kT}}) d\nu = *$$

- ZAVISI NA OBSAŽENÍ SPODNÍ HLADINY V TERMOD. ROVNOVÁŽE. POMOCÍ PLANCKOVY FUNKCE TO NYNÍ ROZEPÍŠETE:

$$* = n_i^* \cdot 4\pi \cdot \int_0^\infty \frac{\alpha_{ik}(\nu)}{h\nu} \cdot \frac{2h\nu^3}{c^2} \cdot e^{-\frac{h\nu}{kT}} d\nu =$$

KUŽE TO NEBUDETE CHÍTIT V TERMODY NÁMICKÉ ROVNOVÁŽE TAK TO VYNAŠOBIŠTE $(\frac{n_i}{n_k})^*$

$$= n_k \left(\frac{n_i}{n_k}\right)^* \cdot 4\pi \cdot \int_0^\infty \frac{\alpha_{ik}(\nu)}{h\nu} \cdot \frac{2h\nu^3}{c^2} \cdot e^{-\frac{h\nu}{kT}} d\nu$$

PRO STIMULOVANOU REKOMBINACI:

$$(n_k R_{ki})^*_{\text{SPH}} = n_i^* \cdot 4\pi \int_0^\infty \frac{\alpha_{ik}(\nu)}{h\nu} \cdot B_\nu \cdot e^{-\frac{h\nu}{kT}} d\nu$$

OPĚT CHCETE VÍRAT BEE TERMODY NÁMICKÉ ROVNOVÁŽY, TAK TO VYNAŠOBIŠTE $(\frac{n_i}{n_k})^*$ A PŘEJDETE Z B_ν DO J_ν :

$$(n_k R_{ki})^*_{\text{SPH}} = n_k \left(\frac{n_i}{n_k}\right)^* \cdot \int_0^\infty \frac{\alpha_{ik}(\nu)}{h\nu} \cdot J_\nu \cdot e^{-\frac{h\nu}{kT}} d\nu$$

NYNÍ JITO DVE ROVNICE SEČTEŠTE A BUDETE MÍT CELKOVOU ČETNOST REKOMBINACIČNÍCH PŘECHODŮ, NEBO LI CELKOVÝ RATE:

$$n_k R_{ki} = n_k \left(\frac{n_i}{n_k}\right)^* \cdot 4\pi \cdot \int_0^\infty \left(\frac{\alpha_{ik}(\nu)}{h\nu} \cdot \left(\frac{2h\nu^3}{c^2} + J_\nu \right) \cdot e^{-\frac{h\nu}{kT}} d\nu \right)$$

$$\left(\frac{n_i}{n_k}\right)^* \rightarrow n_e \cdot \phi_{ik}(T) \quad \leftarrow \text{SAHA-BOLTZMANNŮV FAKTOR}$$

REKOMBINACE ZÁVISÍ NA POČTU IONŮ A ELEKTRONŮ. TO TO JSOU ZÁKLADNÍ RATE PRO EXCITACI, DEEXCITACI, IONIZACI A REKOMBINACI. PRVNĚ ZMÍNOVANÉ (EXCITACE, DEEXCITACE A IONIZACE) LIKVIDUJÍ TERMODYNAMICKOU ROVNOVÁHU.

ČETNOST SRAŽKOVÝCH PŘECHODŮ

- ČASTO UVAŽUJEME POUZE SRAŽKY S ELEKTRONY, PROTOŽE TERMÁLNÍ RYCHLOST ELEKTRONŮ JE:

$$\frac{n_{Th,e}}{n_{Th,i}} \sim 43 \sqrt{A} \leftarrow \text{ODNOSINA Z ATOMOVÉHO ČÍSLA}$$

- ELEKTRONY JSOU RYCHLEJŠÍ, VÍCE SE SRAŽÍ A JSOU DOLEŽITĚJŠÍ. ROVNICE STAT. ROVNOVÁHY SE NEZMĚNÍ, KDYŽ BUDĚTE UVAŽOVAT I JINÉ SRAŽKY.

$$n_i \cdot C_{ij} = n_i \cdot n_e \int_{v_0}^{\infty} \underbrace{\Gamma_{ij}(v)}_{q_{ij}} f(v) \cdot n_e dv = n_i \cdot n_e \cdot \underbrace{q_{ij}(T)}_{\text{MSTŘEDOVANÉ MAXWELLOVSKÉ ROZDĚLENÍ}}$$

q_{ij} - MŠTŘEDOVANÝ ÚČINNÝ PRŮŘEZ PŘES MAXWELLOVSKÉ ROZDĚLENÍ A ZÁVISÍ NA TEPLOTĚ.

TENTO VZTAH PLATÍ OBECNĚ PRO EXCITACI A IONIZACI. PŘECHOD DOLE, DEEXCITACI:

$$n_j \cdot C_{ji} = n_j \left(\frac{n_i^*}{n_j^*} \right) C_{ij} = n_j \left(\frac{n_i^*}{n_j^*} \right) n_e \cdot q_{ij}(T)$$

V TERMODYNAMICKÉ ROVNOVÁZE PLATÍ $n_i \cdot C_{ij} = n_j^* \cdot C_{ji}$, TO TO JE PODMÍNKA DETAILNÍ ROVNOVÁHY.

(45)

MŮŽEME ZAVÉST ZISTOU SRAŽKOVOU ZÁVORKU f_{ij} :

$$n_i c_{ij} f_{ij} = n_i \cdot c_{ij} - n_j \cdot c_{ji} = n_i c_i \left(1 - \frac{n_j}{n_j^*} \cdot \frac{n_i^*}{n_i}\right)$$

PRO DETAILNÍ ROVNOVÁHU JE ZÁVORKA ROVNA NULĚ.

JAKŽISKAT $q_{ij}(T)$ A SRAŽKOVÉ RATE?

- EXPERIMENTÁLNĚ NEBO VÝPOČTEM

EXISTUJÍ OBECKÉ PŘÍBLIŽNÉ VZTAHY:

PRO DŮVOLNÉ PŘECHODY:

$$c_{ij} = C_0 \cdot n_e \sqrt{T} \cdot [14,5 \cdot f_{ij} \cdot \left(\frac{I_H}{E_0}\right)^2] n_0 \cdot e^{-u_0} \cdot \Gamma(u_0)$$

$$\Gamma(u_0) = \max \left[\bar{g}_i, \frac{\sqrt{3}}{2\pi} \cdot e^{u_0} \cdot E_1(u_0) \right]$$

E_1 - EXPOENCIALNÍ INTEGRÁLNÍ FUNKCE

KDE $\bar{g} = 0,7$ PRO PŘECHODY $n_l \rightarrow n_l'$ V RÁMCI JEDNÉ SLUPKY A $\bar{g} = 0,2$ PRO PŘECHODY $n_l \rightarrow n_l'$.

$$C_0 = n \omega_0^2 \sqrt{\frac{3kT}{m_e \cdot n}} \quad u_0 = \frac{E_0}{kT} \quad \text{ENERGIE TOHO PŘECHODU}$$

I_H - JE IONIZAČNÍ ENERGIE VODÍKU

VZTAH PRO IONIZACI:

$$c_{ik} = 1,55 \cdot 10^{13} \cdot n_e \cdot \frac{1}{\sqrt{T}} \cdot \bar{g}_i \cdot \chi(z_0) \cdot \frac{e^{-u_0}}{u_0}$$

↑ SRAŽKOVÁ IONIZACE

$$\bar{g}_i = 0,1 \quad \text{PRO } z = 1$$

$$\bar{g}_i = 0,2 \quad \text{PRO } z = 2$$

$$\bar{g}_i = 0,3 \quad \text{PRO } z \geq 2$$

✓ NAJPROSTÉJÍ VĚTSINĚ PŘÍPADŮ PLATÍ ČD NEBO
RČ, NAŠTĚSOJ. DOJISTĚ MÍZM SRAŽKY "NEMAJÍ SMYSL".

NAPIŠTE ZNOVO ROVNICI STATISTICKÉ ROVNOVÁHY:

TOTO JE SOUSTAVA ROVNIC STATISTICKÉ ROVNOVAHY:

$$\rightarrow m_i \sum_j (R_{ij} + C_{ij}) - \sum_j m_j (R_{ji} + C_{ji}) = 0 \quad \text{PRO \& HADING } i$$

4. DYŽ SECTORE: CELOU SOUSTAVU ROVNIC STATISTICKÉ
FYZIKY DOSTANEME NULU. ROVNICE JSOU TOTŽ LINEÁRNĚ
ZÁVISLE. MUSÍME DOPLNIT NĚJAKÉ ROVNICE.

DOPUNJCI' RAVNICE:

— PODMÍNKA PRO VSECHNY HLADINY VSECH IONŮ, ROZETNÁME, KTERÉ MÁME

$$\sum_k \sum_j N_{jk} = N_n = \sum_k \sum_j \sum_i m_{ijk} = N_n$$

JIWA' INDEXACE 10NT

TAKTO ZAF/XUJETIS CELKOVÝ POČET ČA'STIC, KTERÉ JAM MÁME

- DALŠÍ MOŽNOST, POUŽÍVÁME ZACHOVÁNÍ NAÍBOŽE, BUDEME UVAŽOVAT, ŽE SE JEDNÁ O ELEKTRICKY NEUTRÁLNÍ PROSTŘEDÍ: ELEKTRONOVÁ KONCENTRACE

$$\sum_k \sum_j q_{kj} \cdot N_{jk} = \overset{\text{ELEKTRONOVÁ KONCENTRACE}}{\underset{\text{SEČOMÉ VŠECHNYCH LADINÝCH IONŮ A VYKASOBILNÉ NABOJŮ EM ELEKTRONU}}{n_p}$$

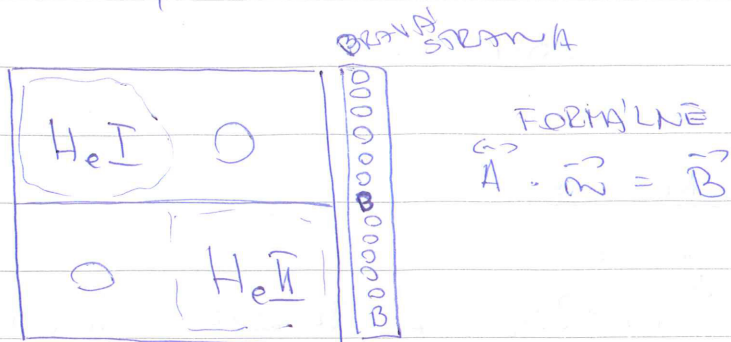
- ABUN DANONÍ ROVNICE, TA NA'M SVAZUJE POČET ATOMŮ
DANÉHO IONU A S POČETM ATOMŮ NEJEDNÉHO REFERENČNÍHO
IONU.

$$\sum N_{ik} = \frac{\alpha_k}{\alpha_H} \sum N_{Hk}$$

$$\sum_j N_{jk} = \frac{\alpha_k}{\alpha_H} \sum_j N_{jH}$$

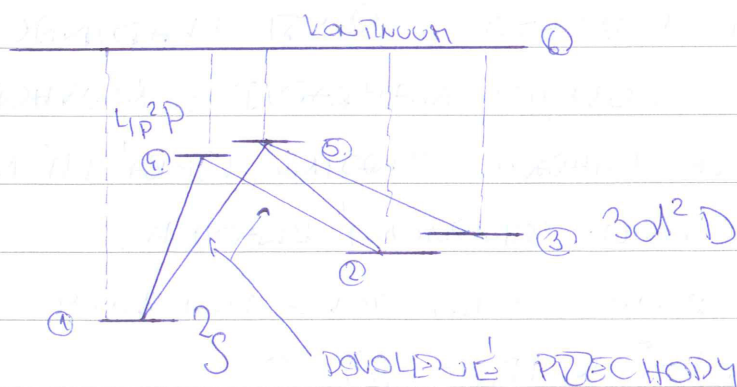
46

KDYŽ BUDEME ŘEŠIT ROVNICE STATISTICKÉ ROVKOVÁHY PRO HELIUM, TAK BUDU MÍT VELKOU SOUSTAVU ROVNIC



$\vec{A}(\vec{r})$ - JE OBECNĚ FUNKCÍ OBSAŽENOSTI HLADIN, ZÁVISÍ NA ZÁKLADNÍCH A SRAŽKOVÝCH RÁDECH
 ROVNICE STATISTICKÉ ROVKOVÁHY ZÁVISÍ NA OBSAŽENÍ HLADIN.

MODEL ZÁKLADNÍCH HLADIN Ca II (IONIZOVANÝ VÁPNEK)



PRO PRVNÍ HLADINU:

$$i=1 \quad n_1 \cdot (R_{14} + R_{15} + R_{16}) + n_1 \sum_{j=2}^6 C_{1j} - n_4 R_{41} - n_5 R_{51} - n_6 R_{61} - \sum_{j=1}^6 n_j C_{j1} = 0$$

SRAŽKOVÉ PŘECHODY NEMAJÍ VÝBĚROVÁ PRAVIDLA

PRO DRUHOU HLADINU:

$$i=2 \quad n_2 \cdot (R_{24} + R_{25} + R_{26}) + n_2 \sum_{j=3}^6 C_{2j} + \cancel{n_2 R_{21}} - n_4 R_{42} - n_5 R_{52} - n_6 R_{62} - \sum_{j=1}^6 n_j C_{j2} = 0$$

TAKTO BYCHOM POKRÁČOVALI DÁL I PRO OSTATNÍ HLADINY,
 LYNÍ PROTOŽE JE TO LINEÁRNĚ ZÁVISLÉ JE NUTNÉ
 VLOŽIT DOPLNŮJÍCÍ ROVNICE.

ZE ZACHOVÁNÍ NABÍJE:

- POSČÍTÁME NABÍJE

$$\sum_{j=1}^5 n_j + 2n_6 = n_e \quad \text{PROTOŽE Ca II VSTUPUJÍ JAKO} \\ \text{JEDNOU IONIZOVANÉ PLUS} \\ \text{DVAKRÁT IONIZOVANÝ Ca III}$$

- ABUNDANČNÍ ROVNICE

$$\sum_{i=1}^6 n_i = \frac{\alpha_{\text{Ca}}}{\alpha_{\text{H}}} \cdot N_{\text{H}} \quad \leftarrow \text{CELKOVÁ KONCENTACE VODÍKU}$$

TAKTO ZAPSANÉ ROVNICE PŘEDPOKLADAJÍ, ŽE MÁME
 VÁPNIK ROUŽE V TĚCHTO 6 SESTI HLADINÁCH!
 A TĚD KTEROU ROVNICI NAHRADIT? NEJVHODNĚJŠÍ
 (NUMERICKY) JE NAHRADIT HLADINU, KTERÁ MÁ NEJVYŠŠÍ
 OBSAZENÍ. OBVYKLĚ IONIZAČNÍ HLADINA.

ŘEŠÍME VLASTNĚ ROVNICE STATISTICKÉ ROVNOVÁHY

$$n_i \sum_j (R_{ij} + C_{ji}) - \sum_j n_j (R_{ji} + C_{ij}) = 0$$

A POTOM K TOMU PŘIDÁME ŘEŠENÍ ROVNICE PŘENOSU ZÁŘZENÍ

$$\mu \frac{dI}{d\tau} = I_{\nu} - S_{\nu}$$

ŘÍKA SE TOMU

NON (LTE) PROBLEM

JÉTO KOMPLIKOVANĚJŠÍ PROTOŽE $R_{ij}(J_{\nu})$ (R_{ij} JE FUNKCÍ
 STŘEDNÍ INTENZITY ZÁŘZENÍ), PAK OPERÁTOR JE TAKY FUNKCÍ
 STŘEDNÍ INTENZITY ZÁŘZENÍ $\Rightarrow S_{\nu}(J_{\nu})$ NETRIVIALNÍ M ZPŮSOBEM.
 JAK TĚDY NAŘEŠIT?

MÁME NL (NUMBER OF LEVELS) ROVNICE STATISTICKÉ
 ROVNOVÁHY 10 AŽ 1000, A NF (ROVNICE PŘENOSU ZÁŘZENÍ) ROVNICE

2) 47

DISKRETIZACE

KDE JICH JE OD 1000 AŽ 10000 ROVNIC (FREKVENCÍ)
CELKEM NF+NL ROVNIC. K LAŽDA' ROVNICE PŘENOSU
ZÁŘENÍ ZÁLEŽÍ NA OBSAŽENÍ HLADIN. NEPŮJDE O
SEPARACE PROMĚNNÝCH, ŘEŠÍME TO POMOCÍ LINEARIZACE
(NEWTONOVA-RAPHSONOVA METODA), SYMBOLICKÝ POPIS:

$$A \cdot \vec{w} = \vec{B} \rightarrow \left(A + \frac{\partial A}{\partial \vec{w}} \delta \vec{w} \right) \cdot (\vec{w} + \delta \vec{w}) = \vec{B} + \frac{\partial \vec{B}}{\partial \vec{w}} \delta \vec{w}$$

$$\vec{w} = \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_{NL} \end{pmatrix} \quad \text{MATICE } A \text{ MÁ ROZMĚR } n_{NL} \cdot n_{NL}$$

STEJNĚ ROZEPÍŠME I ROVNICI PRO PŘENOS ZÁŘENÍ:

$$\mu \frac{d(I + \delta I)}{dx} = (I + \delta I) - \frac{\eta + \delta \eta}{x + \delta x}$$

CÍLEM JE DOSTAT SOUSTAVU ROVNIC, KDE PRO
NEJAKÉ $\delta \psi$, KDE $\psi = \begin{pmatrix} \vec{n} \\ I \end{pmatrix}$ JE VEKTOR INTENZIT
A OBSAŽENÍ HLADIN. MÁME ODHAD $\psi^0 \rightarrow \psi = \psi^0 + \delta \psi$.
TAKÉ METODA NETRÁ NEDUHY λ -ITERACE, ŘEŠÍME JU
VSECHNO NAJEDNOU. JE TO ČASOVĚ NÁROČNÉ,
ALE EXISTUJE VARIANTA JEDNODUŠÍ.

$$\underline{ALI} \quad \begin{aligned} J^{(n+1)} &= \lambda \cdot S \\ J^{(n+1)} &= \lambda^* S^{(n+1)} + (\lambda - \lambda^*) S^{(n)} \end{aligned}$$

JEDNOHLADINOVÝ ATOM

- NAPIŠEME SI ROVNICI STATISTICKÉ FYZIKY (BUDE JEN JEDNA)

$$\frac{n_i}{n_i^*} = \frac{4\pi \int_0^\infty \frac{\omega_\nu \cdot B_\nu}{h\nu} d\nu + n_e \cdot g_{ik}}{4\pi \int_0^\infty \frac{\omega_\nu \cdot B_\nu}{h\nu} d\nu + n_e \cdot g_{ik}}$$

JEDINÉ PROCESY - EMISCE/ABSORPCE

KDYŽ $C > 2$ PAK $m_1 = m_1^*$ PŘEDY $\frac{m_1}{m_1^*} \Rightarrow 1$ A $J_L \rightarrow B_L$

PRO ^{ELEKTRONOVÉ} NÍZKÉ HUSTOTY MÁME:

$$\frac{m_1}{m_1^*} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\omega_L B_L}{\hbar \omega} d\omega}{\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\omega_L J_L}{\hbar \omega} d\omega} \neq 1 \quad J_L \neq B_L$$

JEDNOHRAĐINOVÝ ATOM EXISTUJE ZEPĚŘA.

ATOM NEVAKUUM MÁ NEKONEČNÉ MNOŽSTVÍ HRAĐIN,
~~NEŽE~~ V NEJAKÉM PROSTŘEDÍ UŽ JICH JE MĚNĚ
DÍKY SNÍŽENÍ IONIZAČNÍHO POTENCIÁLU. TOTO JS
NĚKDY NUTNĚ ZAHRNOUT.

TO CO Z TĚ HRAĐIN ODEŠE:

$$m_i \cdot \sum_j P_{ij} + m_i P_{ik} = m_i \sum_j w_j P_{ij} + m_i \sum_j (1 - w_j) P_{ij} + m_i P_{ik}$$

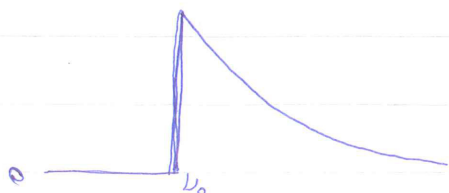
MUSÍ EXISTOVAT HRAĐINY i & j POKUD TOTUTAK NEVÍ
TEN PŘECHOD KEMŮŽE NASTAT A NASTANE IONIZACE!

$$P_{ik}^{\text{tot}} = \sum_j (1 - w_j) P_{ij} + P_{ik}$$

w_j - JE PRAVDĚ PODOBNOST, ŽE HRAĐINA j EXISTUJE

TY ATOMY CO BY MĚLI PŘEVÍT Z $i \rightarrow j$ A MĚLOŽDO,
PROTOŽE j NEEXISTUJE, BUDOU IONIZOVÁNY A ZVEDNĚS S
IONIZAČNÍ RATE.

FOTOIONI ŽÁRNÍ PRŮČNÝ PRŮŘEZ



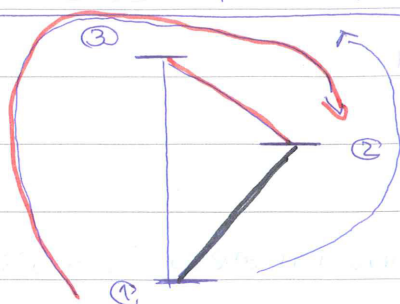
IONIZACE ZA FOTOIONIŽAČNÍ HRANOU

w_j

(48)

PRÁVDEPODOBŇENÍ

3 HLADINOVÝ ATOM



$1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 1$

2

kde to bude

$1 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 1$

2

1321

$$N_1 R_{1321} = N_1 R_{13} \cdot W \cdot B(\nu_{13}) \cdot \frac{A_{32}}{A_{32} + A_{31}} \cdot \frac{A_{21}}{A_{21} + B_{23} \cdot W \cdot B(\nu_{23})}$$

B_{13}, B_{23} - EINSTEINŮV KOEFICIENT

$B(\nu_{13}), B(\nu_{23})$ - PLANCKOVA FUNKCE

W - FAKTOR ZŘEDENÍ

Z TOHO ZÍSKÁME POČET ATOMŮ V HLADINĚ 3 A KOLIK Z

TOHO BUDE DO $3 \rightarrow 2$, ZANEHBÁME STIMULOVANOU EMISI;

ČÁST PŘEJDE Z 3 DO 1 A ČÁST DO 2, Z $2 \rightarrow 1$.

KDE TO VZÍMETE OPACNĚ $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 1$!

1231

$$N_1 R_{1231} = N_1 B_{12} \cdot W \cdot B(\nu_{12}) \cdot \frac{B_{23} \cdot W \cdot B(\nu_{23})}{A_{21} + B_{23} \cdot W \cdot B(\nu_{23})} \cdot \frac{A_{31}}{A_{32} + A_{31}}$$

TYTO DVA VZTAHY DÁME KMŮ DO POMĚRU:

$$\frac{R_{1231}}{R_{1321}} = \frac{B_{12} \cdot W \cdot B(\nu_{12}) \cdot B_{23} \cdot W \cdot B(\nu_{23}) \cdot A_{31}}{B_{13} \cdot W \cdot B(\nu_{13}) \cdot A_{32} \cdot A_{21}} = W < 1$$

FAKTOR ZŘEDENÍ

$W < 1$

MA' PRAVĚ

$$\frac{B_{ij}}{A_{ji}} B(\nu_{ij}) = \left(\frac{N_j}{N_i} \right)^*$$

PRAVĚ VE WIGNERŮVĚ
LIMITĚ,

TYTO DVA CYKLY MÁJÍ ROZNOU PRAVDEPODOBŇOST. NEPRAVĚ
DETAILNÍ ROVNOVÁHA, KDYBY ANO TAK TO VYJDĚ SÍZNĚ.

PRO ILUSTRACI ZNOVU ROVNICE PŘENOSU ŽÁŘENÍ A K TOMU
ROVNICE STATISTICKÉ ROVNOVÁHY

$$\mu \cdot \frac{dI_\nu}{dE} = I_\nu - S_\nu$$

ODSUD DOSTANU POLE ŽÁŘENÍ J_ν A ODBĚRÁNÍ HĚADIN M_i

$$M_i \sum_j P_{ji} - \sum_j M_j P_{ji} = 0$$

Z TĚCHTO VZTAHŮ NEDOSTANEME ELEKTRONOVOU HUSTOTU
 n_e A T TEPLOTU, TO SE DEŠÍ V ŘEŠENÍ MODELU
ATMOSFÉRY, KDE PŘIDÁME ROVNICI PRO HUSTOTU COŽ
JE HYDROSTATICKÁ ROVNICE,

$$\frac{dp_g}{dz} = -g - \underbrace{\frac{4\pi}{c} \int_0^\infty \frac{\chi_\nu}{\rho} H_\nu d\nu}_{\text{(ROVNICE HYDROSTAT. ROVNOV.)}}$$

p_g - TLAK PLYNU

$\frac{dp_r}{dz}$ - GRADIENT TOKU ŽÁŘENÍ

Z TOHO DOSTANEME BUĎ n_e NEBO HUSTOTU ČÁSTIC.
TAK MÁME JEŠTĚ ROVNICI PRO CELKOVOU ŽÁŘIVOU
ROVNOVÁHU:

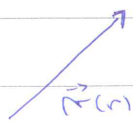
$$\int_0^\infty \chi_\nu (J_\nu - S_\nu) d\nu = 0$$

V PODSTATĚ TO COŽ POHLÍ
TO SE TAKY MUSÍ VYZÁŘET

TOTO JE ROVNICE ŽÁŘIVÉ ROVNOVÁHY A SOUVISÍ S ROVNICÍ
PŘENOSU ŽÁŘENÍ. JE TO VLASTNĚ ZÁKON ZACHOVÁNÍ
ŽÁŘIVÉ ENERGIE. TÁHLE ROVNICE NÁM DÁ TEPLOTNÍ SROVNÁNÍ.

4 ROVNICE PRO MODEL!

ZAŘEZENÍ V POHYBUJÍCÍM SE PROSTŘEDÍ



- DOPROUD STADICKÉ V PROSTŘEDÍ
- ATMOSFÉRA SE BUDE HÝBAT RYCHLOSTÍ $\vec{n}(r)$, KTERÁ JE FUNKCÍ POLOHERY. DÁLE ν - OZNAČUJE FREKVENCI V SOUSTAVĚ POZOROVATELE A ν' - V POHYBUJÍCÍ SE SOUSTAVĚ S HMOTOU, KDE DOCHÁZÍ K ABSORBCÍM A EMISÍM.
- TYTO DVĚ FREKVENCE SPOLU SOUVISÍ VZTAHEM:

PŘES DOPPLEROV POSUV

$$\nu' = \nu \left(1 - \frac{\vec{n} \cdot \vec{n}}{c} \right)$$

- DŮSLEDEK JE TEN, ŽE V SOUSTAVĚ POZOROVATELE JE OPACITA ÚHLOVĚ ZÁVISLÁ. MÁME TĚ 1 POSUN VE FREKVENCI $\Delta \nu$, RŮZNÁ FREKVENCE PRO POZOROVATELE A PRO SOUSTAVU S HMOTOU.

BUDEME ŘEŠIT ROVNICI PŘENOSU KE V SOUSTAVĚ POZOROVATELE ALE V SOUSTAVĚ S HMOTOU, NEPLNÍ RŮZNICE PŘENOSU ZAŘEZENÍ V POHYBUJÍCÍM SE PROSTŘEDÍ:

$$\frac{1}{c} \cdot \frac{\partial I(\vec{n}; \nu)}{\partial t} + \vec{n} \cdot \nabla I(\vec{n}; \nu) - \frac{1}{c} \vec{n} \cdot \nabla \vec{n} \cdot \vec{n} \cdot \nu \cdot \frac{\partial I(\vec{n}; \nu)}{\partial \nu} =$$

TYTO ČLENY
KADUK

$$- \frac{1}{c} \cdot \vec{n} \cdot \nabla \vec{n} (1 - \vec{n} \cdot \vec{n}) \nabla_{\vec{n}} I(\vec{n}; \nu) + \frac{3}{c} \vec{n} \cdot \nabla \vec{n} \cdot \vec{n} \cdot I(\vec{n}; \nu) =$$

$$= \eta(\nu) - \chi(\nu) I(\vec{n}; \nu)$$

~~TYTO ČLENY DĚLA SOBOLEVOVÉ INTEGRACE~~

ZANEDBALI JSME ČLENY S ČASOVOU ÚHLOVOU DERIVACÍ A DILATAČNÍ ČLEN

$$\vec{n} \cdot \nabla I(\vec{n}; \nu) - \frac{1}{c} \vec{n} \cdot \nabla \vec{n} \cdot \vec{n} \cdot \nu \cdot \frac{\partial I(\vec{n}; \nu)}{\partial \nu} = \eta(\nu) - \chi(\nu) I(\vec{n}; \nu)$$

TUTO ROVNICI ŘEŠÍM V SOUSTAVĚ SPOJENÉ S PROSTŘEDÍM

GEOMETRICKÁ TLOUŠŤKA JE VELMI MALÁ (TENKÁ),
TAK ZAVEDEME PROMĚNNOU y , KTERÁ BUDE VLASTNĚ
POPISOVAT INTEGRÁL PŘES PROFIL ČÁRY:

$$y = \int_{-\infty}^{\infty} dv' \cdot \phi(v') \quad \text{PRO } [\vec{n} \cdot \nabla n \cdot \vec{n} > 0] \text{ TOTO JE}$$

PROJEKCE GRADIENTU RYCHLOSTI

$$y = \int_{-\infty}^v dv' \cdot \phi(v') \quad \text{PRO } [\vec{n} \cdot \nabla n \cdot \vec{n} < 0]$$

POMOCÍ y TO NYNÍ PŘEPÍŠEME:

$$\rightarrow \frac{v_0}{c} |\vec{n} \cdot \nabla \vec{n} \cdot \vec{n}| \frac{dI(y)}{dy} = k_e [S_e - I(y)]$$

$$\mathcal{D}(\vec{n}) = \frac{k_e \cdot c}{v_0 |\vec{n} \cdot \nabla \vec{n} \cdot \vec{n}|} \quad \text{TOTO JE SOBOLEVOVA OPTICKÁ}$$

HLoubKA.

$$d\mathcal{D} = -\chi ds$$

NYNÍ TUTO ROVNICI ZINTEGRUJEME POMOCÍ
OKRAJOVÝCH PODMÍNEK $I = I_c$ PRO $y = 0$

$$I(y) = I_c \cdot e^{-\mathcal{D}(\vec{n}) \cdot y} + S_e [1 - e^{-\mathcal{D}(\vec{n}) \cdot y}] \quad \text{TOTO PRAVÍ PRO } 0 < y < 1$$

KDYŽTO NYNÍ ZINTEGRUJETE PŘES PROFIL ČÁRY,
DOSTANETE:

$$I(\vec{n}) = I_c(\vec{n}) \beta(\vec{n}) + S_e [1 - \beta(\vec{n})]$$

$$\text{A KDE } \beta(\vec{n}) = \frac{1 - e^{-\mathcal{D}(\vec{n})}}{\mathcal{D}(\vec{n})}$$

TOTO JE ŘEŠENÍ ROVNICE PŘENOSU ZÁŘENÍ V
SOBOLEVOVĚ APROXIMACI.

STRODNÍ INTENZITA:

$$\bar{I} = \frac{1}{4\pi} \oint I d\omega$$

PODMINKY PRO SOBOLEVŮVU APROXIMACI:

$$1) \frac{\nu - \nu_0}{\nu_0} = \frac{\vec{v} \cdot \vec{n}}{c} = \frac{v_{th}}{c}$$

POUZE NA TĚTO FREKVENCII DOCHÁZÍ K ABSORPCI,
 ν_0 JE FREKVENCE V KLIDOVÉ SOUSTAVĚ A ABSORBUJE
 TO POUZE NA ν FREKVENCII.

2) KRITÉRIUM POUŽITELNOSTI SOB. APROXIMACE

$$\frac{\Delta f}{f_0} \approx \frac{v_{th}}{c}$$

Δf - ^{PLÁŠKA} SOBOLEVŮV ZÓNŮ

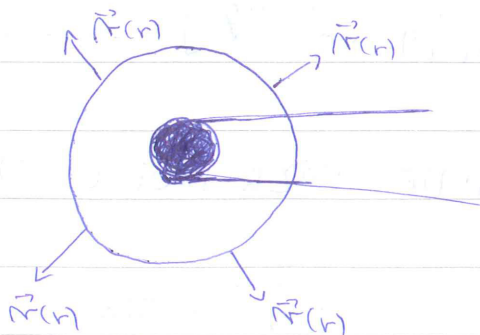
v_{th} - TEPelná RYCHLOST (TERMA'LNÍ)

c - TYPICKÁ RYCHLOST PROSTŘEDÍ

PROFIL P-CYGLI

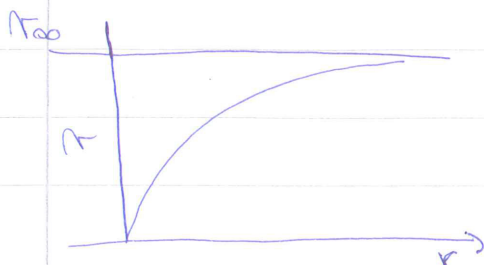
- DŮSLEDEK ROZPÍNAJÍCÍ SE OBA'LUK

- POJMEHOVÁNO PODLE HVEZDY, PROMĚNNÁ



EXPANDUJE OBA'LUKA RYCHLOSTÍ $\vec{v}(r)$

EMISNÍ PROFIL POSUNUTÝ
 DO ČERVENÉ A ABSORBNÍ
 DO MODŘE OBHASÍ.



MONTE CARLO PŘENOS ZAŘZENÍ

- NEŘEŠÍME ROVNICI PŘENOSU ZAŘZENÍ, ALE POUŠTÍME FOTONY A NECHÁME JE INTERAGOVAT S PROSTŘEDÍM, STUDIUM ZAŘZENÍ JAKO PŘENOSU FOTONŮ. KEROUZÍVÁME FOTONY ALE FOTONOVÉ BALÍKY.
- SLEDUJEME PRŮBĚH BALÍKŮ PROSTŘEDÍM
- KDE JE NÁHODNOST? JE TO ZALOŽENO NA ROZDĚLOVACÍ FUNKCI PRAVDĚPODOBNOSTI $p(x)dx$ KDE x - LETÍ V INTERVALU $x+dx$ TO SE ZINTEGRUJE A PRO:

$$\begin{aligned} & \int_a^{x_0} p(\xi) d\xi = \eta(x_0) = \xi \quad 0 \leq \eta(x_0) \leq 1 \\ & \int_a^b p(\xi) d\xi = 1 \end{aligned}$$

TOTO JE KUMULATIVNÍ DISTRIBUČNÍ FUNKCE (ROZDĚLOVACÍ FUNKCE), KDYŽ JE ξ (NÁHODNÉ ČÍSLO) VZÍME TAKOVÉ ABY VYHOVOVALO TĚTO FUNKCI

$p(\xi) = e^{-\xi}$ MŮŽEME OZNAČIT PRAVDĚPODOBNOST, ŽE FOTON NEBŮDE ABSORBOVÁN

$p(\xi) = 1 - e^{-\xi}$ MŮŽEME OZNAČIT PRAVDĚPODOBNOST, ŽE FOTON BUDE ABSORBOVÁN

→ TOTO JE PŘESNĚ FUNKCE DO INTEGRÁLU VÝŠE, A POSTAVÍME $\xi = -\ln(1 - \xi)$ COŽ JE OPTICKÁ DĚLKA, KTEROU FOTON MŮŽE LETĚT.

V TĚTO METODĚ VYGENERUJEME NÁHODNÉ ČÍSLO A TO POUŽIJEME K URČENÍ OPTICKÉ HLoubKY,

KTERÁ NĚM ZÍVÁ. ~~KDE~~ JAK DÁLKO TEN FOTONOVÝ
BALÍK POLETÍ. VYPOČLI JSME TEN BALÍK A
VĚDÍ JSME JEHO FREKVENCII A SMĚR, TAK VÍME
S JAKOU PRAVDĚPODOBNOSTÍ BUDE INTERAGOVAT
S PROSTŘEDÍM. PŘÍKLAD SMĚRU ZAŘZENÍ BUDE
SČÍTAT OPACITU, POČÍTAT OPTICKOU DRÁHU, KTEROU
JÍ PROLETĚL A JAKMILE DOSÁHNE. NĚJAKÉ DÁNÉ
HODNOTY TAK PŘEKŮME TAK TADY BUDE S INTERAGOVAT.
DOJDE TAM K INTERAKCI FOTONU A ZASE SI VYBEREME
NÁHODNĚ, KTERÝM PROCESEM BUDE INTERAGOVAT.
A TAK DOKOLA.

MÍSTO PRAVDĚPODOBNOSTNÍ DISTRIBUČNÍ FUNKCE
LZE POUŽÍT ACCEPT-REJECT METODU, KDOŽ NEZNÁM
ANALYTICKOU FUNKCI, NUMERICKY PŘÍJÍMÍ. HÁZÍME
STRUK

- MONTE CARLO JE POMALÉ PRO PŘENOS ZAŘZENÍ
V OPTICKÝM HUSTÉM (TUSÉM) PROSTŘEDÍ.

VÝPOČET STATISTICKÉ ROVNOVÁHY

- METODA LUCY - DEFINUJEME ENERGETICKÝ BALÍK
- TOTO BALÍK MŮŽE MÍT RÁDU FORMY NAPŘ:
 - ZAŘZENÍ
 - VNITŘNÍ ENERGIE
 - TEPELNÁ ENERGIE

(52)

DVOUHODINOVÝ ATOM

- VELICE SILNÁ APROXIMACE ROZŠÍŘENÁ POUZE PRO
SPODNÍ A HORNÍ HLADINY NĚKTERÝCH SILNÝCH
REZONANČNÍCH ČAR.

STŘEDNÍ VOLNÁ DRÁHA FOTONU V ČARĚ

$$l = \frac{1}{\chi_L} = \frac{1}{(k_L + \Gamma_L)}$$

JELI ROZPTYL KOHERENTNÍ, JE Γ_L EMITOVANÉHO FOTONU STEJNÝ JAKO ABSOR.

$$l_L \approx \frac{1}{\chi_L} = \frac{1}{\chi_{Lu} \phi(\nu) + \chi_c}$$

$$d\mathcal{E} = -\chi_L dz$$

$$\chi_L = k_{Lu} \phi(\nu) + \chi_c$$

$$l = \langle l_L \rangle = \int_0^\infty l_L \phi_L d\nu = \int_0^\infty \frac{\phi \phi_L}{\chi_{Lu} \phi(\nu) + \chi_c} d\nu$$

- VZDALENOST NA KTERÉ JE FOTON THERMALIZOVÁN

PŘED ZNIČENÍM $\rightarrow L$ (DESTRUKTIVNÍ DÉLKA)

- PRAVĚPODOBNOST ZNIČENÍ:

$$P_d = \frac{C_{ue}}{C_{ue} + A_{ue}}$$

$\mathcal{E}_{th}$ - THERMALIZAČNÍ HLoubKA ; $P_e(\mathcal{E}_{th}) \approx P_d$; P_e JE PRAVĚPODOBNOST
EMISIE.

$$\chi = \frac{\nu - \nu_0}{\Delta \nu_D} \quad \begin{matrix} x & x_c \\ \chi & \chi_c \end{matrix} : \mathcal{E} \gg 1$$

$$x \gg \frac{x_c}{\chi_c} : \mathcal{E} \ll 1$$

$$P_e(\mathcal{E}) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{-x_c} \phi(x) dx + \frac{1}{2} \int_{x_c}^{\infty} \phi(x) dx = \int_{x_c}^{\infty} \phi(x) dx$$

$$\phi_{\text{WIGHT}}(x) = \frac{a}{\pi^{3/2}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-y^2}}{(x-y)^2 + a^2} dy \quad \text{APPROXIMACE: } \phi_{\text{WIGHT}}(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-x^2}$$

VYSTŘEDUJEME DELTA FCI PŘES
MAX. W. ROZDĚLENÍ

$$P_e^D = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}(x) \approx \frac{e^{-x_c^2}}{2 \sqrt{\pi} x_c} \quad \text{kde } \operatorname{erfc}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^\infty e^{-t^2} dt$$

PRO $|x_c| \gg 1$ DALEKÁ KONTROLA ČÁSTIC:

$$x_c^D = \sqrt{\ln\left(\frac{E}{P_d}\right)} \rightarrow P_e^D(\varepsilon) \approx \frac{1}{2\sqrt{\ln\left(\frac{E}{P_d}\right)}}$$

$$x_c^V = \sqrt{\frac{a\varepsilon}{\pi}} \rightarrow P_e^V(\varepsilon) \approx \sqrt{\frac{a}{\pi\varepsilon}}$$

$$\mathcal{L}_{th}^D \sim \frac{c}{P_d}$$

$$\mathcal{L}_{th}^V \sim \frac{a}{P_d^2}$$

PRAVDĚPODOBNOST

ÚNIKU JE VÝŠÍ PRO VOIGHT.

PROFIL NEE PRO DOPPLERŮV.

DEFINICE $\mathcal{L}_{th}$ - MÍSTO KDE JE P_e A P_d ZHRUBA STEJNÉ

DVOUHĚADINOVÝ ATOM BEZ KONTINUA

ZROJOVÁ FUNKCE $S_{lu} = \frac{m_u A_{ul}}{m_e B_{ul} - m_u B_{ul}} = \frac{2h\nu_{lu}^3}{c^2} \cdot \frac{1}{\left(\frac{m_e g_u}{m_u g_l}\right) - 1} \equiv S_L$

V PŘÍPADĚ TE:

$$\frac{m_u^*}{m_e^*} = \frac{g_u}{g_l} \cdot e^{-\frac{h\nu_{lu}}{kT}}$$

$$A S_L = B_{ul}$$

NEZÁVISÍ NA ν

$$S_{lu}^* = \frac{2h\nu_{lu}^3}{c^2} \cdot \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$$

$$\mathcal{L}_{th}^D \sim \frac{L}{P_d} = \frac{c}{\varepsilon}$$

$$\mathcal{L}_{th}^{coh} \sim \frac{1}{P_d} = \frac{1}{\varepsilon^2}$$

$$\mathcal{L}_{th}^V \sim \frac{a}{P_d} = \frac{a}{\varepsilon^2}$$

53.)

$$J_{lu} = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{\left(\frac{m_e g_u}{m_e g_l}\right) - 1} \equiv S_L \quad \text{for } m > 1$$

UPPER > LOWER

ROVNICE SKINETICKÉ ROVNOVÁHY

$$n_l (B_{lu} \bar{J}_{lu} + C_{ul}) = n_u (A_{ul} + B_{ul} \bar{J}_{lu} + C_{lu})$$

$$\frac{n_l}{n_u} = \frac{A_{ul} + B_{ul} \bar{J}_{lu} + C_{lu}}{B_{lu} \bar{J}_{lu} + C_{ul}} =$$

$$= \frac{B_{lu} \frac{g_l}{g_u} \left(\frac{2h\nu^3}{c^2} + \bar{J}_{lu} \right) + C_{lu}}{B_{lu} \bar{J}_{lu} + C_{ul}} = \frac{\frac{g_l}{g_u} \left[B_{lu} \left(\frac{2h\nu^3}{c^2} + \bar{J}_{lu} \right) + \frac{g_u}{g_l} C_{lu} \right]}{B_{lu} \bar{J}_{lu} + C_{ul}}$$

... Moc nerozumím, nedostanu otz

SE K TOMU K ODMACHCE

VÝSLEDKEM BY MELO BÝT: $\varepsilon' = \frac{C_{ul}}{A_{ul}} \left(1 - e^{-\frac{h\nu}{kT}} \right)$

$$\varepsilon = \frac{\varepsilon'}{1 + \varepsilon'} = \frac{C_{ul}}{C_{ul} + \frac{A_{ul}}{1 - e^{-\frac{h\nu}{kT}}}}$$

→ PRAVĚRODOBNOST ZVÍŠENÍ FOTONU

$$S_L = \frac{\bar{J}_{lu} + \varepsilon' B}{1 + \varepsilon'} = (1 - \varepsilon) \bar{J}_{lu} + \varepsilon B(\nu_{ul})$$

ZDRAJOVÁ FUNKCE PRO 2. HLADINOVÝ ATOM

DVOU HLADINOVÝ ATOM S KONTINUEM

OPACITA

$$\chi_\nu = \chi_{lu}(\nu) + \chi_c(\nu) = k_{lu} \phi(\nu) + \chi_c$$

EMISIVITA

$$\eta_\nu = \eta_{lu}(\nu) + \eta_c(\nu) = \chi_{lu}(\nu) S_{lu} + \chi_c S_c$$

$$S_\nu = \frac{\chi_{lu}(\nu) S_{lu} + \chi_c S_c}{\chi_{lu}(\nu) + \chi_c} = \frac{\phi_\nu}{\phi_\nu + r} \cdot S_{lu} + \frac{r}{\phi_\nu + r} S_c \quad \text{KDE } r = \frac{\chi_c}{\chi_{lu}}$$

$$S_L = \frac{\Phi_L}{\Phi_L + r} [(1-\epsilon)\bar{I} + \epsilon B] + \frac{r}{\Phi_L + r} S_c = (1-\epsilon)\bar{I} + \epsilon B$$

$$d\tau = -k_{\text{ext}} dz \quad (\text{PRO ZAŘEVU})$$

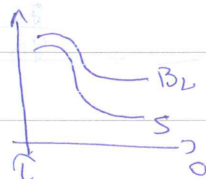
ROVNICE PŘENOSU ZÁŘEVU:

$$\mu \frac{dI(c; x)}{dc} = \phi(c; x) [I(c; x) - S(c)]$$

$$\text{KDE } S(c) = [1 - \epsilon(c)] \int_{-\infty}^{\infty} \phi(c; x) I(c; x) dx + \epsilon(c) B(c)$$

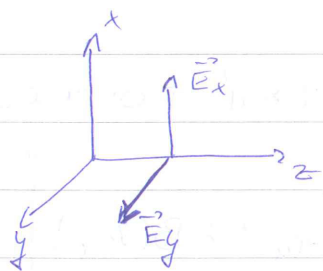
c - OPTICKÁ HLoubKA V ČH/RE

$$dc = -k_{\text{ext}} ds$$



POLARIZOVANÉ ZÁŘEVU

MAXWELLOVA ROVNICE: $\frac{1}{c^2} \frac{d^2 \vec{E}}{dt^2} - \nabla^2 \vec{E} = 0$



ROVNÍ MONOCHROM VlnA:

$$\vec{E}\left(\frac{x}{\lambda}, t\right) = E_0 \cdot e^{i(kr - \omega t)}$$

ORIENTACE

$$\vec{E} = (E_x, E_y, 0)$$

$$\vec{E}_0 = (E_1, E_2, 0)$$

$$E_x = E_1 \cos(\omega t - \phi_1)$$

$$E_y = E_2 \cos(\omega t - \phi_2)$$

$$E_x = \text{Re}(\xi_1 \cdot e^{-i\omega t}) \quad \text{KDE } \xi_1 = E_1 \cdot e^{i\phi_1}$$

$$E_y = \text{Re}(\xi_2 \cdot e^{-i\omega t}) \quad \text{KDE } \xi_2 = E_2 \cdot e^{i\phi_2}$$

MIKROSKOPICKÁ POLARIZACE:

$$P_I = E_1^2 + E_2^2 = \xi_1 \cdot \xi_1 + \xi_2 \cdot \xi_2$$

$$P_Q = E_1^2 - E_2^2 = \xi_1 \cdot \xi_1 - \xi_2 \cdot \xi_2$$

54)

$$P_0 = 2 \cdot E_1 E_2 \cos(\phi_1 - \phi_2) = \varepsilon_1 \cdot \varepsilon_2 + \varepsilon_2 \cdot \varepsilon_1$$

$$P_v = 2 \cdot E_1 E_2 \sin(\phi_1 - \phi_2) = i \cdot (\varepsilon_1 \cdot \varepsilon_2 - \varepsilon_2 \cdot \varepsilon_1)$$

$$P_I^2 = P_Q^2 + P_0^2 + P_v^2$$

$P_Q = P_0 = 0$ - KRUHOVÁ POLARIZACE, E OPISUJE
KRUŽNÍ CI PRO $P_v = P_I$ DOPRAVA
PRO $P_v = -P_I$ DOLEVA

$P_v = 0$ - LINEÁRNÍ POLARIZACE, E KMITÁ
PODÉL ČÁRY JEJÍŽ SKLON VZHLÉDN
K OSE X JE URČEN HODNOTAMI
 P_Q A P_0

KDYŽ NIC NULOVÉHO - E OPISUJE ELIPSO - BIPICKÁ
POLARIZACE

PRO PÁDRSEK ZÁKLONÍ ZAVEDEME STŘEDNÍ HODNOTY:

$$P_I = \langle E_1^2 + E_2^2 \rangle = \langle \varepsilon_1 \cdot \varepsilon_1 \rangle + \langle \varepsilon_2 \cdot \varepsilon_2 \rangle$$

$$P_Q = \langle E_1^2 - E_2^2 \rangle = \langle \varepsilon_1 \cdot \varepsilon_1 \rangle - \langle \varepsilon_2 \cdot \varepsilon_2 \rangle$$

$$P_0 = \langle 2 \cdot E_1 E_2 \cos(\phi_1 - \phi_2) \rangle = \langle \varepsilon_1 \cdot \varepsilon_2 \rangle + \langle \varepsilon_2 \cdot \varepsilon_1 \rangle$$

$$P_v = 2 \cdot E_1 E_2 \sin(\phi_1 - \phi_2) = i \cdot (\langle \varepsilon_1 \cdot \varepsilon_2 \rangle - \langle \varepsilon_2 \cdot \varepsilon_1 \rangle)$$

STŘEDNÍ
PARAMETRY

SPECIFICKÁ INTENZITA $I = k \cdot P_I$

ROZDÍL INTENZIT VE SMĚRECH X A Y MEZI LINEÁRNÍ POLARIZACÍ $Q = k \cdot P_Q$

— II — V DIAGONÁLNÍCH SMĚRECH, MEZI LIN. POLARIZACÍ $U = k \cdot P_0$

KRUHOVÉ POLARIZOVANÁ INTENZITA $V = k \cdot P_v$

PARAMETRY LINEÁRNÍ POLARIZACE:

$$m_L = \frac{\sqrt{Q^2 + U^2}}{I} \quad \text{MÍRA LIN. POLARIZACE}$$

$$\chi = \frac{1}{2} \arctan\left(\frac{Q}{U}\right)$$

$$m_e = \frac{v}{I} \quad \text{MÍRA KRUHOVÉ POLARIZACE}$$

$$\frac{d\vec{I}}{dz} = \vec{\chi} \cdot \vec{I} + \vec{J}$$

↳ RŮZNORZ (MATICE 4x4)

DVOUHĚADÍ NOVÝ ATOM

+ DODATEK

- VELICINY: STŘEDNÍ VOLNÁ DĚLKA V ČARĚ, TERMALIZAČNÍ DĚLKA

$$S \equiv (1 - \varepsilon) \vec{J} + \varepsilon B \quad \text{KDE } \vec{J} = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_x J_x dx$$

$$\text{KDE } \chi = \frac{v - v_0}{\Delta v} \quad \text{KDE } \varepsilon = \frac{c}{c + n}$$

$$S(0) = \sqrt{\varepsilon} B \quad \text{ZÁKLADNÍ HĚDINA BEZ KONTINUA}$$

$$S(E \rightarrow \infty) \rightarrow B \leftarrow \text{V HLoubCE} \quad b_e = \frac{m_e}{m_{\text{rel}}} \quad \text{b-FAKTOR}$$

$$b_m = \frac{m_m}{m_{\text{rel}}}$$

$$S_L = \frac{2h\nu_{\text{em}}^3}{c^2} \cdot \frac{1}{\frac{m_e g_m}{m_m g_e} - 1} = \frac{2 \cdot h \nu_{\text{em}}^3}{c^2} \cdot \frac{1}{\frac{b_e m_e^* g_m}{b_m m_m^* g_e} - 1} =$$

ZAMĚŘENÍ STIMULOVANOU EMISÍ

$$\frac{h\nu}{kT} \gg 1$$

$$= \frac{2h\nu_{\text{em}}^3}{c^2} \cdot \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} \cdot \frac{b_e}{b_m} - 1} = \frac{b_m}{b_e} B(\nu_{\text{em}}) \cdot \frac{1 - e^{-\frac{h\nu}{kT}}}{1 - \frac{b_m}{b_e} \cdot e^{-\frac{h\nu}{kT}}} \approx$$

$$\approx \frac{b_m}{b_e} \cdot B(\nu_{\text{em}})$$

HORNÍ HĚDINA SE

SPODNÍ

$$S < B \quad \text{PRO } E > E_{\text{th}}$$

$$b_m < b_e$$

- non-LTE ATOMU

$$S(0) = \sqrt{\varepsilon} B \quad ; \quad \varepsilon \sim 10^6 \quad ; \quad \frac{b_m}{b_e} \sim \sqrt{\varepsilon}$$

55.

TRÍHLADINOVÝ ATOM

HLADINY 1, 2, 3:

_____ 3

BUŽVA' ENERGIE -

_____ 2

- BUŽOU DOMIN. SRAŽKY

$$\overbrace{b_2 \cdot n_2^* \cdot C_{23}}^{n_2} \approx \overbrace{b_3 \cdot n_3^* \cdot C_{32}}^{n_3}$$

$$n_3^* C_{23} = n_2^* C_{32} \Rightarrow b_2 \approx b_3$$

Podíl obsazenosti

$$\frac{n_2}{n_3} = \frac{g_2}{g_3} e^{\frac{E_3 - E_2}{kT}} \approx \frac{g_2}{g_3}$$

VÍCE HLADINOVÝ ATOMR - SILNÉ (REZONANČNÍ) $\varepsilon \ll 1$

C - SILNÁ PŘEKO SPOČÍTAT MOC KOMPLIKOVANÉ

KONTAKTA V NLTE

- AKTIVNÍ - DOMINANTNÍ ZDROJE SVĚTLA - H; He

- PŘEBNĚ 2 HL. ATOMU: $S \sim \sqrt{\varepsilon} B$; $\frac{b_{21}}{b_1} \sim \sqrt{\varepsilon} < 1$ ^{PŘEDPOPULOVÁNÍ} ~~PŘEDPŘÍ~~

$$\text{PASIVNÍ} \quad \frac{n_1}{n_1^*} = \frac{4\pi \int_0^\infty \frac{\chi_\nu B_\nu}{h\nu} d\nu + C_{12}}{4\pi \int_0^\infty \frac{\chi_\nu J_\nu}{h\nu} d\nu + C_{12}} \quad \begin{array}{l} \text{ZAKHÁNÍ HLADIN} \\ \text{A PODPOPULOVÁNÍ ION.} \\ \text{RZOMBNA SVĚTLA} \\ \text{IONIZOVÁNÍ} \end{array}$$

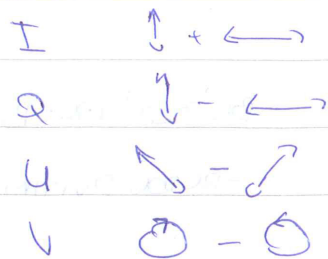
$$b_1 = \frac{n_1}{n_1^*} \approx \frac{B(\nu_0; T)}{J(\nu_0)} \approx \frac{B(\nu_0; T)}{W \cdot B(\nu_0; T_E)}$$

$$\text{VKA POVRCHU EDDINGTON-BARBSE } J(\nu_0; C_0 \rightarrow 0) \approx \frac{1}{2} B(\nu_0; C_0 = \frac{1}{2})$$

$$T_E = T(C_0 = \frac{1}{2}) \quad W = \frac{1}{2}$$

POKUD PRO ν_0 PLATÍ WIENOVA APPOXIMACE, $B(\nu; T)$ KLESA' EXP.S DEPLETOU. $B(\nu_0; T) < W B(\nu_0; T_E)$ $b_1 < 1$ ^{PODPULACE SPOU HLADIN}

DODATEK (POMOCNICE)



RTE $\frac{dI}{ds} = -\vec{k} \cdot \vec{I} + \vec{\epsilon}$ TO SPRINGE

$$\frac{d}{ds} \begin{pmatrix} I \\ Q \\ U \\ V \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} \mu_I & \mu_Q & \mu_U & \mu_V \\ \mu_Q & \mu_I & \rho_U & \rho_Q \\ \mu_U & \rho_U & \mu_I & \rho_Q \\ \mu_V & \rho_V & \rho_Q & \mu_I \end{pmatrix} \cdot$$

DICHROICKA
MATICE

ABSORBENI
MATICE

DISPERZNI
MATICE

$$\begin{pmatrix} I \\ Q \\ U \\ V \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \epsilon_I \\ \epsilon_Q \\ \epsilon_U \\ \epsilon_V \end{pmatrix}$$

ZEMANOV JEV (ATOMY)

$|E + \mu_B g B M|$

B-MAGNETICKA' INDUKCE

$M = (-J, \dots, J)$ MAGNET CKE O'SLO

μ_B -BOHRROV MAGNETON $\frac{e\hbar}{2m_e c}$

g-LANDE FAKTOR

$g_{LS} = 1 + \frac{1}{2} \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{J(J+1)} = 1 + f(J; S; L)$

VAROBY

$g_{JJ} = 1 + f(J; j_1; j_2) f(j_1; 1/2; l_1) + f(J; j_2; j_1) f(j_2; 1/2; l_2)$

ZEVZDALEKOST ROZSTERNYCH OHL LZE ZVYST
VEKOST MAGNETICKÉ INDUKCE

$\Delta M = 0, \pm 1$ PRO $\Delta M = -1$ POLARIZ. VROHOVE PODEL B
 $\Delta M = 1$ LINEARNE ~~PODELE B~~ MAG POLE
 $\Delta M = 0$ PODEL B

PASCHON - BACKOV JEV

PARAMETR $f = \frac{\mu_B B}{\epsilon}$

$f \gg 1$ UPNLY P-B REZIM
 $f \ll 1$ - REZIM ZOH. JAV

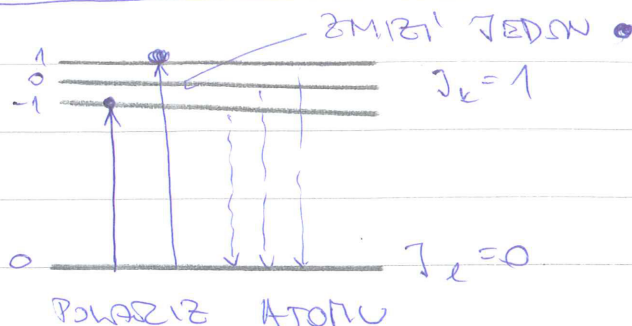
ZAVISI' NA VEKOSTI MAG. POLE $f \sim 1$ VROPLNY P-B REZIM

56)

DOPADA' KROUHOVANE ZALZENI' Z 1 SMERU

$$\Delta M = \pm 1$$

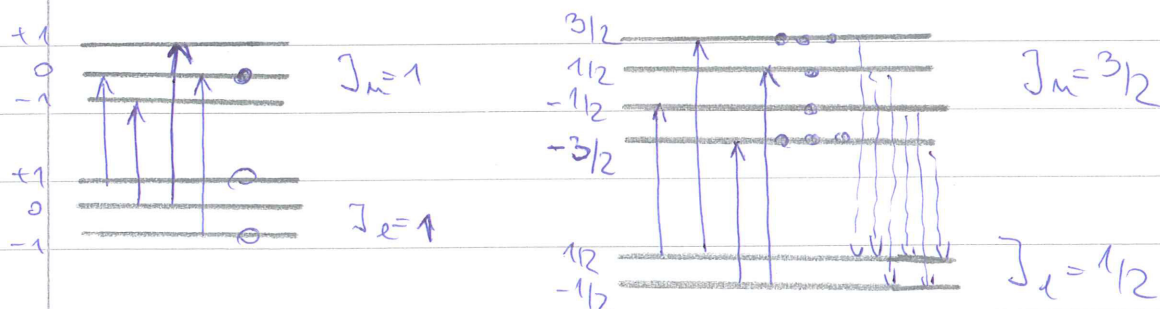
$$\frac{Q}{I} = \frac{2\omega^2 \Theta}{1 + \cos^2 \Theta}$$



DOPADA' KRUHOVE POLARIZOVANE ZALZENI', BUO $\Delta M = 1$ NEBO $\Delta M = -1$

DOPADA' LINEARNE POLARIZOVANE ZALZENI'

- KOHERENTNI' SUPERPOZICE DVOU KRUHOVYCH POLARIZ.

OPERATOR HUSTOTY

$$\hat{\rho} = \sum_k P_k |\psi^{(k)}\rangle \langle \psi^{(k)}|$$

P_k - PRAVDEPO DOBNOST NALEZOU' SYSTEMLU
VE ~~STA~~ STAVU $\psi^{(k)}$

MATICE HUSTOTY:

$$\langle \psi_m | \hat{\rho} | \psi_n \rangle = \rho_{nm} = \sum_k P_k \langle \psi_m | \psi^{(k)} \rangle \langle \psi^{(k)} | \psi_n \rangle$$

- HERMITOVSKA' MATICE POZITIVNE DEFINITNI'
- VSEDA' HODINA MA' STATISTICKOU VAHU

$$g = 2J + 1$$