

Adiabatický invariant v pomalu se
měnícím mag. poli

$$\vec{B} = (0, 0, B), \quad \vec{A} = \left(-\frac{By}{2}, \frac{Bx}{2}, 0\right)$$

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} = (qv_y B, -qv_x B, 0)$$

Trajektorie budou kružnice s libovolným
středem a poloměrem, nebo spíš šroubovice
s osou ve směru z . V rovině xy platí

$$\left. \begin{aligned} x &= r \cos \omega t + x_0 \\ y &= -r \sin \omega t + y_0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow (x, y) = (-r \omega \sin \omega t, -r \omega \cos \omega t)$$

$$(x, y) = (-r \omega^2 \cos \omega t, r \omega^2 \sin \omega t)$$

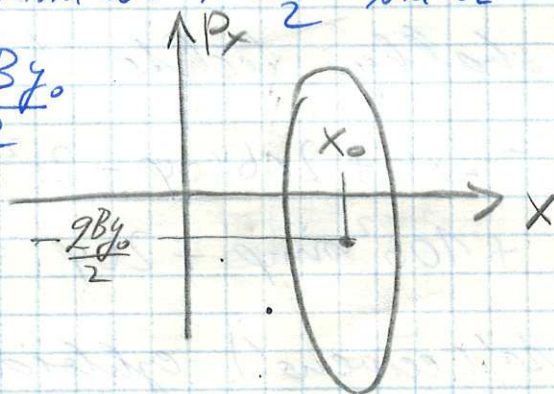
Skutečně tedy platí, že $m\vec{a} = \vec{F}$, ještě

$$mr\omega^2 = q r \omega B \Rightarrow \omega = \frac{qB}{m}$$

Plocha opsaná ve fáz. prostoru:

$$p_x = m\dot{x} + qA_x = -mr\omega \sin \omega t + \frac{qBr}{2} \sin \omega t - \frac{qBy_0}{2}$$

$$= -\frac{qBr}{2} \sin \omega t - \frac{qBy_0}{2}$$



Ve fázovém prostoru
máme pramenu elipsu,
jejíž plocha je

$$S = \pi \frac{qBr}{2} \cdot r = \frac{\pi}{2} qBr^2$$

Podobně by to dopadlo ve směru y .

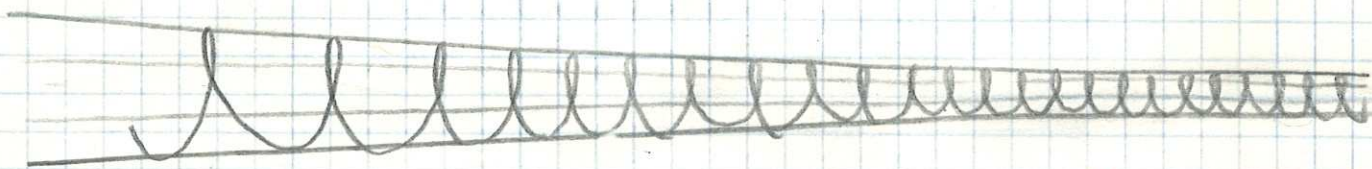
Protože se S zachovává, bude se při

adiabatické změně B měnit r jako $\sim \frac{1}{\sqrt{B}}$.

$$r = \frac{k}{\sqrt{B}}, \quad k - \text{konstanta}$$

Hustota siločar mag. pole je přímo úměrná B .

Prosto se zachováva' murosť s'locať obkroužených sa jeden obch' trajektorii, tj. pokud se částece pohybuje v mímě nehomogenním poli, bude jí trajektorie obkružovat stále stejné s'locať:



Jak se mění rychlost v rovině xy?

$$V^2 = V_x^2 + V_y^2 = r^2 \omega^2 \sim \frac{1}{\sqrt{B}} B^2 = B$$

Tedy rychlost bude přímo úměrná \sqrt{B} , kinetická energie v rovině xy pak přímo úměrná B (a tedy r a ω , podobně jako u harmonického oscilátoru).

Cellková energie se ale v mag. poli nemění.

$$E = r^2 \omega^2 + \frac{1}{2} m \dot{z}^2 = \frac{k^2}{B} \frac{B^2}{m^2} + \frac{1}{2} m \dot{z}^2 = \frac{k^2 g^2}{m^2} B + \frac{1}{2} m \dot{z}^2$$

Pokud bude B dostatečně silné (přesněji: pokud během adiabatického procesu dostatečně zesílí), dodáme člen $\frac{k^2 g^2}{m^2} B$ hodnoty cellkové energie a \dot{z} se vynulují. Tehdy začne částice zase běžet zpět - takže funguje magnetické pascadlo.